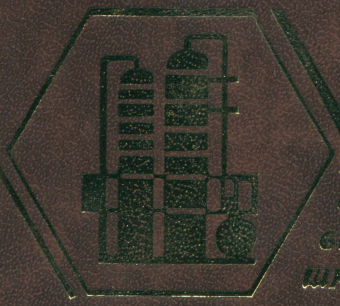


для высшей школы

В. С. Шубин
Ю. А. Рюмин

Надежность оборудования химических и нефтеперерабатывающих производств

В. С. Шубин,
Ю. А. Рюмин

Надежность оборудования химических и нефтеперерабатывающих производств

Допущено Учебно-методическим объединением
по образованию в области химической технологии
и биотехнологии в качестве учебного пособия
для студентов высших учебных заведений, обучающихся
по специальности «Машины и аппараты
химических производств»

МОСКВА
«Химия» «КолосС»
2006

УДК 665.6/.7(075.8)
ББК 35-5я73
Ш-95

Редактор *Л. И. Галицкая*
Рецензенты: кафедра «Радиоэлектронные и телекоммуникационные устройства и системы» (РТУС) Московского государственного института электроники и математики (МИЭМ) (зав. кафедрой — доктор технических наук, профессор *Л. Н. Кечиев*); главный специалист ООО «Алвиго-М» заслуженный изобретатель РФ, доктор техн. наук *В. И. Чернышев*

Издано при финансовой поддержке Федерального агентства по печати и массовым коммуникациям в рамках Федеральной целевой программы «Культура России»

Шубин В. С., Рюмин Ю. А.

Ш-95 Надежность оборудования химических и нефтеперерабатывающих производств. — М.: Химия, КолосС, 2006. — 359 с.: ил. — (Учебники и учеб. пособия для студентов высш. учеб. заведений).

ISBN 5—98109—033—2 (Изд-во «Химия»)
ISBN 5—9532—0320—9 (Изд-во «КолосС»)

Рассмотрены вопросы надежности оборудования химических, нефтеперерабатывающих и родственных производств. В первой части содержатся сведения об основах надежности: базовые понятия, математический аппарат, классификация количественных характеристик (показателей) надежности и подходы к их выбору, методы структурного анализа работоспособности систем, испытаний объектов и прогнозирования надежности на стадии проектирования. Во второй части изложен материал по эксплуатационной надежности и безопасности промышленных объектов, описаны методы оценки остаточного ресурса оборудования. В третьей части даны подходы к разработке и сделан обзор программного обеспечения надежности технических систем.

Пособие содержит большой справочный материал (в виде приложений), необходимый для практического применения теории надежности в инженерных задачах. Приводятся примеры решения различных задач надежности и безопасности.

Для студентов, изучающих дисциплины «Надежность и техническая диагностика», «Сертификация и надежность»; может быть полезна слушателям факультетов повышения квалификации инженеров-механиков химической, нефтеперерабатывающей и родственных отраслей промышленности.

УДК 665.6/.7(075.8)
ББК 35-5я73

ISBN 5—98109—033—2 (Изд-во «Химия»)
ISBN 5—9532—0320—9 (Изд-во «КолосС»)

© В. С. Шубин, Ю. А. Рюмин, 2006
© Издательство «КолосС», 2006

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие 9

ЧАСТЬ I
ОСНОВЫ НАДЕЖНОСТИ 11

Глава 1. **Значение, задачи и основные понятия теории надежности** 11

1.1. Значение надежности 11
1.2. Задачи надежности 13
1.3. Надежность и качество 16
1.4. Понятия и определения 17
1.5. Надежность и инженерный мир. Служба надежности 18

Глава 2. **Математические основы теории надежности** 20

2.1. Событие, случайная величина, вероятность 20
2.2. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Распределение вероятностей 22
2.3. Числовые характеристики выборки 26
2.4. Параметрический подход к анализу данных в теории надежности 28
2.4.1. Экспоненциальное распределение 28
2.4.2. Распределение Вейбулла 30
2.4.3. Нормальное распределение 31
2.4.4. Логарифмически нормальное распределение 34
2.4.5. Композиция и суперпозиция распределений 34
2.4.6. Пример математической обработки результатов наблюдений при экспоненциальном законе распределения 37
2.4.7. Пример математической обработки результатов наблюдений при нормальном законе распределения 43
2.5. Непараметрический подход к анализу данных в теории надежности 48

Глава 3. **Количественные характеристики (показатели) надежности** 51

3.1. Наработка на отказ 52
3.2. Вероятность отказа 52
3.3. Интенсивность отказов 54

Глава 4. **Классификация изделий по надежности и выбор нормируемых показателей надежности** 59

4.1. Критерии классификации 60
4.2. Математические модели эффективности функционирования объекта 61
4.3. Выбор нормируемых показателей надежности 67

Глава 5. **Проверка однородности распределений показателей надежности** 69

5.1. Постановка задачи 69

5.2. Однофакторный анализ 70
5.2.1. Непараметрические критерии проверки однородности 70
5.2.2. Параметрический дисперсионный анализ 73
5.2.3. Пример проверки однородности результатов наблюдений по критерию Краскела—Уоллиса 75
5.2.4. Пример применения дисперсионного анализа для проверки однородности результатов наблюдений 78

5.3. Двухфакторный анализ 81
5.3.1. Непараметрические критерии проверки однородности 81
5.3.2. Параметрический дисперсионный анализ 82
5.3.3. Пример проверки однородности результатов наблюдений по критерию Фридмана 84
5.3.4. Пример применения дисперсионного анализа для проверки однородности результатов наблюдений 86

Глава 6. **Корреляционный анализ показателей надежности** 89

6.1. Постановка задачи 89
6.2. Критерии оценки связи между количественными характеристиками надежности 90
6.3. Пример корреляционного анализа данных 94

Глава 7. **Определение доверительных интервалов для показателей надежности** 96

7.1. Основные определения 96
7.2. Распределение случайной величины по экспоненциальному закону 97
7.3. Распределение случайной величины по закону Вейбулла 99
7.4. Распределение случайной величины по нормальному закону 101
7.5. Распределение случайной величины по произвольному закону 101

Глава 8. **Структурный анализ систем технологического оборудования** 103

8.1. Расчет надежности сложных систем 103
8.2. Последовательное соединение элементов системы 104
8.3. Параллельное соединение элементов системы 112
8.4. Комбинированное соединение элементов системы 114
8.5. Методы расчета надежности сложных технологических систем 118
8.6. Пример расчета надежности сложной технологической системы 123

Глава 9. **Резервирование и задачи выбора оптимального числа резервных элементов** 128

9.1. Методы, способы и типы резервирования 128
9.2. Задача выбора оптимального числа резервных элементов в системе в случае нагруженного резерва 131
9.3. Расчет надежности в случае ненагруженного резерва 138
9.4. Задача надежности и прочности 140
9.5. Пример решения задачи надежности и прочности 142

Глава 10. **Испытания на надежность** 144

10.1. Виды испытаний на надежность 144
10.2. Определительные испытания на надежность 150
10.2.1. Общие сведения 150
10.2.2. Порядок расчета объема испытаний 152

10.3. Форсированные испытания на надежность ... 158
10.3.1. Форсированные испытания на безотказность ... 161
10.3.2. Форсированные испытания на долговечность ... 161
10.3.3. Форсированные испытания на ресурс ... 161
10.3.4. Методы «доламывания» и ступенчатых нагружений ... 161
10.4. Контрольные испытания на надежность ... 164
10.4.1. Виды, характеристики и ограничения планов испытаний ... 164
10.4.2. Методика испытаний и правила принятия решений ... 166
10.4.3. Критерии выбора плана испытаний ... 169
10.4.4. Расчет границ и характеристик планов испытаний ... 170
10.4.5. Примеры планов испытаний ... 172

Глава 11. **Прогнозирование надежности на стадии проектирования** ... 177

11.1. Методы прогнозирования ... 177
11.2. Метод статистических испытаний, или метод Монте-Карло ... 179
11.3. Комбинаторно-матричный метод ... 186
11.4. Пример решения задачи методом Монте-Карло ... 188
11.5. Пример решения задачи комбинаторно-матричным методом ... 190

Приложения к части I ... 192

П.1. Значения функции $\varphi_0(x)$ ... 192
П.2. Значения функции $F_0(x)$ ... 193
П.3. Значения функции $\exp(-x)$ ... 195
П.4. Значения χ^2 в зависимости от P и R ... 196
П.5. Значения критерия Колмогорова ... 197
П.6. Значения критерия Краскела—Уоллиса для малых выборок ... 198
П.7. Значения критерия Фишера ... 199
П.8. Значения критерия Фридмана для малых выборок ... 204
П.9. Значения критерия Стьюдента ... 206
П.10. Значения коэффициента корреляции Спирмена для малых выборок ... 207
П.11. Значения коэффициента корреляции Кендэлла для малых выборок ... 208
П.12. Параметр потока отказов (ω) отдельных типов оборудования химических производств ... 209

Контрольные вопросы к части I ... 210

Литература к части I ... 211

ЧАСТЬ II
ЭКСПЛУАТАЦИОННАЯ НАДЕЖНОСТЬ И БЕЗОПАСНОСТЬ ПРОМЫШЛЕННЫХ ОБЪЕКТОВ ... 212

Глава 12. **Статистическая оценка надежности технологического оборудования** ... 212

12.1. Информационное обеспечение анализа надежности ... 213
12.2. Математическое обеспечение анализа надежности ... 215
12.2.1. Проверка наличия закономерности в изменении данных ... 215
12.2.2. Выделение и удаление тренда ... 217
12.2.3. Анализ стохастической компоненты временных рядов ... 218
12.3. Пример оценки показателей эксплуатационной надежности оборудования ... 219

Глава 13. **Определение надежности сложных технических систем методом дерева отказов** ... 221

13.1. Краткая характеристика технологических систем ... 222
13.2. Построение дерева отказов системы ... 223

13.2.1. Основные принципы ... 223
13.2.2. Графический аппарат ... 223
13.2.3. Эвристические правила ... 226
13.3. Количественный и качественный анализ дерева отказов системы ... 228
13.3.1. Логико-математическое описание причинно-следственных связей ... 228
13.3.2. Поиск аварийных сочетаний ... 229
13.3.3. Расчет значимости и категорирование исходных событий ... 229
13.4. Пример расчета надежности системы методом дерева отказов ... 230

Глава 14. **Анализ риска на опасных промышленных объектах** ... 238

14.1. Общие положения ... 238
14.2. Показатели риска ... 240
14.3. Процедура проведения риск-анализа ... 241
14.3.1. Определение области применения риск-анализа ... 242
14.3.2. Идентификация опасностей и предварительная оценка последствий ... 244
14.3.3. Оценка риска ... 245
14.4. Разработка рекомендаций по уменьшению риска ... 246
14.5. Методы риск-анализа ... 247
14.5.1. Основные сведения ... 247
14.5.2. Предварительный анализ опасности ... 250
14.5.3. Анализ дерева событий ... 250
14.5.4. Анализ видов и последствий отказов ... 253
14.5.5. Исследование опасности ... 258
14.5.6. Анализ влияния человеческого фактора ... 260
14.6. Примеры применения методов анализа опасности и оценки риска ... 261

Глава 15. **Остаточный ресурс оборудования: общие положения** ... 264

15.1. Основные понятия и определения ... 265
15.2. Концепция и принципы оценки остаточного ресурса ... 267
15.3. Анализ условий эксплуатации ... 268
15.4. Оценка технического состояния оборудования ... 270
15.4.1. Характерные повреждения сосудов и аппаратов ... 270
15.4.2. Критерии предельных состояний (КПС) сосудов и аппаратов ... 270
15.4.3. Методы оценки величины повреждений ... 272

Глава 16. **Методы определения остаточного ресурса оборудования** ... 274

16.1. Остаточный ресурс при малоцикловых нагрузках ... 274
16.1.1. Общие положения ... 274
16.1.2. Циклическое нагружение давлением ... 275
16.1.3. Сложные виды циклического нагружения ... 282
16.1.4. Пример расчета остаточного ресурса аппарата при малоцикловых нагрузках ... 285
16.2. Определение остаточного ресурса химического оборудования по критерию коррозионной стойкости ... 290
16.2.1. Общие замечания ... 290
16.2.2. Виды отказов ... 291
16.2.3. Критерии отказов и предельного состояния оборудования ... 291
16.2.4. Получение исходных данных ... 292

16.2.5. Достоверность расчета надежности ... 292
16.2.6. Обработка результатов измерений ... 293
16.2.7. Расчет показателей долговечности ... 295
16.2.8. Пример расчета остаточного ресурса по критерию коррозионной стойкости ... 297
16.3. Статистические методы расчета остаточного ресурса оборудования ... 298
16.3.1. Оценка остаточного ресурса по результатам испытаний объектов-аналогов ... 298
16.3.2. Оценка остаточного ресурса методом статистического моделирования наработок до предельного состояния ... 299
16.3.3. Оценка остаточного ресурса по результатам наблюдений отказов оборудования при эксплуатации ... 300
16.3.4. Оценка остаточного ресурса по отказам базовой детали ... 301
16.3.5. Оценка остаточного ресурса восстанавливаемого оборудования при неполном восстановлении ... 302

Приложения к части II ... 306

П.13. Пример формы журнала регистрации отказов ... 306
П.14. Примеры форм рабочих листов для проведения анализа видов, последствий и критичности отказов ... 307
П.15. Справочный материал для расчета остаточного ресурса оборудования ... 308
П.15.1. Выбор коэффициента ξ ... 308
П.15.2. Выбор коэффициента η ... 309
П.15.3. Допускаемое число циклов нагружения давлением для элементов сосудов и аппаратов из углеродистых сталей ... 310
П.15.4. Допускаемое число циклов нагружения давлением для элементов сосудов и аппаратов из низколегированных сталей ... 311
П.15.5. Допускаемое число циклов нагружения давлением для элементов сосудов и аппаратов из аустенитных сталей ... 311
П.15.6. Допускаемые напряжения для углеродистых и низколегированных сталей ... 312
П.15.7. Допускаемые напряжения для теплоустойчивых и коррозионно-стойких хромистых сталей ... 312
П.15.8. Допускаемые напряжения для жаропрочных, жаростойких и коррозионно-стойких аустенитных сталей ... 313
П.15.9. Коэффициенты прочности сварных швов ... 315
П.15.10. Расчетные значения модуля продольной упругости ... 316
П.15.11. Расчетная кривая усталости для углеродистых сталей до температуры 380 °С ... 317
П.15.12. Расчетная кривая усталости для низколегированных сталей до температуры 420 °С ... 317
П.15.13. Расчетная кривая усталости для аустенитных сталей до температуры 525 °С ... 318
П.15.14. Расчетная кривая усталости для высокопрочных ($\sigma_в > 700$ МПа) крепежных сталей ... 318
П.15.15. Способы выявления эксплуатационных дефектов элементов оборудования ... 319
П.15.16. Методы контроля толщины стенки и качества сварных швов сосудов и аппаратов ... 319
П.15.17. Минимальное число N точек для измерения глубины разрушения ... 320
П.15.18. Взаимосвязь параметров b, K_b и V ... 321

Контрольные вопросы к части II ... 322

Литература к части II ... 323

ЧАСТЬ III
ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ НАДЕЖНОСТИ И БЕЗОПАСНОСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Глава 17. **Компьютерные средства анализа данных**

17.1. Краткая характеристика программного обеспечения надежности
17.2. Стадии проектирования программного обеспечения
17.3. Требования к программному обеспечению
17.4. Пользовательский интерфейс пакетов прикладных программ
17.5. Программная документация

Глава 18. **Обзор некоторых программных средств анализа надежности и безопасности технических систем**

18.1. Item Software
18.2. ReliaSoft Software
18.3. Relex Software
18.4. Isograph Software
18.5. Rebis Software
18.6. Relcon AB Software
18.7. МГУИЭ Software

Приложение к части III

П.16. Пример расчета остаточного ресурса на ЭВМ

Контрольные вопросы к части III

Литература к части III

ПРЕДИСЛОВИЕ

Наука о надежности начала бурно развиваться в конце 50-х годов минувшего столетия в связи с необходимостью решения неотложных задач в области металлургии, авиационной и электронно-вычислительной, атомной и космической техники, химической, нефтехимической и родственных отраслей промышленности. Вот некоторые из этих задач: прогнозирование надежности на стадии проектирования, разработка испытаний на надежность, структурный анализ надежности технических систем, повышение эффективности технического обслуживания и ремонта оборудования, расчет затрат на изделие путем оптимизации функции «надежность — стоимость», контроль технологических процессов и управление качеством промышленной продукции.

Благодаря инициативе и творческой активности видного ученого и педагога И. Б. Жилинского в МИХМе (теперь Московский государственный университет инженерной экологии — МГУИЭ) на кафедре «Конструирование аппаратов химических производств» — КАХП (теперь «Автоматизированное конструирование машин и аппаратов» — АКМиА), в начале 70-х годов была организована группа надежности, которая занялась реализацией возникших задач надежности в промышленности и подготовкой специалистов для этих целей.

Был создан курс лекций «Основы надежности и долговечности», который сопровождался практическими и лабораторными занятиями по дисциплине.

С середины 80-х годов прошлого столетия остро встал вопрос об эксплуатации оборудования, которое вводилось в строй в 60—70-х годах в рамках реализации программы так называемой «большой химии». Возникла проблема оценки остаточного ресурса этого оборудования. Определение остаточного ресурса позволило бы в каждом конкретном случае решать: можно ли еще (и как долго) эксплуатировать систему, аппарат, машину, устройство, деталь или необходимо списать их и заменить новыми, что требовало нереально больших расходов. Поэтому усилия ученых, входящих в группу надежности кафедры КАХП, были направлены на создание новых методов оценки остаточного ресурса оборудования, которые учитывали бы все многообразие факторов, отражающих деградационные процессы, приводящие к выходу оборудования из работоспособного состояния.

Наряду с группой надежности кафедры КАХП в решении комплекса вышеперечисленных задач большое участие принимали: зав. отделом надежности Государственного научно-исследовательского и проектного института азотной промышленности и продуктов органического синтеза (ГИАП) докт. техн. наук Ф. А. Несвижский, зав. отделом надежности Всероссийского научно-исследовательского и проектного института нефтеперерабатывающей и нефтехимической промышленности (ВНИПИНефть) В. С. Степанянц, ст. науч. сотр. отдела надежности Научно-исследовательского института химического машиностроения (НИИХИММАШ) канд. техн. наук Р. К. Маннапов и ряд других ученых.

Теоретические разработки велись в тесном сотрудничестве с ведущими химическими предприятиями всего бывшего Союза (Невинномысское ПО «Азот»; Дзержинское ПО «Капролактам»; Волжское ПО «Оргсинтез»; Самаркандское ПО «Суперфосфат»; Воскресенское ПО «Азот»; Бердянский НМЗ и др.).

Накопленный за многие годы материал лег в основу предлагаемого учебного пособия.

Последние два десятилетия направление практической и теоретической надежности активно поддерживает зав. кафедрой «Основы конструирования оборудования» докт. техн. наук, проф. Ким В. С.-Х., который, глубоко понимая задачи, стоящие перед отраслью, дал авторам пособия ряд ценных научных и практических советов, за что авторы ему искренне благодарны.

Неоценимую помощь в подготовке пособия оказали сотрудники кафедры АКМиА — прежде всего академик Инженерной академии, докт. техн. наук, проф. В. И. Муштаев, зав. кафедрой докт. техн. наук, проф. А. С. Тимонин, докт. техн. наук, проф. М. Г. Лагуткин, заслуженный деятель науки и техники РФ докт. техн. наук, проф. Ю. И. Макаров, кандидаты техн. наук, доценты кафедры А. А. Пахомов, Н. В. Даниленко, С. А. Трифонов, ст. науч. сотр. Т. И. Днепровская, а также зав. кафедрой «Системы автоматизированного проектирования» докт. техн. наук, проф. Л. Д. Луганцев, которым авторы выражают глубокую признательность.

Все вопросы читателей, замечания и предложения — как общего характера, так и по конкретным разделам и главам — авторы воспримут с благодарностью.

Замечания и пожелания следует направлять по адресу: 105066, ГСП, г. Москва, ул. Ст. Басманная, 21/4, МГУИЭ, профессору В. С. Шубину и доценту Ю. А. Рюмину.

ОСНОВЫ НАДЕЖНОСТИ

Глава 1

ЗНАЧЕНИЕ, ЗАДАЧИ И ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ

1.1. Значение надежности

Важнейшей характеристикой качества объекта является надежность, т. е. свойство объекта сохранять во времени значения всех параметров, обусловливающие способность выполнять требуемые функции. Решение практических задач теории надежности применительно к объектам химической промышленности, химического машиностроения и смежных отраслей имеет многолетнюю историю, поскольку надежность названных объектов играет огромную роль в достижении важнейшей цели — повышения качества выпускаемой продукции.

Развитие научно-технического прогресса требует решения на высоком уровне вопросов проектирования, изготовления, испытания, доводки и эксплуатации машин и агрегатов химических производств и обеспечения их надежности на всех этапах жизненного цикла изделия.

Наука о надежности получила бурное развитие в 50—60-е годы прошлого столетия в связи с решением больших экономических проблем и необходимостью обеспечения безопасности работы человека в этих условиях.

К этому времени в большей части отраслей техники появилось значительное число высокопроизводительных, сложных и дорогих изделий. Это и крупнейшее металлургическое оборудование, высокопроизводительные автоматизированные линии металлообрабатывающей промышленности, электронные вычислительные машины, радарные установки, атомные энергетические реакторы,

пусковые комплексы космических кораблей, энергетические паротурбинные блоки большой мощности и др.

Для химической промышленности, химического машиностроения и родственных отраслей стали характерны:

большая единичная мощность машин и агрегатов (колонны синтеза аммиака производительностью 1360 т/сут, оборудование для производства полиэтилена высокого давления производительностью 150—180 тыс. т/год, установки для переработки нефти производительностью 6 млн т/год и др.);

сложность технологических схем химического производства, связанная с комплексной переработкой сырья;

интенсификация процессов, проводимых в агрегатах;

объединение нескольких химических и смежных производств посредством общих материальных и энергетических потоков.

В этих условиях каждый случай непредвиденной остановки (авария, отказ) вызывает огромные убытки. Причем убытки связаны не только с тем, что значительное время оборудование простаивает в ремонте и поэтому имеет место недовыработка соответствующей продукции, а также и с тем, что к восстановлению привлекается значительное количество ремонтного персонала высокой квалификации, требующей соответствующей оплаты за свой труд.

Большая единичная мощность машин и агрегатов, обработка в них пожароопасных, взрывоопасных и токсичных сред предъявляют к ним повышенные требования по обеспечению безопасности. Отказы оборудования в этих условиях могут привести не только к экономическим, но также к экологическим и социальным потерям.

Оценку надежности оборудования и его элементов можно производить двумя путями: статистической обработкой экспериментальных данных и аналитическим вероятностным представлением закономерностей химических процессов, протекающих в объектах. Однако при этом следует отметить, что аналитическая оценка надежности обходится много дешевле, чем накопление и обработка экспериментальных данных.

Проблема повышения надежности технического объекта решается разработкой методов прогнозирования показателей надежности на стадии проектирования.

Определение количественных характеристик при проектировании позволяет оценить принятые технические решения, выбрать оптимальные варианты конструктивных исполнений элементов и всего объекта, конструировать объект с заданным уровнем надежности, т. е. управлять формированием надежности объекта при его создании.

На стадии изготовления надежность должна обеспечиваться применяемой технологией изготовления, и, кроме того, на этой стадии изделие может конструктивно и технологически совершенствоваться.

На стадии эксплуатации надежность должна поддерживаться за счет разработки эффективной системы технического обслуживания и ремонта. На этом этапе могут проводиться успешные работы по модернизации, в результате чего надежность оборудования может быть повышена.

1.2. Задачи надежности

Длительный опыт промышленной эксплуатации различного оборудования выявил определенную зависимость между уровнем надежности и затратами на создание технического объекта.

На рис. 1.1 по оси абсцисс отложена величина, соответствующая уровню надежности изделия, которая может быть выражена в часах наработки до отказа, или вероятность безотказной работы за определенное время и др.; по оси ординат — любые стоимостные показатели, отражающие затраты на изделие.

Кривая *A* показывает снижение затрат на ремонт изделия при увеличении его уровня надежности. Более надежное оборудование требует меньших затрат на ремонт.

Кривая *B* показывает, что затраты на создание объекта с повышением уровня надежности увеличиваются. За оборудование с высоким уровнем надежности приходится платить дорого.

Кривая *C* отражает суммарные затраты. Она получена сложением ординат кривых *A* и *B*. Ход кривой *C* показывает, что имеется некоторая оптимальная надежность Z_0, которая соответствует минимальным затратам. Таким образом, задача создания объекта с оптимальной надежностью сводится к отысканию минимума на кривой *C* совмещенных затрат. Минимум на кривой *C* отвечает минимальным затратам на создание и ремонт оборудования при приемлемом уровне его надежности, т. е. соответствует его наивысшей эффективности.

На рис. 1.2 показано изменение затрат на оборудование в зависимости от времени его эксплуатации.

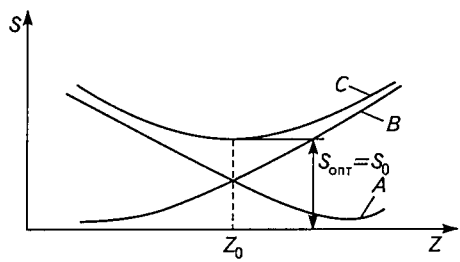


Рис. 1.1. Зависимость между затратами на оборудование *S* и его надежностью *Z*

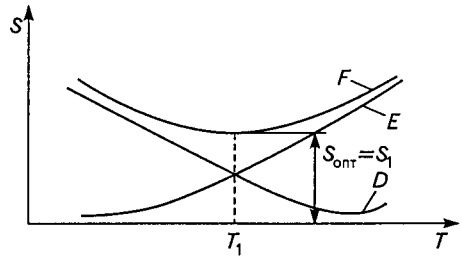


Рис. 1.2. Зависимость затрат на оборудование от времени его эксплуатации

Кривая D свидетельствует об уменьшении амортизационных отчислений с увеличением времени эксплуатации. Кривая E демонстрирует увеличение затрат на ремонт с течением времени. Минимум на кривой F совмещенных затрат соответствует минимальным затратам на оборудование и указывает на оптимальный срок эксплуатации объекта T_1.

Эти два примера иллюстрируют задачи теории надежности. Чтобы показать их многообразие, приведем еще некоторые примеры.

На рис. 1.3 представлена зависимость от времени суммарных неполадок, отказов. Эта зависимость является характерной для большинства самых разнообразных изделий — машин, аппаратов, приборов, отдельных деталей и т. д. На графике выделяются три периода эксплуатации.

Первый период ΔT_1 характеризуется резким увеличением числа неполадок, отказов. Это так называемый *период приработки.*

Второй период ΔT_2 характеризуется небольшим увеличением числа отказов — это *период нормальной эксплуатации изделий.*

В третьем периоде ΔT_3 наблюдается вновь резкое увеличение числа неполадок, отказов — это *период старения и износа.*

График служит для определения времени эксплуатации объектов. Из графика следует, что время эксплуатации, т. е. долговечность объекта, может быть увеличено за счет уменьшения количества отказов как в период приработки, так и в период старения и износа.

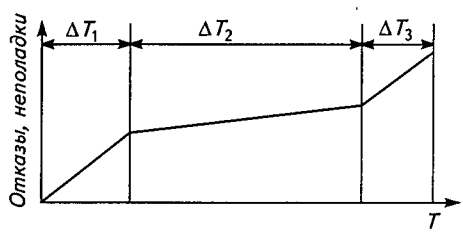


Рис. 1.3. Зависимость количества отказов оборудования от времени его эксплуатации

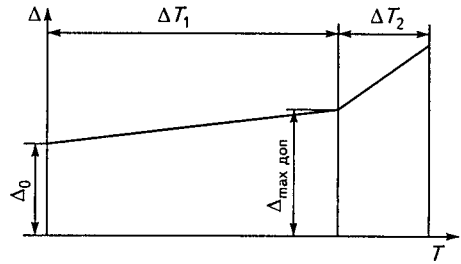


Рис. 1.4. Зависимость зазора в паре трения от времени эксплуатации

На рис. 1.4 показана зависимость величины зазора в паре трения от времени эксплуатации.

В начальный момент времени имеется номинальный установочный зазор Δ_0. С течением времени величина зазора увеличивается и за период эксплуатации ΔT_1 достигает максимально допустимого значения $\Delta_{max\,доп}$. Дальнейшая эксплуатация на участке ΔT_2 может привести к образованию недопустимо большого зазора, а это, в свою очередь, может вызвать нежелательные явления в виде отказа или аварии.

Величина зазора в механической системе зависит от точности изготовления, режимов и времени эксплуатации.

Точность изготовления значительно влияет на такое проявление надежности, как долговечность. Поясним это следующим примером.

На рис. 1.5 представлено два варианта изготовления сочленения деталей трения $A—B$ и $A_1—B_1$.

Детали $A—B$ и $A_1—B_1$ имеют одинаковые максимально и минимально допустимые зазоры $\Delta_{max\,доп}$, $\Delta_{min\,доп}$.

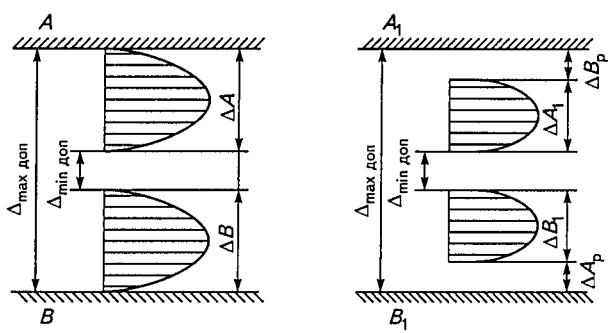


Рис. 1.5. Влияние точности изготовления деталей трения на их долговечность (2 варианта изготовления сочленения деталей трения $A—B$ и $A_1—B_1$)

Детали A и B имеют допуски на размеры ΔA и ΔB, которые реализуются принятой технологией изготовления. За счет более высокой точности технологического процесса изготовления деталей A_1 и B_1 фактические допуски составят ΔA_1 и ΔB_1. Из сравнения вариантов изготовления получаем резервы технологической точности $\Delta A_р$ и $\Delta B_р$ и устанавливаем, что сочленение A_1—B_1, выполненное с технологическим резервом, будет более долговечным, так как начальный фактический зазор здесь будет меньше, чем в случае сопряжения A—B.

1.3. Надежность и качество

Надежность является одним из критериев качества объекта и занимает важное место в системе узаконенных показателей качества. Рассмотрим кратко существующую классификацию показателей качества, регламентированную ГОСТ 22851 «Выбор номенклатуры показателей качества промышленной продукции. Основные положения».

Стандарт устанавливает следующий перечень основных групп показателей качества:

1) *показатели назначения* — характеризуют свойства продукции, определяющие основные функции, для выполнения которых она предназначена (производительность, скорость, мощность и т. д.);

2) *показатели надежности* — характеризуют свойства безотказности, долговечности, ремонтопригодности и сохраняемости (с методами их определения познакомимся в данном учебном пособии);

3) *эргономические показатели* — характеризуют систему «человек — изделие» и учитывают комплекс гигиенических, антропометрических, физиологических и психологических свойств человека, проявляющихся в производственных и бытовых процессах;

4) *эстетические показатели* — характеризуют информационную выразительность, рациональность формы, целостность композиции и совершенство производственного исполнения продукции (например, соответствие моде, стилю; цвет, четкость исполнения фирменных знаков и др.);

5) *показатели технологичности* — характеризуют свойства продукции, обусловливающие оптимальное распределение затрат материалов, средств труда и времени при изготовлении продукции (это, например, трудоемкость изготовления, технологическая себестоимость изделия);

6) *показатели транспортабельности* — характеризуют приспособленность продукции к перемещению в пространстве (транспортированию);

7) *показатели стандартизации и унификации* — характеризуют насыщенность продукции стандартными, унифицированными и оригинальными частями (например, коэффициент применяемости, коэффициент повторяемости);

8) *патентно-правовые показатели* — характеризуют степень обновления технических решений, использованных в продукции, их патентную защиту, а также возможность беспрепятственной реализации продукции в России и за рубежом; к патентно-правовым показателям относятся, например, показатели патентной защиты, патентной чистоты;

9) *экологические показатели* — характеризуют уровень вредных воздействий на окружающую среду, возникающих при эксплуатации или потреблении продукции; к экологическим показателям, например, относятся: вероятность выбросов в окружающую среду вредных частиц, газов (и их концентрация), вероятность излучений при хранении или эксплуатации продукции;

10) *показатели безопасности* — характеризуют особенности продукции, связанные с ее безопасностью для обслуживающего персонала; к показателям безопасности, например, относятся: вероятность безотказной работы, время срабатывания защитных устройств.

11) *экономические показатели* — характеризуют затраты на разработку, изготовление, эксплуатацию или потребление продукции;

12) *показатели однородности* — характеризуют рассеяние фактических значений определенного показателя качества у разных единиц продукции одного вида; например: среднеквадратическое отклонение значений показателей качества; размах — разность максимального и минимального результатов измерений.

Показатели качества, так подробно представленные здесь, рассматриваются в различных учебных курсах. Эти показатели взаимосвязаны. Интересующие нас показатели надежности также находятся в тесной связи с другими показателями качества.

1.4. Понятия и определения

Для обеспечения единства понятий и определений в теории надежности выпущен стандарт, устанавливающий единую терминологию, — ГОСТ 27.002 «Надежность в технике. Термины и определения». Рассмотрим некоторые основные понятия стандарта.

Надежность — свойство объекта сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, характеризующих способность выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях применения, технического обслуживания, хранения и транспортирования. Надежность — комплексное свойство, которое в зависимости от назначения объекта и условий его эксплуатации может проявляться через безотказность, долговечность, ремонтопригодность и сохраняемость — как в отдельности, так и через определенное сочетание этих свойств, как для объекта в целом, так и для его частей.

Безотказность — свойство объекта непрерывно сохранять работоспособное состояние в течение некоторого времени или некоторой наработки.

Долговечность — свойство объекта сохранять работоспособное состояние до наступления предельного состояния при установленной системе технического обслуживания и ремонта.

Ремонтопригодность — свойство объекта, заключающееся в приспособленности к поддержанию и восстановлению работоспособного состояния путем технического обслуживания и ремонта.

Сохраняемость — свойство объекта сохранять в заданных пределах значения параметров, характеризующих способность объекта выполнять требуемые функции, в течение и после хранения и (или) транспортирования.

Отказ — событие, заключающееся в нарушении работоспособного состояния объекта.

Работоспособное состояние — состояние объекта, при котором значения всех параметров, характеризующих способность выполнять заданные функции, соответствуют требованиям нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документации.

Предельное состояние — состояние объекта, при котором его дальнейшая эксплуатация недопустима или нецелесообразна либо восстановление его работоспособности невозможно или нецелесообразно.

Наработка — продолжительность или объем работы объекта (в ч, $м^3$, км, кг и т. д.).

Термин «наработка» является специфическим для теории надежности. Объект может работать непрерывно или с перерывами. В последнем случае учитывается суммарное время работы.

Различают «суточную наработку», «месячную наработку», «наработку до первого отказа», «наработку между отказами» («наработка на отказ»), «заданную наработку» и т. д.

Под *объектом* или *изделием* в теории надежности понимается как целая система (например, технологическая линия производства какого-либо химического продукта), так и ее элементы (например, сооружения, установки, машины, аппараты, приборы, их узлы, части, отдельные детали).

1.5. Надежность и инженерный мир. Служба надежности

В последнее время инженерный мир столкнулся с рядом задач, связанных с неопределенностью. В прошлом такие задачи решались простым усреднением величин, влияющих на надежность объекта. Такие величины, как влажность атмосферного воздуха, температура окружающего воздуха по сезонам или годам, имеют некоторое распределение. И простое усреднение этих и других величин приводит к неоправданным запасам. Возьмем, к примеру, выбор допускаемого напряжения $[\sigma]$, которое, как известно, выбирается из нескольких механических характеристик прочности: $\sigma_т$ — предел текучести, σ_b — предел прочности, $\sigma_д$ — предел дли-

тельной прочности и др. Для определения допускаемого напряжения путем усреднения мы вынуждены вводить коэффициенты запаса: $n_т = 1{,}5$ — по пределу текучести; $n_b = 2{,}4$ — по пределу прочности; $n_д = 1{,}5$ — по пределу длительной прочности и т. д. Но известно, что распределения этих механических характеристик подчиняются нормальному закону и введение таких коэффициентов запаса приводит к неоправданному расходу ценного металла или другого материала. Поэтому для решения таких задач необходимо применять новые подходы, разрабатываемые теорией надежности. В дальнейшем в этом пособии мы расскажем о некоторых из этих подходов.

Надежность не может основываться на классическом детерминированно-функциональном подходе. Взаимосвязь между событиями — не точная функциональная (детерминированная), а с некоторой степенью неопределенности. Такая связь называется *вероятностной, стохастической.* Поэтому математическим аппаратом теории надежности являются: теория вероятности, математическая статистика, теория операций, теория принятия решений и др.

Говоря о практической надежности, необходимо сказать и о службе надежности, которая должна быть на каждом предприятии химической и родственных отраслей. Служба надежности стремится обоснованно предсказать возможность повышения работоспособности оборудования. Должен превалировать принцип предсказуемого обслуживания вместо предупредительного. Необходимо заниматься не только устранением возникших неисправностей, но и предсказывать и предупреждать возможные неисправности. Необходимо проводить работы не в соответствии с общим расписанием, а по реальному состоянию объектов.

Какие же предпосылки существуют для создания такой службы надежности на каждом предприятии? Это:

1) возросшее использование вычислительной техники для сбора, обработки и анализа информации о работающем оборудовании;

2) усовершенствованная технология управления работой оборудования и обнаружения зарождающихся неисправностей;

3) повышение квалификации персонала (кадров) по обслуживанию оборудования.

Возникает вопрос: а стоит ли заниматься созданием службы надежности? Приведем примеры. В США за последние годы предпринимаются огромные усилия по повышению эффективности обслуживания. Так, 36 ведущих фирм по химическим методам переработки сырья затратили на обслуживание оборудования 8 млрд долл. Для десяти крупнейших фирм в области химической технологии снижение затрат на обслуживание на 10 % дает прибыль 420 млн долл.

Рассмотрим более подробно предпосылки для создания службы надежности на предприятиях.

Первая предпосылка заключается в следующем. Современный химический комбинат или производственное объединение

(ПО) имеет ~1000 и более единиц оборудования. Это насосы, компрессоры, теплообменники, электродвигатели, дробилки, сушилки и др. Блок данных об этом оборудовании закладывается в память ЭВМ. Это сведения о неполадках, их причинах, времени простоя, стоимости простоя и ремонта и др. Затем в действие вступает система обработки информации. Такие системы отвечают на вопросы:

Где возникли отказы?

Почему они возникли?

Как их предупредить?

Вторая предпосылка, касающаяся усовершенствования технологии управления работой оборудования, предполагает решение проблемы трех модулей ненадежности:

1) узлы вибрации;

2) трение и износ (триботехника);

3) коррозия.

Современные контролирующие и управляющие приборы позволяют осуществлять регистрацию вибраций, скорости вращения валов, параметров работы, состояния масла системы и др. Контроль работы оборудования позволяет определять, например, скорость коррозии неразрушающими методами — ультразвуковыми приборами; повреждения емкостей, напряженное состояние — акустическими методами; высокочастотные колебания выявляют дефекты с механическими или термическими напряжениями.

Третья предпосылка, касающаяся персонала, предполагает повышенные требования к нему, его подготовку и повышение квалификации.

Глава 2

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ

2.1. Событие, случайная величина, вероятность

Бóльшая часть величин, характеризующих надежность (показатели надежности) конкретного аппарата или технологической системы, носит вероятностный характер. Это значит, что тот или иной показатель надежности справедлив лишь по отношению к большому числу образцов либо к одному образцу, но при условии, что наблюдение за ним ведется так долго, что имеется возможность наблюдать большое число отказов.

Вероятностный характер показателей надежности обусловлен тем, что бóльшую часть своего срока службы технический объект находится на этапе нормальной работы (см. рис. 1.3), когда отказы происходят внезапно, т. е. носят случайный характер.

Однако и на этапе износа и старения, несмотря на то что приближение отказа того или иного объекта можно предвидеть (т. е. он носит не случайный, а закономерный характер), самый момент отказа точно предсказать невозможно, а это означает, что время безотказной работы так же, как и на этапе нормальной работы, является случайной величиной.

Таким образом, процесс появления отказа является *случайным событием.*

Событием вообще будем называть качественный или количественный результат опыта, проводимого при вполне определенных условиях. Или *событием* называется всякий факт, который в результате опыта может свершиться или не свершиться.

События можно разделить на три группы.

Первую группу образуют *достоверные события.* Это событие, которое неизбежно (обязательно) произойдет, если будут выполнены вполне определенные условия. Причины достоверного события немногочисленны, очевидны и поддаются точному учету. Например, совершенно достоверным является факт свечения исправной электролампочки, если ее ввинтить в исправный патрон, к контактам которого приложено напряжение.

Вторая группа — *невозможные* события, т. е. такие события, которые при определенных и известных условиях произойти не могут, так как отсутствуют причины для их возникновения. Эти причины, как и причины достоверных событий, можно полностью учесть и на основе их анализа сделать вывод о невозможности данного события. Например, если в электрической сети отсутствует напряжение, то работа электродвигателя, питающегося от сети, является событием невозможным.

Третья группа — случайные события. Случайным называется такое событие, которое при рассматриваемом сочетании условий может произойти, а может и не произойти. Случайные события не являются беспричинными. Они имеют множество причин, но нельзя заранее точно предсказать, возникнет ли такая совокупность причин, которая приведет к данному событию. Изучая причины случайных событий и действующие между ними взаимные связи, можно значительно лучше предсказывать те или иные события.

Наряду с понятием случайного события важное значение имеет понятие *случайной величины.* Случайной называется величина, которая в результате опыта может принять то или иное значение, причем заранее не известно, какое именно.

Все случайные величины можно разделить на две группы: непрерывные случайные величины и дискретные случайные величины.

Непрерывные случайные величины могут принимать *любые* числовые значения, которые лежат в некотором интервале. В качестве непрерывных случайных величин можно отметить время безотказной работы объекта, уровень того или иного технического параметра и т. д.

Дискретные случайные величины могут принимать *определенные* числовые значения, которые отделены одно от другого некоторыми промежутками. Дискретными случайными величинами являются: число отказов, возникающих в течение какого-либо заданного интервала времени, число неисправных устройств и т.д.

Проводя какой-либо опыт или наблюдение, мы не можем заранее сказать, какое значение примет в том или ином опыте та или иная случайная величина. Ввиду этого для количественной оценки случайной величины используется *вероятность* того, что случайная величина окажется равной заданному значению или будет находиться в указанном интервале ее возможных значений.

Таким образом, *вероятность* есть численная мера объективной возможности данного события.

Вероятностью события (P) называется отношение числа благоприятствующих ситуации случаев к числу всех возможных:

$$P = n_i/n, \tag{2.1}$$

где n_i — число свершений интересующего нас события; n — общее число проведенных экспериментов.

Вероятность достоверного события принята за единицу, а вероятность невозможного — за нуль. Тогда вероятность случайного события лежит в пределах от ноля до единицы.

Если при данных испытаниях может произойти одно из рассматриваемых событий A_1, A_2, ..., A_n, а вместе они произойти не могут, то такие события называются *несовместимыми*.

2.2. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Распределение вероятностей

Теорема сложения вероятностей. Если в некотором испытании могут иметь место несколько несовместимых событий, то вероятность наступления одного из них равна сумме вероятностей этих событий.

Математически эта теорема запишется так:

$$P\ (\text{или } A_1, \text{ или } A_2, \ldots, \text{ или } A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \ldots + P(A_n). \tag{2.2}$$

На практике чаще всего рассматривают два противоположных события: состояние работоспособности системы (или элемента) и состояние отказа. Естественно, что эти два события являются несовместимыми, т. е. любая система в данный момент времени может находиться только в одном состоянии: или в рабочем, или в нерабочем.

В таком случае в теории вероятности считают, что несовместимые события образуют полную группу, для которой можно записать

$$P + Q = 1, \tag{2.3}$$

где P — вероятность того, что система работоспособна; Q — вероятность того, что система не работоспособна, т. е. наступит отказ.

В общем случае для полной группы событий $A_1, A_2, ..., A_n$ имеем

$$\sum_{i=1}^{n} P(A_i) = 1. \tag{2.4}$$

Сложным называется событие, которое состоит в совпадении (совместном наступлении) нескольких простых событий.

Простые события, составляющие сложное событие, подразделяются на независимые и зависимые.

Независимыми называются такие простые события, вероятность каждого из которых не зависит от того, произошли другие простые события или нет.

Зависимыми называются такие простые события, вероятность каждого из которых зависит от того, произошли другие события, составляющие вместе с ним сложное событие, или нет.

Теорема умножения вероятностей. Вероятность сложного события, заключающегося в совместном наступлении нескольких простых независимых событий, равна произведению вероятностей этих событий.

Математическое выражение теоремы:

$$P(A_1, A_2, A_3, ..., A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) \cdot ... \cdot P(A_n). \tag{2.5}$$

Чем большее число независимых событий должно совпадать, тем меньше вероятность такого совпадения. В более общем виде теорема умножения вероятностей формулируется так: вероятность совместного наступления двух событий равна произведению вероятности одного из них на вероятность другого, вычисленную в предположении, что первое событие произошло. Запишем это в виде уравнения

$$P(A \text{ и } B) = P(A) \cdot P(B|A). \tag{2.6}$$

Теорема может применяться для нахождения вероятности совместного наступления как независимых, так и зависимых событий.

Геометрическая интерпретация теорем. Если событие A_1 есть попадание точки в область A_1 и соответственно событие A_2 — попадание точки в область A_2, то событие $A_1 + A_2$ (теорема сложения вероятностей) есть попадание точки в область, заштрихованную на рис. 2.1, *а*, а событие $A_1 \cdot A_2$ (теорема умножения вероятностей) — в область, заштрихованную на рис. 2.1, *б*.

Все основные характеристики надежности самых различных объектов являются случайными величинами.

Так, например, число отказов 100 работающих аппаратов за 1000 ч работы не может быть больше 100. Оно может принимать

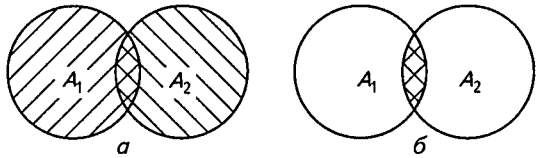


Рис. 2.1. Геометрическая интерпретация теорем сложения (*а*) и умножения (*б*) вероятностей

значения 0, 1, 2 и так далее до 100. Значит, случайное число отказов может иметь определенный ряд значений, и каждое значение оно принимает с определенной вероятностью.

Распределение вероятностей. Совокупность вероятностей всех значений, которые может принимать случайная величина, называется *распределением вероятностей.*

Распределение вероятностей очень часто подчиняется некоторой закономерности; часто встречающиеся закономерности получили определенные названия.

Перейдем к распределению непрерывных случайных величин. Примерами таких величин могут служить: наработка подшипника до отказа в часах, длительность хранения продукции различных отраслей промышленности в сутках.

Обозначим через x некоторую непрерывную случайную величину, которая может принимать любые числовые значения из промежутка a—b (рис. 2.2). Пусть x — некоторое число из этого промежутка. Определим вероятность $\mathrm{d}P$ того, что величина x принимает значения, заключенные между x и $x+\mathrm{d}x$. Эта вероятность, очевидно, пропорциональна $\mathrm{d}x$ и зависит от x.

$$\mathrm{d}P = \varphi(x)\mathrm{d}x, \tag{2.7}$$

откуда

$$\varphi(x) = \frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}x}.$$

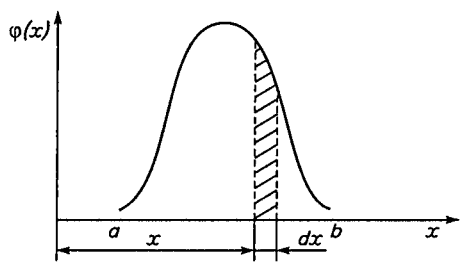


Рис. 2.2. Кривая плотности распределения вероятности

Функция $\varphi(x)$ [в научно-технической литературе $f(t)$, где t — время эксплуатации изделия] называется *плотностью распределения вероятности* случайной величины x. Кривая $\varphi = \varphi(x)$ называется кривой плотности распределения вероятности данной случайной величины (см. рис. 2.2).

Важнейшее свойство кривой плотности распределения вероятности: вероятность того, что случайная величина примет значение, принадлежащее промежутку x — $(x+\mathrm{d}x)$, равна площади, ограниченной кривой распределения, осью абсцисс и двумя ординатами при значениях случайной величины x и $x + \mathrm{d}x$. Это следует из того, что произведение $\varphi(x)\mathrm{d}x$ по уравнению (2.7) выражает вероятность того, что случайная величина x окажется в диапазоне значений x — $(x + \mathrm{d}x)$, и в то же время это площадь, ограниченная вышеназванными координатами. Отсюда следует, что если нам известна плотность распределения $\varphi(x)$ случайной величины, то вероятность того, что ее значения находятся в интервале x — $(x + \mathrm{d}x)$, равна

$$P(x) = \int_{x}^{x+\mathrm{d}x} \varphi(x)\mathrm{d}x. \qquad (2.8)$$

Кроме плотности вероятности для непрерывных распределений используется также занимающая очень важное место в теории надежности так называемая функция распределения $F(x)$:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} \varphi(x)\mathrm{d}x. \qquad (2.9)$$

Это вероятность того, что случайная величина попадает в интервал значений от $-\infty$ до x. Случай отрицательных значений случайной величины мы можем себе представить, когда имеем дело с изменением конструктивного исполнения какой-либо детали или параметра процесса, контролирующего ход, например, химической реакции.

Если для функции распределения есть таблица или график, то в обозначенных пределах ($a < x < b$) вероятность того, что будет иметь место случайное событие, равна

$$P_{a,\,b} = F(b) - F(a). \qquad (2.10)$$

Кривая плотности распределения $\varphi(x)$ строится таким образом, что вся площадь под кривой распределения равна единице:

$$F(\infty) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x)\mathrm{d}x = 1. \qquad (2.11)$$

2.3. Числовые характеристики выборки

Для вероятностного описания случайных величин широко используются числовые характеристики, назначением которых является выражение в сжатой форме наиболее существенных особенностей распределения случайной величины. Среди числовых характеристик случайной величины существуют те, которые характеризуют положение случайной величины на числовой оси, т. е. указывают некоторое среднее, ориентировочное значение, около которого группируются все возможные значения случайной величины. Такими характеристиками положения случайной величины являются математическое ожидание, мода и медиана.

Естественно, что возможно мысленно себе представить неограниченное число опытов, которое бы дало нам истинное значение вероятности, но, как правило, мы имеем дело с ограниченной случайной выборкой из бесконечной возможной совокупности, или из *генеральной совокупности*. Число элементов случайной выборки из генеральной совокупности называется *объемом выборки*.

Выборка называется *репрезентативной* (представительной), если она в основном правильно отражает особенности генеральной совокупности.

Выборка, все члены которой записаны в виде упорядоченного, возрастающего или убывающего по числовым значениям ряда, называется *вариационным рядом*.

Размахом вариационного ряда называется разность числовых значений крайних членов ряда.

Модой (*Mo*) называется наиболее вероятное значение случайной величины или то значение случайной величины, частота которого наибольшая.

Медианой (*Me*) называется такое среднее значение, которое делит совокупность всех значений случайной величины на две равные по числу членов ряда части, причем в одной из них все значения случайной величины меньше медианы, а в другой — больше.

Для того чтобы определить медиану, необходимо расположить все члены ряда в возрастающем или убывающем порядке. При нечетном числе членов ряда $n = 2m + 1$ медиана равна $Me = x_{m+1}$, при четном $n = 2m$ медиана равна $Me = \frac{x_m + x_{m+1}}{2}$.

Названные характеристики положения случайной величины показаны на рис. 2.3.

Математическое ожидание $M(x)$ — теоретическая величина, к которой приближается среднее значение случайной величины при большом числе испытаний.

Для непрерывной случайной величины

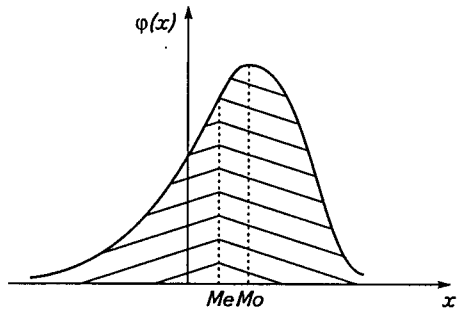


Рис. 2.3. Характеристики положения случайной величины

$$M(x)=\int_{x_{\min}}^{x_{\max}}\varphi(x)\mathrm{d}x. \tag{2.12}$$

Для дискретной случайной величины математическим ожиданием называется сумма произведений всех возможных значений случайной величины на вероятности этих значений:

$$M(x)=\sum_{i=1}^{n}(P_i x_i). \tag{2.13}$$

Дисперсия $D(x) = [\sigma(x)^2]$ — это математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от ее математического ожидания.

Для дискретной случайной величины

$$D(x)=\sum_{i=1}^{n}\left\{P_i\left[x_i-M(x)\right]^2\right\}. \tag{2.14}$$

Для непрерывной случайной величины

$$D(x)=\int_{x_{\min}}^{x_{\max}}\left[x-M(x)\right]^2\varphi(x)\mathrm{d}x. \tag{2.15}$$

Среднеквадратическое отклонение σ — это положительное значение корня квадратного из дисперсии:

$$\sigma(x)=\sqrt{D(x)}. \tag{2.16}$$

Коэффициент вариации $V(x)$ — отношение среднеквадратического отклонения к математическому ожиданию:

$$V(x) = \sigma(x)/M(x). \tag{2.17}$$

Рассмотрим физический смысл приведенных выше генеральных характеристик. Математическое ожидание $M(x)$ — это среднее

значение, центр распределения. Дисперсия является характеристикой рассеяния случайной величины, разбросанности ее значений около математического ожидания. Чем больше рассеиваются отдельные значения случайной величины, тем больше будет дисперсия, потому что суммируются квадраты отклонений от центра. Чем дальше отстоят отдельные значения от середины, тем больше будут их отклонения, тем больше будет дисперсия.

Запись $V(x) = 10\,\%$ значит, что среднеквадратическое отклонение составляет одну десятую от математического ожидания $M(x)$.

2.4. Параметрический подход к анализу данных в теории надежности

При решении различных задач теории надежности используются законы распределения вероятностей как для дискретных, так и для непрерывных случайных величин.

Наиболее часто используемыми распределениями для дискретных случайных величин являются биномиальное распределение и распределение Пуассона, а для непрерывных случайных величин — экспоненциальное, нормальное, логарифмически нормальное распределения, а также распределение Вейбулла.

2.4.1. Экспоненциальное распределение

Распределение случайной величины x называется *экспоненциальным*, если плотность вероятности имеет вид

$$f(x)=\lambda e^{-\lambda x} \tag{2.18}$$

и при условии, что $\lambda = \text{const}$ и $x \geq 0$.

Если x — наработка до отказа, то величина λ называется *интенсивностью отказов.*

График плотности распределения вероятности $f(x)$ (рис. 2.4) представляет собой спадающую экспоненту, у которой при $x = 0$ $f(x) = \lambda$, а при $x \to \infty f(x) \to 0$.

Функция распределения вероятности находится по уравнению

$$F(x)=\int_0^x f(x)\mathrm{d}x=1-e^{-\lambda x}. \tag{2.19}$$

Если x — наработка до отказа, то $F(x)$ — это вероятность отказа до момента x.

Чем больше x, тем больше вероятность отказа. График функции распределения вероятности $F(x)$ представляет собой нарастающую экспоненту, у которой при $x = 0 F(0) = 0$, а при $x \to \infty F(\infty) \to 1$.

Вероятность безотказной работы до момента x

$$P(x)=1-F(x)=e^{-\lambda x}. \tag{2.20}$$

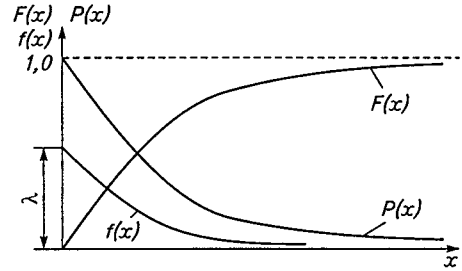


Рис. 2.4. Графики плотности распределения вероятности $f(x)$, функции распределения вероятности $F(x)$ и вероятности безотказной работы $P(x)$

График функции безотказной работы $P(x)$ представляет собой спадающую экспоненту, у которой при $x = 0 P(0) = 1$, а при $x \to \infty$ $P(\infty) \to 0$.

Если рассматривается достаточно малый промежуток времени x, при котором $\lambda(x) \le 0{,}1$, то уравнения (2.19) и (2.20) при помощи разложения в ряд Маклорена запишутся так:

$$F(x) = \lambda x; \tag{2.21}$$

$$P(x) = 1 - \lambda x. \tag{2.22}$$

Из уравнения (2.21) получаем

$$\lambda = \frac{F(x)}{x}. \tag{2.23}$$

Так как $F(x)$ — это вероятность отказа на промежутке времени x, то из уравнения (2.23) вытекает физический смысл интенсивности отказов λ: это вероятность отказа в единицу времени.

Основные характеристики экспоненциального закона:

математическое ожидание или средняя наработка до отказа

$$M(x) = x_{\text{ср}} = \int_0^\infty x f(x)\mathrm{d}x = \int_0^\infty x\lambda e^{-\lambda x}\mathrm{d}x = \frac{1}{\lambda}; \tag{2.24}$$

дисперсия

$$D(x) = \int_0^\infty [x - M(x)]^2 f(x)\mathrm{d}x = \int_0^\infty (x - \frac{1}{\lambda})^2 \lambda e^{-\lambda x}\mathrm{d}x = \frac{1}{\lambda^2}; \tag{2.25}$$

среднеквадратическое отклонение

$$\sigma(x) = \sqrt{D(x)} = \frac{1}{\lambda}; \tag{2.26}$$

коэффициент вариации

$$V(x)=\frac{\sigma(x)}{M(x)}=1. \qquad (2.27)$$

Практическое применение экспоненциального закона заключается в следующем. Часто этот закон применяется при рассмотрении наработки невосстанавливаемого изделия до его случайного отказа. Это, например, некоторые типы электрических ламп, некоторые электрические датчики, а также элементы изделий химического машиностроения.

У восстанавливаемых изделий случайными являются промежутки времени между последовательными отказами, которые при установившемся режиме работы технического объекта часто подчиняются экспоненциальному закону распределения.

2.4.2. Распределение Вейбулла

Это распределение непрерывной случайной величины x, которая может принимать только положительные значения с плотностью вероятности

$$f(x)=\frac{\alpha}{\beta}x^{\alpha-1}e^{-x^{\alpha}/\beta}; \qquad (2.28)$$

функция распределения

$$F(x)=1-e^{-x^{\alpha}/\beta}; \qquad (2.29)$$

вероятность безотказной работы

$$P(x)=e^{-x^{\alpha}/\beta}. \qquad (2.30)$$

Здесь x — величина переменная. Постоянные параметры α и β носят названия: α — параметр формы и β — параметр масштаба. В экспоненциальном распределении параметр λ один, в распределении Вейбулла их два, т. е. это распределение более сложное.

Оно служит для расчетов долговечности технических объектов, для описания распределения сроков службы различных элементов машин. Оно хорошо описывает отказы механических систем в начальный период эксплуатации и отказы из-за хрупких и усталостных разрушений. У шарикоподшипников наработка до отказа подчиняется этому распределению с показателем $\alpha = 1{,}4$. У электронных ламп $\alpha = 1{,}4 \div 1{,}6$.

При $\alpha = 1$ получим экспоненциальное распределение.

Параметры распределения α и β можно найти по формулам

$$\alpha=\frac{\ln\ln\left[\frac{1}{1-f(x_1)}\right]-\ln\ln\left[\frac{1}{1-f(x_2)}\right]}{\ln x_1-\ln x_2}; \qquad (2.31)$$

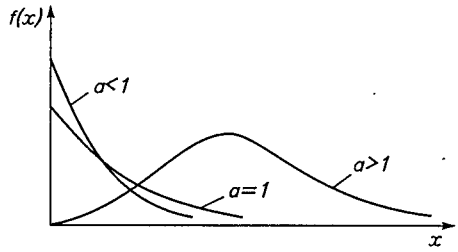


Рис. 2.5. Графики плотности распределения Вейбулла при различных значениях параметра α

$$\beta = \frac{x_1^{\alpha}}{\ln\left[\dfrac{1}{1-f(x_1)}\right]}. \qquad (2.32)$$

Графики плотности распределения Вейбулла при различных значениях параметра α приведены на рис. 2.5.

2.4.3. Нормальное распределение

Нормальное распределение занимает особое место в теории вероятностей и в теории надежности.

Нормальным распределением называется распределение вероятности непрерывной случайной величины, которая может принимать как отрицательные, так и положительные значения во всем диапазоне возможных значений от $-\infty$ до $+\infty$.

В этом отличие нормального закона от ранее рассмотренных.

Плотность вероятности имеет вид

$$f(x) = \frac{1}{\sigma(x)\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{[x - M(x)]^2}{2[\sigma(x)]^2}\right\}, \qquad (2.33)$$

где σ — положительная величина; M — любая положительная, отрицательная или нуль.

Кривая плотности вероятности нормального распределения (рис. 2.6) симметрична относительно центра и достигает максимума при $x = M(x)$.

Значит, математическое ожидание $M(x)$ — это среднее значение случайной величины, а $\sigma(x)$ — среднеквадратическое отклонение, определяющее величину рассеяния вокруг центра распределения.

Коэффициент вариации $V(x) = \sigma(x)/M(x)$ изменяется от $-\infty$ до $+\infty$.

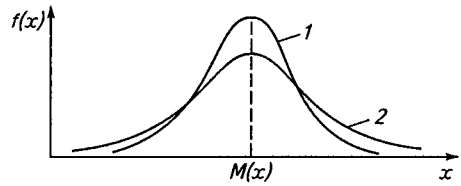


Рис. 2.6. Графики плотности вероятности нормального распределения:

1 — для $\sigma_1(x)$; *2* — для $\sigma_2(x)$; $\sigma_1(x) < \sigma_2(x)$; $M_1(x) = M_2(x) = M(x)$

Рассмотрим частный случай $M(x) = 0$, $\sigma(x) = 1$; при этом

$$\varphi_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}. \qquad (2.34)$$

Это нормированное и центрированное распределение одной переменной легко табулируется, и для него есть подробные таблицы (см. приложение П.1).

Возьмем несколько значений x и соответствующие им значения $\varphi_0(x)$ с четырьмя знаками после запятой:

x	0	1	2	3	4
$\varphi_0(x)$	0,3989	0,2420	0,0540	0,0044	0,0001

Среднее значение случайной величины 0, среднеквадратическое отклонение равно 1. Если мы от 0 отойдем на 3 среднеквадратических отклонения, то $\varphi_0(x)$ получается очень малым. Поэтому на практике говорят, что если от центра нормального распределения отложить 3σ вправо, то практически дальше уже распределение отсутствует. В силу симметрии то же самое будет, если отложить 3σ влево. Это есть так называемое правило 3σ.

Для получения более точной картины нужно отложить 4σ.

При помощи таблицы $\varphi_0(x)$ легко можно вычислить плотность вероятности нормального распределения и тогда, когда $M(x) \neq 0$ и $\sigma(x) \neq 1$.

Из формул (2.33) и (2.34) имеем:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma(x)} \varphi_0\left[\frac{x - M(x)}{\sigma(x)}\right]. \qquad (2.35)$$

Рассмотрим функцию распределения:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{\sigma(x)\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{[x-M(x)]^2}{2[\sigma(x)]^2}} \mathrm{d}x. \qquad (2.36)$$

В частном случае $M(x) = 0$ и $\sigma(x) = 1$ получаем:

$$F_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = \int_{-\infty}^{x} \varphi_0(x) dx. \qquad (2.37)$$

Для этой функции также есть таблица, она с одним входом (см. приложение П.2). Имея такую таблицу, легко вычислить функцию распределения для общего случая по формуле

$$F(x) = F_0\left(\frac{x - M(x)}{\sigma(x)}\right). \qquad (2.38)$$

Для тех же значений x приведем значение нормированной и центрированной функции распределения $F_0(x)$ [$F_0(x)$ при $M(x) = 0$ и $\sigma(x) = 1$]:

x	0	1	2	3	4
$F_0(x)$	0,5	0,8413	0,9772	0,9986	1,0000

Отсюда видно, что если ограничиться интервалом, равным 3σ, то почти полностью охватывается все распределение.

Для отрицательных значений x

$$F_0(-x) = 1 - F_0(x). \qquad (2.39)$$

Вероятность отсутствия отказа

$$P(x) = 1 - F(x) = F_0\left(\frac{x - M(x)}{\sigma(x)}\right). \qquad (2.40)$$

В таблице, приведенной на с. 32, даны «круглые» значения x и соответствующие им значения вероятностей $F_0(x)$. Можно задаться «круглыми» значениями вероятности $F_0(x)$ и искать x. Значение x, отвечающее «круглому» значению вероятности $F_0(x)$, называется *квантилью*.

Если для «круглого» значения α вероятности $F_0(x)$ обозначить квантиль через z_α, то будем иметь уравнение

$$\alpha = F_0(z_\alpha). \qquad (2.41)$$

Приведем несколько значений квантилей:

α	0,90	0,95	0,99	0,999	0,9999
z_α	1,262	1,645	2,326	3,090	3,719

Применение нормального закона:

аппроксимация наработки объекта до отказа, являющегося следствием старения и износа;

аппроксимация вероятности ошибок, возникающих при различного рода измерениях;

аппроксимация отклонений какого-либо параметра от его нормального или номинального значения.

2.4.4. Логарифмически нормальное распределение

Логарифмически нормальное распределение имеет случайная величина y, если ее логарифм $x = \lg y$ распределен нормально, т. е. плотность вероятности имеет вид

$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}}, \qquad (2.42)$$

где $x_0 = \lg y_0$.

Графики плотности вероятности логарифмически нормального распределения приведены на рис. 2.7.

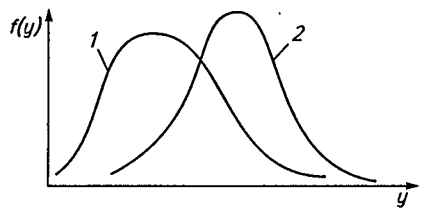


Рис. 2.7. График плотности вероятности логарифмически нормального распределения: *1* — для σ_1, *2* — для σ_2

Применение логарифмически нормального закона:

аппроксимация наработки объекта до отказа, вызванного усталостными разрушениями;

исследование ремонтопригодности, когда случайное время простоя вызвано затратами времени на отыскание и устранение отказа.

2.4.5. Композиция и суперпозиция распределений

Композиция распределений. Допустим, имеются три случайные величины: x с плотностью вероятности $f(x)$, y с плотностью вероятности $f(y)$ и z с плотностью вероятности $f(z)$.

Рассмотрим величину

$$u = x + y + z. \qquad (2.43)$$

Если x, y и z — случайные величины, то их сумма тоже будет случайной величиной. Если u — случайная величина, то она имеет плотность вероятности $f(u)$.

Закон распределения величины u называется *композицией* законов распределения величин x, y и z. Из трех законов $f(x)$, $f(y)$ и $f(z)$ получен новый закон $f(u)$. Композиция законов имеет ряд общих и частных свойств.

Общими называются такие свойства, которые не зависят от вида рассматриваемых законов распределения, а *частными* — такие, которые применимы к конкретным законам распределения.

Общие свойства композиций.

1. Математическое ожидание

$$M(u) = M(x) + M(y) + M(z). \qquad (2.44)$$

Для композиции математическое ожидание находится как сумма математических ожиданий трех данных законов. Это справедливо для любого количества законов распределения.

2. Дисперсия

$$\sigma^2(u) = \sigma^2(x) + \sigma^2(y) + \sigma^2(z). \qquad (2.45)$$

Пример: пусть имеется композиция двух законов

$$u = x + y$$

с характеристиками

$$\sigma(x) = b \text{ и } \sigma(y) = 0{,}1b.$$

Согласно уравнению (2.45) имеем:

$$\sigma^2(u) = b^2 + 0{,}01b^2 = 1{,}01b^2,$$

$$\sigma(u) = 1{,}005b.$$

Из сказанного следует: b — это среднеквадратическое отклонение величины x; для величины y среднеквадратическое отклонение равно $0{,}1b$; для величины u среднеквадратическое отклонение получилось также приблизительно равным b, т. е. если имеем две случайные величины, у которых резко отличаются друг от друга σ, то в результате композиции влияние той случайной величины, которая имеет меньшую дисперсию, аннулируется.

Частные свойства композиций.

1. Композиция любого количества нормальных распределений дает также нормальное распределение.

А как в случаях других распределений? Возьмем два экспоненциальных распределения. Пусть случайные величины x и y имеют одинаковое экспоненциальное распределение с параметром λ.

Тогда имеем:

$$M(x) = M(y) = \frac{1}{\lambda}; \sigma(x) = \sigma(y) = \frac{1}{\lambda}; u = x + y; M(u) = \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda} = \frac{2}{\lambda};$$

$$\sigma^2(u) = \frac{1}{\lambda^2} + \frac{1}{\lambda^2} = \frac{2}{\lambda^2}; \sigma(u) = \frac{\sqrt{2}}{\lambda}.$$

Коэффициент вариации

$$V(u)=\frac{\sigma(u)}{M(u)}=\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

В композиции мы получили неэкспоненциальное распределение, так как $V(u) \neq 1$.

Из всех распределений только два обладают указанным выше свойством (в композиции давать такое же распределение) — нормальное и Пуассона.

2. Если взять большое количество распределений (практически больше 9) какой угодно природы, то композиция будет близкой к нормальному распределению. Даже если взять большое количество распределений неодинаковых, с разной дисперсией, разными математическими ожиданиями и разной природы, то в итоге получим нормальное распределение.

Это важное положение теории вероятности называется *центральной предельной теоремой*, которая определяет особую роль нормального распределения в теории вероятности и в теории надежности.

3. Случайная величина u равна произведению логарифмически нормальных случайных величин x, y и z:

$$u = xyz. \tag{2.46}$$

Прологарифмируем уравнение (2.46):

$$\lg u = \lg x + \lg y + \lg z.$$

Логарифмы величин x, y и z распределены нормально. Это значит, что величина u имеет также логарифмически нормальное распределение.

Суперпозиция распределений. Допустим, имеется две партии изделий, изготовленных разными рабочими или из разных партий сырья в разные смены.

Пусть n_1 — количество изделий в первой партии; размер изделия — случайная величина x имеет плотность распределения $f_1(x)$.

Пусть n_2 — количество изделий во второй партии; размер изделия — случайная величина x имеет плотность распределения $f_2(x)$. Образуем новую партию, смешав n_1 изделий первой партии с n_2 изделиями второй партии. Тогда получим новое распределение с плотностью вероятности $f(x)$, которое называется *суперпозицией распределений* $f_1(x)$ и $f_2(x)$:

$$f(x) = c_1 f_1(x) + c_1 f_1(x), \tag{2.47}$$

где $c_1 = n_1/n$ и $c_2 = n_2/n$; $n_1 + n_2 = n$ и $c_1 + c_2 = 1$.

С суперпозицией распределений часто встречаются, когда имеют дело, например, с партией изделий, полученной при смешении

изделий, изготовленных разными рабочими, в разные дни, в разные смены, из разных полуфабрикатов и т. п.

Если для $f_1(x)$ имеем $M_1(x)$ и $\sigma_1^2(x)$, а для $f_2(x)$ — $M_2(x)$ и $\sigma_2^2(x)$, то для суперпозиции получаем ее характеристики:

$$M(x) = c_1 M_1(x) + c_2 M_2(x);$$
$$\sigma^2(x) = c_1\sigma_1^2(x) + c_2\sigma_2^2(x) + c_1 c_1 [M_1(x) - M_2(x)]^2. \qquad (2.48)$$

2.4.6. Пример математической обработки результатов наблюдений при экспоненциальном законе распределения

Покажем обработку результатов наблюдений для определения оценок числовых характеристик и вида закона распределения случайных величин x на примере наработки на отказ насоса, перекачивающего горячую кислоту.

В результате наблюдений получено сто случайных значений времени безотказной работы насоса t (ч), которые приведены ниже:

314	8	77	133	35	31	68	32	25	169
249	216	16	17	367	48	18	62	54	49
145	6	95	29	224	6	47	70	16	105
107	26	12	15	128	108	7	125	7	78
85	8	107	19	206	27	8	144	12	101
56	6	225	18	146	43	209	55	70	18
34	49	16	64	79	38	46	4	187	25
22	165	28	294	37	61	5	14	78	27
17	9	32	21	41	4	18	34	154	6
8	370	1	21	63	28	149	368	189	25

Приведенный экспериментальный статистический материал для придания ему наглядности и компактности целесообразно представить в виде статистического ряда.

В множестве данных легко находится минимальный член ряда — 1 ч и максимальный — 370 ч.

Размах ряда составляет

$$t_{max} - t_{min} = 370 - 1 = 369 \text{ (ч)}.$$

Весь диапазон значений случайной величины t_i ($n = 100$) разбивается на интервалы. Для удобства расчетов интервалы целесообразно принимать равными. Количество их берется от 7 до 15. Большое число интервалов принимается для весьма обширного и довольно однородного статистического материала.

Примерная величина интервала Δt определяется по формуле

$$\Delta t = \frac{t_{max} - t_{min}}{1 + 2{,}31 \lg n}. \qquad (2.49)$$

Если при выбранных по формуле (2.49) равных интервалах количество значений случайной величины в интервале оказывается меньше 10, то принимаются интервалы различной длины.

Для каждого интервала проведем подсчеты и представим их в табл. 2.1:

Таблица 2.1. **Обработка статистического ряда**

№	Интервал	Размах	n_i	$P_i = n_i/n$	t_i	$P_i t_i$	$\Sigma(n_i/n)$	$\frac{n_i}{n\Delta t}$	$P_i[t_i - M(t)]^2$
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*
1	0—10	10	15	0,15	5	0,75	0,15	0,015	735
2	10—20	10	14	0,14	15	2,1	0,29	0,014	504
3	20—30	10	11	0,11	25	2,75	0,40	0,011	275
4	30—50	20	15	0,15	40	6,0	0,55	0,0075	183,75
5	50—80	30	14	0,14	65	9,1	0,69	0,0047	14
6	80—110	30	1	0,07	95	6,65	0,76	0,0023	28
7	110—150	40	8	0,08	130	10,4	0,84	0,0020	242
8	150—190	40	5	0,05	170	8,5	0,89	0,0013	451,25
9	190—250	60	6	0,06	220	13,2	0,95	0,0010	1261,5
10	250—370	120	5	0,05	310	15,5	1,0	0,0004	2761,25
Σ			100	1,0		$M(t) =$ $= 75$ ч			$D(t) =$ $= 6456$ ч^2

в *колонке 1* даны номера разрядов разбивки интервала варьирования;

в *колонке 2* — границы каждого интервала, причем условимся, что каждый предыдущий интервал содержит конечную точку, а каждый последующий не содержит точки начала;

в *колонке 3* показана числовая величина размаха интервала;

в *колонке 4* — количество значений случайной величины, попавших в интервал, т. е. абсолютная частота;

в *колонке 5* подсчитана относительная частота, или эмпирическая вероятность:

$$P_i = n_i/n, \qquad (2.50)$$

причем в данном случае $n = 100$; накопленная частота для всех интервалов должна быть равна единице, что служит проверкой правильности вычисления частоты для каждого интервала;

в *колонке 6* отмечены координаты t_i середины каждого интервала;

в *колонке 7* приведены произведения $P_i t_i$, которые в сумме дают координату центра распределения, т. е. статистическое среднее:

$$\sum(P_i t_i) = M(t) = 75 \text{ (ч)};$$

в *колонке 8* дана накопленная частота $\Sigma(n_i/n)$, или $F^*(t)$;

в *колонке 9* — эмпирическая плотность вероятности $\frac{n_i}{n\Delta t}$, или $f^*(t)$;

в *колонке 10* указано произведение $P_i[t_i - M(t)]^2$, служащее для определения статистической дисперсии $D(t)$:

$$D(t) = \Sigma\{P_i[t_i - M(t)]^2\} = \Sigma\{P_i[t_i - 75]^2\} = 6456 \text{ (ч}^2\text{)}.$$

Среднеквадратическим отклонением $\sigma(t)$ будет положительное значение корня квадратного из дисперсии:

$$\sigma(t) = \sqrt{D(t)} = \sqrt{6456} \approx 80 \text{ (ч)}. \qquad (2.51)$$

Коэффициент вариации

$$V(t) = \frac{\sigma(t)}{M(t)} = \frac{80}{75} = 1{,}07. \qquad (2.52)$$

Часто в статистических исследованиях используют следующие характеристики: среднеквадратическая ошибка определения среднего арифметического (математического ожидания)

$$\Delta M(t) = \frac{\sigma(t)}{\sqrt{n}} = \frac{80}{\sqrt{100}} = 8 \text{ (ч)} \qquad (2.53)$$

и среднеквадратическая ошибка определения среднеквадратического отклонения

$$\Delta\sigma(t) = \frac{\sigma(t)}{\sqrt{2n}} = \frac{80}{\sqrt{200}} = 5{,}7 \text{ (ч)}. \qquad (2.54)$$

Тогда, округляя значения отклонений, получим

$$M(t) = 75 \pm 8 \text{ (ч)}.$$

Для построения гистограммы (рис. 2.8) по оси абсцисс t откладываются интервалы Δt_i (из колонки *2* табл. 2.1) случайной величины t_i и на каждом из интервалов строится прямоугольник с площадью, равной частоте появления случайной величины в данном интервале. Высоты прямоугольников пропорциональны соответствующим частотам и равны эмпирической плотности вероятности $n_i/(n\Delta t)$ (данные колонки *9* табл. 2.1) для каждого интервала.

На рис. 2.8 представлена гистограмма распределения, где значения статистической вероятности отложены от середины каждого интервала. Исходя из характера гистограммы можно предположить, что исследуемая случайная величина распределена по экспоненциальному закону. Об этом свидетельствует также почти полное совпадение по величине математического ожидания $M(t) = 75$ ч и среднеквадратического отклонения $\sigma(t) = 80$ ч случайной величины t (коэффициент вариации $V \approx 1$).

Приняв в качестве математического ожидания наработки на отказ его оценку (статистическое среднее) $M(t) = 75$ ч, можно написать:

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t_i}, \text{ или } f(t) = \lambda \exp(-\lambda t_i). \qquad (2.55)$$

Поскольку при экспоненциальном законе распределения $\lambda = 1/M(t) = \text{const}$, то

$$f(t) = \lambda \exp(-\lambda t) = 0{,}013\, e^{-0{,}013t}. \qquad (2.56)$$

Используя таблицы функции e^{-x} (см. приложение П.3), можно рассчитать значения плотности вероятности на *границах интервалов* (см. табл. 2.2, *колонка 5*).

На гистограмме, приведенной на рис. 2.8, построена выравнивающая кривая распределения, представляющая собой график функции $f(t)$, которая, сохраняя в основном существенные особенности статистического распределения, свободна от случайных неправильностей хода гистограммы.

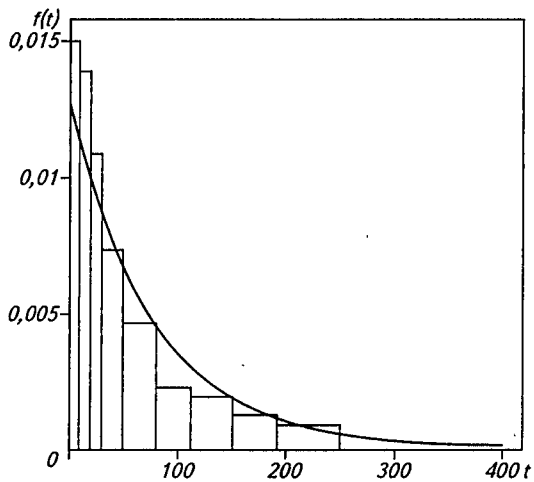


Рис. 2.8. Гистограмма наработки на отказ и выравнивающая кривая

При подборе теоретической кривой распределения между ней и статистическим распределением неизбежны некоторые расхождения. При этом необходимо знать, объясняются ли эти расхождения только случайными обстоятельствами, связанными с ограниченным числом опытных данных, или они являются существенными и связаны с тем, что подобранная кривая плохо выравнивает данные распределения.

Установить это можно с помощью *критерия* χ^2, называемого также *критерием согласия Пирсона*:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{[n_i - nP'(t_i)]^2}{nP'(t_i)}, \qquad (2.57)$$

где k — число интервалов статистического распределения, в нашем примере $k = 10$; n_i — количество значений случайной величины в каждом интервале (см. табл. 2.1, *колонка 4*); n — общее число наблюдаемых значений случайной величины, в нашем примере $n = 100$; $P'(t_i)$ — теоретическая вероятность попадания случайной величины в i-й интервал.

Значения вероятностей попадания случайной величины в i-й интервал приведены в *колонке 5* табл. 2.2.

Они численно равны приращению функции распределения на интервале:

$$P'(t_i < t < t_{i+1}) = F(t_i + 1) - F(t_i). \qquad (2.58)$$

Таблица 2.2. **Теоретические значения вероятностей**

№	t_i	λt_i	$e^{-0{,}013t_i}$	$P'(t_i)$	$nP'(t_i)$	$\sum_{i=1}^{k} \frac{[n_i - nP'(t_i)]^2}{nP'(t_i)}$
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*
1	0	0	1	—	—	—
2	10	0,13	0,878	0,122	12,2	0,643
3	20	0,26	0,770	0,108	10,8	0,948
4	30	0,39	0,677	0,093	9,3	0,311
5	50	0,65	0,522	0,155	15,5	0,016
6	80	1,04	0,353	0,169	16,9	0,500
7	110	1,43	0,239	0,114	11,4	1,70
8	150	1,95	0,142	0,097	9,7	0,298
9	190	2,47	0,085	0,037	3,7	0,457
10	250	3,25	0,039	0,046	4,6	0,426
11	370	4,81	0,008	0,031	3,1	1,16
						$\Sigma = 6{,}463$

Распределение χ^2 зависит от параметра R, называемого *числом степеней свободы*.

Число степеней свободы равно числу интервалов k за вычетом числа независимых условий (связей) S, наложенных на частоты n_i/n:

$$R = k - S. \tag{2.59}$$

Для экспоненциального закона распределения случайной величины число связей $S = 2$, для нормального $S = 3$.

Для распределения χ^2 имеется специальная таблица (см. приложение П.4), пользуясь которой можно для полученного значения χ^2 и определенного числа степеней свободы R найти вероятность того, что величина, распределенная по закону χ^2, превзойдет это значение. При этом, если получаемая вероятность больше 0,3—0,4, обычно признают, что экспериментальные данные не противоречат принятому теоретическому закону распределения случайной величины.

В нашем примере $\chi^2 = 6{,}463$ и число степеней свободы $R = 10 - 2 = 8$. По таблице для значений $\chi^2 = 6{,}463$ и $R = 8$ находим $P = 0{,}6$.

К наиболее часто употребляемым критериям согласия наряду с критерием «хи-квадрат» относится также *критерий Колмогорова*. В качестве меры расхождения между теоретическим и статистическим распределениями Колмогоров рассматривает максимальное значение модуля разности между статистической функцией распределения $F^*(t)$ и соответствующей теоретической функцией распределения $F(t)$:

$$D = \max\left|F^*(t) - F(t)\right|. \tag{2.60}$$

Величина D находится из графиков $F^*(t)$ и $F(t)$. На рис. 2.9 приведены графики статистической и теоретической (экспоненциальной) функций распределения для рассматриваемого примера.

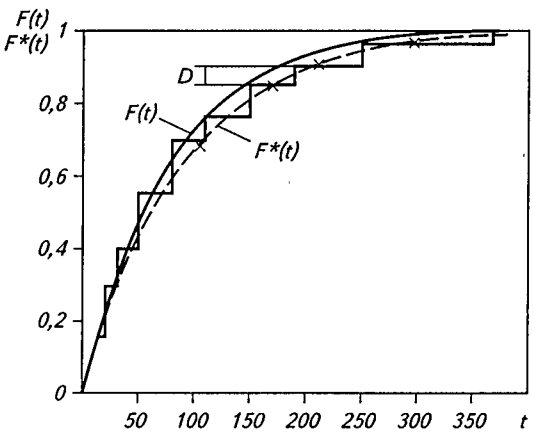


Рис. 2.9. Графики статистической $F^*(t)$ и теоретической $F(t)$ функций распределения

Для построения интегральной статистической функции распределения $F^*(t)$ используется накопленная частота $\Sigma n_i/n$ (см. табл. 2.1, *колонка 8*). Для построения теоретической функции распределения (экспоненциальной) воспользуемся выражением для этой функции

$$F(t)=1-e^{-\lambda t}=1-e^{-0{,}013t}$$

и данными *колонки 4* табл. 2.2.

Из рис. 2.9 видно, что максимум $D = 0{,}06$. Далее определяется величина $\lambda^* = D\sqrt{n}$ и по приложению П.5 находится вероятность $P(\lambda^*)$. Для рассматриваемого примера $\lambda^* = 0{,}06\sqrt{100} = 0{,}6$ и $P(\lambda^*) = 0{,}864$.

Вероятность $P(\lambda^*)$ не является малой, таким образом, гипотеза об экспоненциальном законе распределения времени безотказной работы насоса подтверждается также и критерием Колмогорова.

2.4.7. Пример математической обработки результатов наблюдений при нормальном законе распределения

Имеются статистические данные наработки на отказ пластинчатого транспортера. Необходимо провести математическую обработку этих данных, т. е. определить числовые характеристики, закон распределения случайной величины (наработки на отказ).

Итак, имеем 105 числовых значений ($n = 105$) наработки на отказ (t, ч), представленных ниже:

134	124	194	110	118	209	111
122	44	104	114	136	73	126
165	109	101	141	148	161	144
151	106	158	226	137	64	126
162	103	121	130	208	179	112
159	127	147	105	104	138	146
84	121	155	120	88	143	149
91	94	75	195	105	115	151
134	124	194	110	118	209	111
156	105	99	143	110	71	116
132	133	161	127	131	143	125
92	98	106	101	112	105	162
141	167	149	113	107	79	190
121	153	124	74	161	120	124
58	133	142	63	112	90	138

Минимальный член ряда $t_{min} = 44$ ч.
Максимальный член ряда $t_{max} = 226$ ч.
Размах ряда $t_{max} - t_{min} = 226 - 44 = 182$ (ч).
Определим примерную величину интервала по формуле (2.49):

$$\Delta t = \frac{t_{max} - t_{min}}{1 + 2{,}3 \lg n} = \frac{182}{1 + 2{,}3 \lg 105} = 32{,}2 \text{ (ч)}.$$

Для получения интервалов равной длины (условие $N \geq 10$) примем $\Delta t = 20$ ч, тогда $N = 10$. При $\Delta t = 32{,}2$ ч $N < 10$. Условие не выполняется!

Для каждого интервала проведем подсчеты и представим их в табл. 2.3.

В *колонке 1* указаны номера разрядов разбивки интервала;

в *колонке 2* — границы каждого интервала, причем условимся, что каждый предыдущий интервал содержит конечную точку, а каждый последующий не содержит точки начала;

в *колонке 3* приводится величина размаха интервала, которая выбрана одинаковой для всех интервалов;

в *колонке 4* — количество значений случайной величины, попавших в интервал, т. е. абсолютная частота;

в *колонке 5* — подсчитанная относительная частота, или эмпирическая вероятность

$$P_i = n_i / n,$$

где $n = 105$.

Накопленная частота для всех интервалов должна быть равна единице;

в *колонке 6* отмечены координаты t_i середины каждого интервала;

в *колонке 7* указаны произведения $P_i t_i$, сумма которых дает математическое ожидание $M(t) = 128$ ч;

в *колонке 8* — накопленная частота $\Sigma n_i / n$, или функция распределения $F^*(t)$;

в *колонке 9* — эмпирическая плотность вероятности $\varphi(t) = n_i / (n \Delta t)$;

в *колонке 10* — произведение $P_i [t_i - M(t)]^2$, служащее для определения статистической дисперсии $D(t)$.

Среднеквадратическое отклонение вычислим по формуле

$$\sigma(t) = \sqrt{D(t)} = \sqrt{1200{,}2} = 34{,}6 \text{ (ч)}.$$

Коэффициент вариации

$$V(t) = \frac{\sigma(t)}{M(t)} = \frac{34{,}6}{128} = 0{,}27.$$

Среднеквадратическая ошибка определения математического ожидания

Таблица 2.3. **Обработка статистических данных**

№	Интервал Δt, ч	Размах интервала	n_i	$P_i = \frac{n_i}{n}$	t_i	$P_i t_i$	$\Sigma P_i = F^*(t)$	$\varphi(t) = \frac{n_i}{n\Delta t}$	$P_i[t_i - M(t)]^2$	$1 - F^*(t)$
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*
1	40-60	20	2	0,019	50	0,95	0,019	0,0010	115,886	0,981
2	60—80	20	7	0,067	70	4,67	0,086	0,0033	224,267	0,914
3	80—100	20	8	0,176	90	6,86	0,162	0,0038	110,019	0,838
4	100—120	20	29	0,276	110	30,38	0,438	0,0138	89,486	0,562
5	120—140	20	24	0,229	130	29,71	0,667	0,0114	0,914	0,333
6	140—160	20	19	0,181	150	27,14	0,848	0,0090	87,581	0,152
7	160—180	20	8	0,076	170	12,95	0,924	0,0038	134,400	0,076
8	180—200	20	4	0,038	190	7,24	0,962	0,0019	146,438	0,038
9	200—220	20	3	0,029	210	6,00	0,990	0,0014	192,114	0,010
10	220—240	20	1	0,010	230	2,19	1,000	0,0005	99,086	0,000
Σ		20	$\Sigma n_i = 105$	$\Sigma P_i = 1,0$		$M(t) = 128$ ч			$D(t) = 1200,2$ ч^2 $\sigma(t) = 34,6$ ч	

$$\Delta M(t)=\frac{\sigma(t)}{\sqrt{n}}=\frac{34{,}6}{\sqrt{105}}=3{,}38\ (\text{ч})$$

и среднеквадратическая ошибка определения среднеквадратического отклонения

$$\Delta\sigma(t)=\frac{\sigma(t)}{\sqrt{2n}}=\frac{34{,}6}{\sqrt{210}}=2{,}39\ (\text{ч}).$$

Тогда, округляя значения отклонений, получим:

$$M(t) = 128\ \text{ч};\ \sigma(t) = 35\ \text{ч}.$$

По данным табл. 2.3 построим гистограмму распределения (рис. 2.10). Из характера гистограммы можно предположить, что исследуемая случайная величина распределена по нормальному закону.

Приняв в качестве математического ожидания его оценку $M(t) = 127$ ч и среднее математическое отклонение $\sigma(t) = 35$ ч, получим:

$$\varphi(t)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(t_i-M(t))^2}{2\sigma^2(t)}}=\frac{1}{35\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(t_i-128)^2}{2\cdot35^2}}=0{,}0114e^{-0{,}0048(t_i-128)^2}. \quad (2.62)$$

Для выполнения операции выравнивания воспользуемся функцией распределения, которую для нормального закона можно записать так:

$$F(t)=F_0\left(\frac{t-M(t)}{\sigma(t)}\right)=F_0(z). \quad (2.63)$$

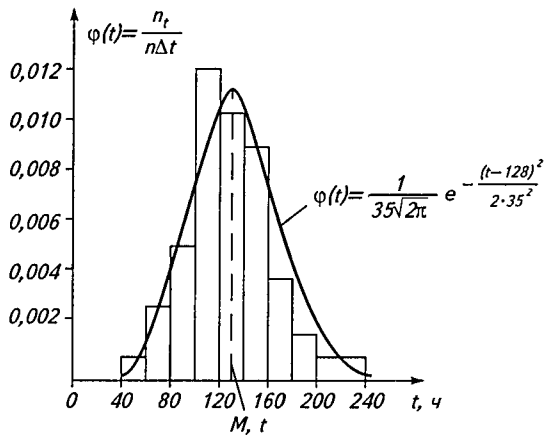


Рис. 2.10. Гистограмма распределения и кривая плотности вероятности

Для функции F_0 есть таблицы (см. приложение П.3), с помощью которых рассчитаем значения функции F_0 на границах интервалов (табл. 2.4, *колонка 4*), причем $F_0(-z) = 1 - F_0(z)$.

Критерий «хи-квадрат» в данном примере равен $\chi^2 = 7{,}426$ (см. табл. 2.4, *колонка 7*), число степеней свободы определяем по формуле $R = K - S$. Для нормального закона распределения число связей $S = 3$, а число интервалов $K = 10$:

$$R = K - S = 10 - 3 = 7.$$

Таблица 2.4. **Операции выравнивания**

№	t_i	$z = \frac{t - M_i(t)}{\sigma(t)}$	$F(t) = F_0(z)$	$P_i' = F(t_{i+1}) - F(t_i)$	nP_i'	$\frac{(n_i - nP_i')^2}{nP_i'}$	$\varphi(t)$
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*
1	40	–2,51	0,006	—	—	—	0,0010
2	60	–1,94	0,026	0,020	2,11	0,005	0,0033
3	80	–1,37	0,085	0,059	6,21	0,102	0,0038
4	100	–0,80	0,212	0,127	13,31	2,117	0,0138
5	120	–0,23	0,410	0,198	20,76	3,267	0,0114
6	140	0,34	0,634	0,225	23,58	0,008	0,0090
7	160	0,91	0,820	0,186	19,48	0,012	0,0038
8	180	1,49	0,931	0,112	11,72	1,180	0,0019
9	200	2,06	0,980	0,049	5,13	0,248	0,0014
10	240	3,20	0,999	0,019	2,01	0,487	0,0005

Из приложения П.4 для $\chi^2 = 7{,}426$; $S = 7$ находим $P = 0{,}4$.

Полученная вероятность не является малой, поэтому гипотезу о том, что значения времени безотказной работы пластинчатого транспортера распределены по нормальному закону, можно считать правдоподобной.

Построим интегральную статистическую функцию распределения $F^*(t)$, используя накопленную частоту ΣP_i (см. табл. 2.3, *колонка 8* и рис. 2.11).

Также построим выравнивающую функцию распределения $F(t) = F_0\left(\frac{t - M(t)}{\sigma(t)}\right)$ (см. табл. 2.4, *колонка 4*).

Из рис. 2.11 и из сравнения данных *колонки 8* табл. 2.3 и *колонки 4* табл. 2.4 видно, что для $t_i = 100$ ч $D_{\max}$ составляет

$$D_{\max} = |F^*(t_i) - F(t_i)| = |F^*(100) - F(100)| = |0{,}162 - 0{,}212| = 0{,}050.$$

Определим величину λ^* по формуле

$$\lambda^* = D\sqrt{n} = 0{,}050\sqrt{101} = 0{,}51.$$

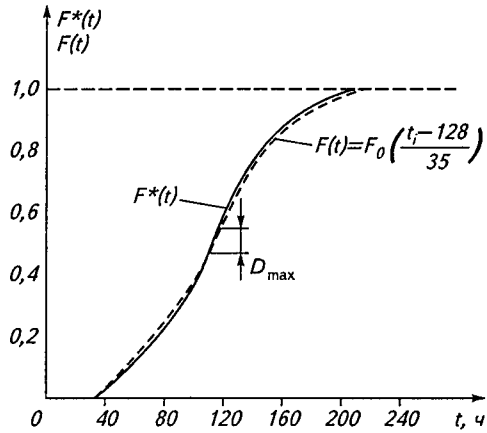


Рис. 2.11. Статистическая $F^*(t)$ и выравнивающая $F(t)$ функции распределения

Из приложения П.5 для $\lambda^* = 0{,}51$ находим $P(\lambda^*) \geq 0{,}964$ — очень высокая, значит, гипотеза о нормальном законе распределения подтверждается также и критерием Колмогорова.

2.5. Непараметрический подход к анализу данных в теории надежности

При решении многочисленных прикладных задач анализа надежности химического и нефтеперерабатывающего оборудования большинство исследователей использует статистические методы обработки данных, основанные на предположении, что количественные характеристики надежности имеют закон распределения, принадлежащий к тому или иному параметрическому семейству — Вейбулла, гауссовскому, экспоненциальному и т. д. Другая группа методов — непараметрических, базирующихся на более фундаментальных свойствах случайных величин и потому свободных от предпосылок о распределении наблюдений, остается на сегодняшний день, к сожалению, практически невостребованной.

Основные преимущества непараметрических статистических методов в сравнении с традиционными заключаются в следующем.

1. Меньшее количество неоправданных математических допущений. Истинные законы распределения характеристик надежности для большинства единиц оборудования на практике, как правило, неизвестны. Предположение же о принадлежности эмпирической плотности распределения к определенному параметрическому семейству очень часто выполняется лишь приближенно. Более того, подобное предположение требует специального теоретического обоснования. Иными словами, некорректно в процессе анализа «подгонять» некоторую выборку к

какому-либо закону распределения, а потом пытаться проверить согласие с полученным законом по той же выборке. Кроме того, исследователям на практике приходится иметь дело и с малыми выборками, для которых практически невозможна эффективная проверка гипотез об их распределении. В связи с этим следует подчеркнуть, что использование параметрических методов для оценки показателей надежности может привести к результатам, которые даже приблизительно нельзя считать убедительными. Применение непараметрических методов значительно уменьшает подобную опасность.

2. Устойчивость к выбросам и другим резким отклонениям от основной массы наблюдений. При анализе статистических рядов показателей надежности исследователи очень часто сталкиваются с выбросами. Особенно это касается интервалов времени восстановления. Однако даже одно или несколько грубых наблюдений способны сильно исказить такие выборочные характеристики, как среднее, дисперсия, стандартное отклонение, коэффициенты асимметрии и эксцесса, а также привести к многим другим ошибочным выводам при использовании именно параметрических моделей. Это связано с тем, что большая часть традиционных статистических методов, например метод наименьших квадратов, весьма чувствительна к отклонениям от условий их применимости. В таких случаях на практике проводят цензурирование данных, т. е. отбраковку грубых наблюдений, однако подобная процедура, по сути, бесполезна и малоэффективна. Кроме того, это может привести к искажению реальной ситуации, поскольку и количество, и величина подобных выбросов — случайные величины. Непараметрические методы статистики гарантируют получение устойчивых (робастных) оценок.

Робастная оценка (robust estimator) — статистическая оценка, нечувствительная к малым изменениям исходной статистической модели. Термин «робастный» введен Дж. Боксом в 1953 г. для обозначения методов, устойчивых к малым отклонениям от заданных предположений. Термин получил широкое распространение, и понятие «робастная оценка» является частным его применением. Основы математической теории робастного оценивания заложены П. Хьюбером.

Недостатки непараметрических моделей в сравнении с традиционными. К ним можно отнести следующие.

1. Меньшая информативность. Поскольку при применении непараметрических методов никаких предположений относительно распределения случайных переменных не делается, исследователи могут использовать только ту информацию об исходных данных, которая не зависит от конкретного вида параметрического закона. В то же время в теории надежности часто при решении конкретных задач, например для описания природы отказов, сроков

службы элементов оборудования, при изучении ремонтопригодности и т. д., используются конкретные распределения. В этих условиях проведения анализа только лишь эмпирических плотностей вероятности в ряде случаев может оказаться явно недостаточно.

2. Более низкая точность оценок и выводов. Большинство исследователей в области статистики придерживается подобной точки зрения. В принципе с этим утверждением можно согласиться, однако следует подчеркнуть, что непараметрические методы лишь немного уступают в эффективности наилучшим параметрическим, когда последние можно использовать.

3. Значительная вычислительная сложность. Именно из-за этого, по всей видимости, непараметрические методы до сих пор не получили должного применения на практике, хотя интенсивно развиваются на протяжении нескольких последних десятилетий. Однако широкое распространение современной компьютерной техники, разработка многочисленных программ, предусматривающих обработку больших массивов информации, по сути, нивелируют данный недостаток.

Одним из ключевых понятий в непараметрической статистике является ранг.

Рангом наблюдения называется тот номер, который получит это наблюдение в упорядоченной совокупности всех данных — после упорядочения по определенному правилу. Чаще всего упорядочение чисел производят по величине — от меньших к большим.

Процедура перехода от совокупности наблюдений к последовательности их рангов называется *ранжированием*. Результат ранжирования называют *ранжировкой*.

Трудности в назначении рангов возникают, если среди элементов выборки встречаются совпадающие. В этом случае обыкновенно используют *средние ранги*. Средние ранги вводятся так. Предположим, что наблюдение x_i имеет то же значение, что и некоторые другие из общего числа n наблюдений (совокупность одинаковых наблюдений из набора $x_1, \ldots, x_n$ называют *связкой*; количество таких одинаковых наблюдений в данной связке называют ее *размером*). Средний ранг x_i в ранжировке наблюдений $x_1, \ldots, x_n$ есть среднеарифметическое тех рангов, которые были бы назначены x_i и всем остальным элементам связки, если бы одинаковые наблюдения оказались различны.

В качестве примера рассмотрим выборку 7, 18, 20, 7, 18. Ее ранжировка равна: $1\frac{1}{2}, 3\frac{1}{2}, 5, 1\frac{1}{2}, 3\frac{1}{2}$.

Применение непараметрических, главным образом ранговых, методов в наиболее распространенных практических задачах анализа надежности будет подробно рассмотрено в последующих главах этой книги.

Глава 3

КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ (ПОКАЗАТЕЛИ) НАДЕЖНОСТИ

Для того чтобы объективно сравнивать различные типы и образцы машин и аппаратов по надежности или задаваться необходимым уровнем их надежности и осуществлять контроль за ним при производстве, испытаниях и эксплуатации, необходимо располагать количественными характеристиками (показателями) надежности.

Показатель надежности — количественная характеристика одного или нескольких свойств, определяющих надежность объекта.

При анализе надежности необходимо различать объекты невосстанавливаемые и восстанавливаемые в условиях эксплуатации. Критерии оценки этих объектов будут различными.

Восстанавливаемый объект — объект, работоспособность которого в случае возникновения отказа подлежит восстановлению в рассматриваемой ситуации.

Невосстанавливаемый объект — объект, работоспособность которого в случае возникновения отказа не подлежит восстановлению в рассматриваемой ситуации.

Химическое оборудование по большей части относится к восстанавливаемым объектам. К невосстанавливаемым объектам могут быть отнесены подшипники качения, шестерни, шпонки, болты, гайки, клиновые ремни — в химической технике, электронные лампы, полупроводники и т. д. — в радиоэлектронной технике. Могут рассматриваться и более сложные устройства — бортовые устройства на самолете, ракете, которые в полете нельзя восстановить, корпуса ракет-носителей, отработавшие в процессе вывода космических объектов на орбиту.

При изучении надежности изделий следует иметь в виду режимы их эксплуатации, которые в какой-то мере можно классифицировать следующим образом:

работа — подготовка, проверка, непосредственное использование;

покой — простой в работе, хранение (с консервацией или без консервации);

транспортировка — перемещение изделий автомобильным, воздушным, железнодорожным транспортом и др.

Эти режимы могут быть однородными и смешанными. Иногда рассматривается один определенный режим, например непосредственной работы или хранения. Но чаще встречаются смешанные режимы: работа, покой, хранение, транспортировка и т. д.

На качество и характер эксплуатации объектов, работающих в любом режиме, влияют различные факторы: климатические, вибрационные, температурные и др. При этом могут иметь место различные уровни рабочих нагрузок.

Количественные показатели надежности являются общими, но их конкретные значения сильно зависят от режимов работы изделий. Например, один уровень интенсивности отказов имеет место при хранении изделий в тропических условиях, другой уровень — при хранении изделий в умеренном климатическом поясе.

Для простоты будем рассматривать надежность изделий, работающих в однородном режиме и при определенных условиях.

3.1. Наработка на отказ

Для невосстанавливаемых изделий важным показателем является *наработка* объекта *до отказа*, а для восстанавливаемых изделий — *наработка на отказ*. Если рассматриваем какой-то конкретный объект, работающий в однородном режиме при определенных условиях, то его наработка до отказа будет иметь вполне определенное значение, и мы его узнаем, когда объект откажет. Например, если это дробилка, то наработка на отказ составит, скажем, 1000 ч; если это деталь, испытывающая знакопеременные нагрузки, то наработка на отказ составит определенное число циклов.

В массе исследуемых однотипных объектов наработка на отказ является величиной случайной. Закон распределения этой случайной величины и должен явиться предметом изучения.

Обозначим случайную величину наработки на отказ через t. Как правило, $t > 0$, иногда может быть $t = 0$, т. е. отказ наступает при первом включении.

Закон распределения случайной величины t характеризуется плотностью распределения вероятности $f(t)$ (рис. 3.1).

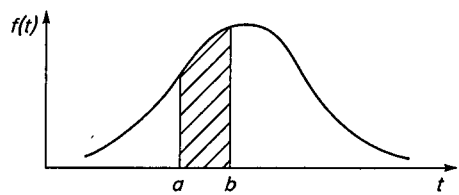


Рис. 3.1. Плотность распределения вероятности

Напомним, что площадь под кривой $f(t)$ между точками a и b равна вероятности того, что случайная величина t попадает в интервал от a до b, т. е. что отказ произойдет в этом интервале.

3.2. Вероятность отказа

Функция $f(t)$ не очень удобна для количественной характеристики надежности. Предпочтительней является характеристика

$$P(t)=1-F(t)=1-\int_0^t f(t)\mathrm{d}t, \qquad (3.1)$$

которая представляет собой *вероятность безотказной работы* до момента t.

Вид соответствующего графика показан на рис. 3.2. Форма кривой зависит от вида плотности распределения $f(t)$.

Физический смысл кривой следующий. Возьмем N_0 подшипников, поставим на специальные стенды и включим в работу под нагрузкой. В какой-то момент времени подшипник отказывает. С течением времени число работающих подшипников будет уменьшаться, и в некоторый момент времени t число работающих подшипников будет $N(t)$.

Разделим $N(t)$ на N_0, чтобы определить, какая доля испытываемых подшипников (от начального их числа) остается работоспособной к моменту времени t:

$$P(t)=\frac{N(t)}{N_0}. \qquad (3.2)$$

Вначале все объекты были работоспособны, затем доля работоспособных объектов уменьшается. Поэтому кривая $P(t)$ есть *кривая убыли работающих объектов.*

$P(t)$ — это вероятность безотказной работы объекта до момента t; можно также сказать, что $P(t)$ — это доля работоспособных объектов в момент времени t.

Если в момент времени t значение $P(t) = 0{,}7$, то можно сказать, что в этот момент работоспособны 70 % подшипников от начального их количества. А можно сказать, что вероятность того, что подшипник не выйдет из строя к этому моменту, равняется 70 %. Это две разные формы выражения одной мысли.

Кривая убыли обладает одним замечательным свойством. Если найти площадь под ней, т. е. если взять интеграл

$$\int_0^\infty P(t)\mathrm{d}t = t_{\text{ср}}, \qquad (3.3)$$

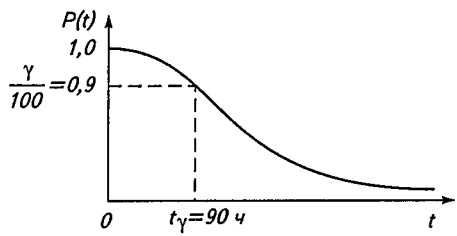


Рис. 3.2. Кривая убыли работающих объектов

то оказывается, что этот интеграл равен средней наработке до отказа ($t_{ср}$) — *среднему ресурсу*, который является характеристикой долговечности объекта.

Пользуясь графиком, изображенным на рис. 3.2, определим несколько характерных периодов времени, которые употребляются в теории надежности. Понятно, что важнейшими показателями долговечности объектов должны быть показатели, выражаемые в единицах времени или в количестве выработанной продукции, зависящем от времени (наработки). Главными показателями долговечности являются ресурс и срок службы.

Гамма-процентный ресурс — это наработка, в течение которой объект не достигнет предельного состояния с заданной вероятностью γ, выраженной в процентах.

Если, например, $\gamma = 90\,\%$, то соответствующий ресурс называется девяностопроцентным ресурсом, как это показано на рис. 3.2. Зададимся некоторой гарантийной вероятностью $\gamma/100$, близкой к единице; по кривой убыли для этой вероятности можно найти гарантийную наработку t_γ, которая связана с γ уравнением

$$P(t_\gamma) = \gamma/100. \qquad (3.4)$$

Если $\gamma/100 = 0{,}9$, то $t_\gamma = 90$ — это отрезок времени, характеризующийся тем, что к концу этого отрезка в строю останется в среднем 90 % объектов.

Для подшипников широко распространен гарантийный ресурс $t_\gamma = 90 = 10\,000$ ч для уровня вероятности 90 %. Если гарантийная наработка для подшипников составляет 10 000 ч при гарантийной вероятности 90 %, то это значит, что из массы подшипников только 10 % откажут за время, меньшее 10 000 ч, а основная масса будет работать больше 10 000 ч.

Как видно из кривой убыли, гарантийная наработка может сильно отличаться от возможной наработки. Так, если гарантийная наработка для вероятности 90 % составит 10 000 ч, то многие подшипники могут работать и 20 000 ч.

Срок службы — календарная продолжительность эксплуатации объекта. Употребляются также термины «гамма-процентный срок службы», «средний срок службы между средними (капитальными) ремонтами», «средний срок службы до среднего (капитального) ремонта», «средний срок службы до списания». Термин «срок службы» учитывает не только чистое время работы — наработку, но и время всех возможных простоев (ремонтных), праздничных и т. д.

3.3. Интенсивность отказов

Рассмотрим два момента времени: t и какой-то следующий за ним $t + \tau$ (рис. 3.3). Вероятность безотказной работы до момента t будет $P(t)$, а вероятность безотказной работы до момента $t + \tau$ будет $P(t + \tau)$.

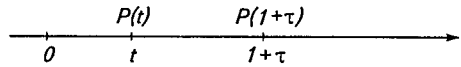


Рис. 3.3. «Линия времени»

Рассмотрим условную вероятность

$$P_t(\tau)=\frac{P(t+\tau)}{P(t)}. \tag{3.5}$$

Это вероятность безотказной работы объекта от момента t до момента $t+\tau$ при условии, что до момента t отказа не было.

Вычитая обе части уравнения (3.5) из 1, получим

$$1-P_t(\tau)=-\frac{P(t+\tau)-P(t)}{P(t)}.$$

Разделим обе части этого уравнения на τ:

$$\frac{1-P_t(\tau)}{\tau}=-\frac{P(t+\tau)-P(t)}{\tau}\frac{1}{P(t)}. \tag{3.6}$$

В левой части уравнения (3.6) стоит вероятность отказа изделия в единицу времени (при условии, что до момента t изделие не отказало).

Предел левой части уравнения (3.6) при $\tau \to 0$ обозначим через $\lambda(t)$. Эта величина называется *интенсивностью отказов*. Она представляет собой вероятность отказа в единицу времени после момента t при условии, что до момента t отказа не было.

Иначе это можно сформулировать так: интенсивность отказа в момент t равна доле объектов, которые отказывают в единицу времени после момента t, причем эта доля относится к числу объектов, которые были исправны в момент t. Пределом правой части уравнения (3.6) при $\tau \to 0$ будет производная от $P(t)$ по t, т. е. $\frac{\mathrm{d}P(t)}{\mathrm{d}t}$.

Тогда

$$\lambda(t)=\frac{1}{P(t)}\frac{\mathrm{d}P(t)}{\mathrm{d}t}. \tag{3.7}$$

Из уравнения (3.1) следует, что

$$\frac{\mathrm{d}P(t)}{\mathrm{d}t}=-f(t). \tag{3.8}$$

Поэтому

$$\lambda(t)=f(t)/P(t). \tag{3.9}$$

Запишем уравнение (3.7) в виде

$$\lambda(t)\mathrm{d}t = -\frac{\mathrm{d}P(t)}{P(t)}$$

и проинтегрируем его:

$$\int_0^t \lambda(t)\mathrm{d}t = -\int_0^P \frac{\mathrm{d}P(t)}{P(t)} = -\ln P(t),$$

или

$$\ln P(t) = -\int_0^t \lambda(t)\mathrm{d}t;$$

отсюда

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t)\mathrm{d}t}. \qquad (3.10)$$

Это важнейшая формула теории надежности невосстанавливаемых изделий.

Практика показывает, что часто интенсивность отказов изменяется со временем так, как показано на рис. 3.4.

В начальный период *I* интенсивность отказов велика — здесь многие изделия выходят из строя из-за скрытых дефектов, которые не были обнаружены в процессе производства (непровары, усадочные раковины, рыхлости и т. д.). Этот период называется *периодом приработки*. Здесь преобладают отказы, которые возникли в результате скрытых дефектов вследствие несовершенства производства, а также ошибок проектирования. Здесь также учитываются отказы, явившиеся следствием ошибок обслуживающего персонала при освоении техники.

Участок *II* является основным и учитывает интенсивность отказов в процессе длительной эксплуатации аппарата или системы. Это *период нормальной эксплуатации*. Здесь интенсивность отказов имеет примерно постоянное значение. Появление отказов на этом участке обусловлено скрытыми дефектами производства, преждевременным старением, внешними и многими другими причинами.

Исследования надежности системы на этом участке представляют наибольший интерес как для теории, так и для практики.

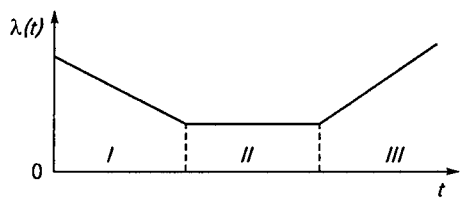


Рис. 3.4. Зависимость интенсивности отказов от времени

Для участка *III* характерно *возрастание интенсивности отказов*, что объясняется, как привило, появлением массового износа и старением элементов рассматриваемой системы.

Анализ кривой показывает, что в ряде случаев участок *I* можно исключить из эксплуатации путем проведения приработки агрегатов и выбраковки наиболее слабых элементов.

Частоту отказов на участке *II* можно понизить правильной и грамотной организацией регламентных работ, тщательным исследованием причин отказов и разработкой мероприятий по их предупреждению.

Итак, мы нашли три функции, характеризующие надежность: $f(t)$, $P(t)$, $\lambda(t)$. Достаточно знать одну из них, чтобы определить две остальные. Если известна $f(t)$, то по уравнению (3.1) находят $P(t)$, а по уравнению (3.9) определяют $\lambda(t)$. Если известна $\lambda(t)$, то по уравнению (3.10) находят $P(t)$, а затем из уравнения (3.9) — $f(t)$. Если известна $P(t)$, то, используя уравнение (3.8), определяют $f(t)$ и затем по уравнению (3.9) находят $\lambda(t)$. На практике предпочтение отдается функции $\lambda(t)$.

Для ремонтируемых изделий применяется величина $\omega(t)$ — *параметр потока отказов.*

Рассмотрим теперь случай экспоненциального распределения наработки до отказа. Используя уравнения (3.3) и (2.20), получим:

$$t_{\text{ср}} = \int_0^\infty P(t)\mathrm{d}t = \int_0^\infty e^{-\lambda t}\mathrm{d}t = \frac{1}{\lambda}. \tag{3.11}$$

Из уравнений (3.9), (2.18) и (2.20) получим:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)} = \frac{\lambda e^{-\lambda t}}{e^{-\lambda t}} = \lambda. \tag{3.12}$$

Отсюда следует, что при экспоненциальном распределении наработки до отказа интенсивность отказов является величиной постоянной, равной параметру распределения λ, а средняя наработка до отказа равна величине, обратной этому параметру.

Рассмотрим физическую сторону экспоненциального закона. Возьмем два момента времени: t и $t + \tau$ (см. рис. 3.3). Найдем по уравнению (3.5) вероятность отсутствия отказов в промежутке τ:

$$P_t(\tau) = \frac{e^{-\lambda(t+\tau)}}{e^{-\lambda t}} = e^{-\lambda\tau}. \tag{3.13}$$

Отсюда видно, что вероятность отсутствия отказа в промежутке τ не зависит от наработки t к началу этого промежутка, т. е. не зависит от «возраста» объекта к началу промежутка τ. Это свидетельствует о том, что экспоненциальное распределение применимо к таким объектам, которые не испытывают старения (износа) во время работы. Практически это распределение применимо в тех

случаях, когда процессы старения (износа) протекают медленно и рассматривается сравнительно небольшой период жизни объекта. Пусть $\lambda = 10^{-5}$ ч$^{-1}$. Тогда $t_{ср} = 100\,000$ ч = 12,6 г. Конечно, на протяжении такого срока (который принят как срок службы химических аппаратов) нельзя пренебрегать старением (износом). Но если рассматривать промежуток порядка 1000 ч, то экспоненциальный закон можно использовать.

Рассмотрим вопрос о соотношении гарантийного ресурса (гамма-процентного) и средней наработки, которая, как известно, характеризует долговечность объекта.

Используя уравнения (2.20) и (3.4), запишем

$$P(t_\gamma) = \frac{\gamma}{100} = e^{-\lambda t_\gamma}, \tag{3.14}$$

но $\lambda = 1/t_{ср}$, поэтому

$$\frac{\gamma}{100} = e^{-t_\gamma / t_{ср}}. \tag{3.15}$$

Зададимся различными уровнями гарантийной вероятности $\frac{\gamma}{100}$ (90, 95, 98 и 99 %) и составим следующую таблицу:

$\gamma/100$	0,90	0,95	0,98	0,99
$t_\gamma/t_{ср}$	0,105	0,051	0,02	0,01
$t_{ср}/t_\gamma$	9,5	19,6	50	100

Отсюда видно, что гарантийный ресурс значительно меньше среднего ресурса. Для планирования количества запасных частей надо исходить из среднего ресурса, а не из гарантийного. Именно с этим связано то, что, например, в 60-е годы держали, как правило, большое количество никому не нужных запасных элементов.

В настоящее время накоплен значительный материал по интенсивности отказов $\lambda(t)$ для неремонтируемых изделий, а также по параметру потока отказов $\omega(t)$ для изделий ремонтируемых. В большинстве случаев это данные лабораторных исследований, но иногда и показатели реальной производственной эксплуатации.

В табл. 3.1 приведены значения интенсивностей отказов некоторых изделий, полученные в лабораторных условиях (λ_L). Для реального изделия интенсивность отказов будет равна

$$\lambda = a\lambda_L, \tag{3.16}$$

а параметр потока отказов

$$\omega = a\omega_L.$$

Значения параметра потока отказов отдельных типов оборудования химических производств приведены в приложении П.12.

Значения коэффициента a приведены ниже:

Условия работы	Коэффициент a
На промышленном предприятии	10
На судне	20
На автомобиле	40
На железнодорожном транспорте	60
На самолете	100
В горных условиях	80
На ракетной системе	1000

Таблица 3.1. **Значения интенсивности отказов**

Наименование изделия	Интенсивность отказов $\lambda_L \cdot 10^3$, $ч^{-1}$		
	нижний предел	употребительное значение	верхний предел
Подшипники:			
скольжения	0,008	0,22	0,42
роликовые	0,02	0,15	1,0
шариковые			
тяжелая серия	0,07	1,8	3,5
легкая серия	0,35	0,87	1,7
Шестерни малые	0,002	0,12	0,98
Ременная передача:			
малой мощности	—	3,6	—
средней мощности	0,14	3,9	15,0
Рессоры	—	0,11	—
Шланги высокого давления	0,05	2,0	5,2
Прокладки резиновые	0,01	0,02	0,08
Трубопроводы	0,25	1,1	4,95
Уплотнения вращающиеся	0,25	0,7	1,3
Клапаны:			
запорные с резиновым уплотнением	2,6	6,0	11,8
запорные с пластмассовым уплотнением	9,3	16,3	26,5
металлические (резкая посадка)	42,0	66,0	96,7
металлические (плавная посадка)	6,7	14,3	36,0

Глава 4

КЛАССИФИКАЦИЯ ИЗДЕЛИЙ ПО НАДЕЖНОСТИ И ВЫБОР НОРМИРУЕМЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ

На всех этапах жизненного цикла изделия (на этапе проектирования, где надежность закладывается; на этапе изготовления, где надежность обеспечивается существующей технологией изготовления, и на этапе эксплуатации, где надежность поддерживается существующей системой технического обслуживания и ремонта) существует настоятельная необходимость в поддержании обратной связи, т. е. в получении информации о надежности изделия. Такая обратная связь способствует повышению качества изделия (например, производственного объекта и химического продукта, производимого с помощью этого объекта).

Этого невозможно достичь без выбора нормируемых показателей надежности.

4.1. Критерии классификации

Рассмотрим классификацию объектов химического машиностроения. Номенклатура показателей надежности для этих объектов выбирается в зависимости от следующих критериев:

класс объекта (изделия) (табл. 4.1);

временной режим эксплуатации (табл. 4.2);

Таблица 4.1. **Класс объекта**

Класс объекта		Примеры объектов
код	характеристика	
1	Невосстанавливаемые объекты общего назначения (предназначенные для использования в качестве элементов в объектах разных видов серийного производства)	Подшипник качения, конденсатор, резистор, отрезок кабеля
2	Невосстанавливаемые, неремонтируемые или подвергаемые обезличенному (нерегламентируемому) ремонту определенного вида объекты самостоятельного и целевого назначения или предназначенные для использования в качестве элементов в объекте определенного вида	Прибор, скважинный насос, колесная пара железнодорожного вагона, объекты бытовой техники
3	Восстанавливаемые объекты	Автомобиль, станок, гидротурбина, телевизор

Таблица 4.2. **Временной режим эксплуатации**

Режим эксплуатации		Пример объектов
название режима	характеристика	
Непрерывный	Период действия длится непрерывно	Нефтескважинное оборудование, турбогенератор крупной электростанции, барограф
Циклический	Определенные периоды действия и простоя чередуются с постоянной цикличностью	Городской транспорт (суточный цикл), сельскохозяйственный комбайн (сезонный цикл), мартеновское оборудование (технологический цикл)
Оперативный	Неопределенный период простоя сменяется периодом действия заданной продолжительности	Противопожарное оборудование, судовой водоотливной насос, метеорологическая ракета
Общий	Периоды действия и простоя чередуются случайным образом. Закономерность чередования не может быть установлена либо по условиям эксплуатации, либо потому, что условия эксплуатации различаются для разных экземпляров объектов одного вида	Гидротурбины электростанций, двигатели общего назначения, автомобили, торговые автоматы, бытовая техника

Таблица 4.3. **Группа надежности**

Группа надежности	Последствия отказа	Пример изделия
I	Угроза безопасности людей, значительный материальный ущерб	Агрегат большой единичной мощности, самолет, турбогенератор
II	Материальный ущерб от отказа одного порядка со стоимостью изделия	Машина или аппарат в технологической линии ограниченной мощности
III	Материальный ущерб связан с утратой изделия или с его восстановлением	Насос, прибор, бытовая техника, электроосветительная аппаратура

Таблица 4.4. **Принцип ограничения длительности использования**

Принцип ограничения длительности использования		Изделия, для которых выбирается данный принцип ограничения	Примеры
название принципа	определение		
Ограничение по назначению	Использование изделия прекращается при определенной наработке или по истечении определенного срока или по окончании выполнения задачи	Изделия I и II групп надежности, оценка технического состояния которых при эксплуатации невозможна или результаты оценки не влияют на сроки прекращения использования	Профилактическая замена элементов в крупных агрегатах и системах при плановом техническом обслуживании
Вынужденное ограничение	Использование изделия прекращается: а) из-за отказа изделия; б) по оценке технического состояния (скоро наступит отказ или предельное состояние либо изделие не выполнит определенной задачи)	Все изделия III группы надежности. Изделия I и II групп надежности, когда по оценке технического состояния можно определить сроки прекращения использования	Замена перегоревшей электрической лампочки; снятие автопокрышек с изношенным протектором; замена тормозных колодок, изношенных до допустимого предела; остановка цеха-автомата производства подшипников при увеличении доли брака; при контрольных испытаниях

последствия отказа (группа надежности) (табл. 4.3);
принцип ограничения длительности использования (табл. 4.4).

4.2. Математические модели эффективности функционирования объекта

На основании рассмотренной классификации надежности по таблице, приведенной в разделе 4.3 (табл. 4.5), осуществляется выбор нормируемых показателей надежности. В этой таблице для рассматриваемого изделия приводится два или три показателя. На

каком же основании проводится их выбор из большого числа показателей (более двадцати)? Рассмотрим этот вопрос.

Наиболее полную характеристику надежности объекта дает функциональная зависимость показателя эффективности работы объекта от времени. Нормативная таблица выбора показателя надежности рекомендует не функциональные зависимости, а те показатели надежности, которые входят в эти зависимости.

Эффективность может быть выражена в денежных единицах (доход), в единицах времени или в каких-либо других.

Чтобы найти показатель надежности для характеристики объекта, надо построить математическую модель его функционирования и принять в качестве нормированного показателя тот, который войдет в выражение математической модели эффективности функционирования объекта.

Для построения математической модели необходимо иметь две зависимости: плотности вероятности отказов $f(t)$ и зависимости эффективности функционирования изделия от времени $c(t)$. На рис. 4.1 представлены эти зависимости.

Рассмотрим функционирование N неремонтируемых изделий.

Число объектов, отказавших к моменту времени t_1 (по определению плотности распределения отказов), равно

$$N_1 = N \cdot f(t_1) \cdot \Delta t, \tag{4.1}$$

где $f(t_1)$ — значение плотности вероятности к моменту времени t_1; Δt — рассматриваемый отрезок времени.

К моменту времени t_1 образовался доход от функционирования объекта — $c(t_1)$. Очевидно, что доход, образовавшийся к моменту времени t_1 от объектов, отказавших к этому времени, равен

$$\Delta S_1 = N_1 \cdot c(t_1) = N \cdot f(t_1) \cdot c(t_1) \cdot \Delta t. \tag{4.2}$$

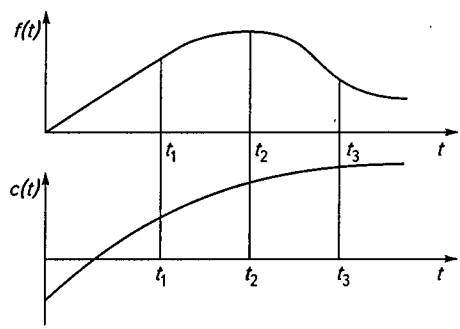


Рис. 4.1. Зависимость плотности вероятности отказов $f(t)$ и эффективности функционирования $c(t)$ от времени

Для моментов времени t_2, t_3, ..., t_i по аналогии с (4.2) можно записать:

$$\Delta S_2 = N \cdot f(t_2) \cdot c(t_2) \cdot \Delta t;$$

$$\Delta S_3 = N \cdot f(t_3) \cdot c(t_3) \cdot \Delta t;$$

.....

$$\Delta S_i = N \cdot f(t_i) \cdot c(t_i) \cdot \Delta t. \qquad (4.3)$$

Суммарный доход S_N на всем участке времени функционирования N объектов определится интегралом

$$S_N = \int_0^\infty \Delta S_i \mathrm{d}t = N \int_0^\infty f(t) \cdot c(t) \mathrm{d}t. \qquad (4.4)$$

Определим средний доход на один объект:

$$S = \frac{S_N}{N} = \int_0^\infty f(t) \cdot c(t) \mathrm{d}t. \qquad (4.5)$$

Рассмотрим интеграл (4.5) для некоторых частных случаев.

Пример 1. Пусть неремонтируемый объект работает в непрерывном режиме и доход от его функционирования линейно зависит от времени (рис. 4.2):

$$c(t) = -\beta + \gamma t. \qquad (4.6)$$

Из рис. 4.2 видно, что при $t = 0$ $c(t) = -\beta$, т. е. доход отрицателен. Это затраты на создание объекта, и период $0 < t < t_1$ — это период окупаемости, а при $t > t_1$ изделие приносит доход.

Используя выражение (4.6) для подстановки в выражение (4.5), получим:

$$S = \int_0^\infty (-\beta + \gamma t) \cdot f(t) \mathrm{d}t. \qquad (4.7)$$

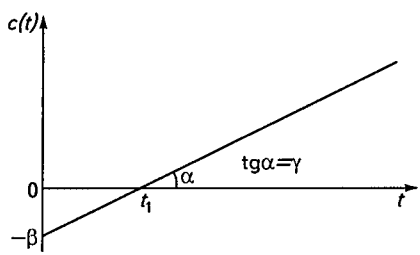


Рис. 4.2. Линейная зависимость дохода от времени

Произведем интегрирование:

$$S = -\beta \int_0^\infty f(t)\mathrm{d}t + \gamma \int_0^\infty t \cdot f(t)\mathrm{d}t. \qquad (4.8)$$

Рассмотрим интегралы в отдельности. Из теории вероятности известно, что вся площадь под кривой плотности распределения вероятности равна единице:

$$\int_0^\infty f(t)\mathrm{d}t = 1. \qquad (4.9)$$

Второй интеграл в выражении (4.8) представляет собой математическое ожидание случайной величины t, т. е. среднюю наработку до отказа:

$$\int_0^\infty t \cdot f(t)\mathrm{d}t = t_{\text{ср}}. \qquad (4.10)$$

Итак, окончательно получим:

$$S = -\beta + \gamma t_{\text{ср}};\ S = \psi(t_{\text{ср}}). \qquad (4.11)$$

Выражение (4.11) показывает, что эффективность является функцией конструктивных параметров β и γ, а также величины $t_{\text{ср}}$, которая характеризует надежность объекта и принимается в качестве нормируемого показателя надежности для изделий, характеризуемых соотношением (4.6).

Пример 2. Рассмотрим модель функционирования объекта, когда доход от его функционирования характеризуется графиком, показанным на рис. 4.3. Объект — неремонтируемое изделие, выполняющее одну определенную задачу, причем доход проявляется скачком в момент $t_{\text{р}}$ начала выполнения задачи (начала работы) и в дальнейшем остается постоянным, равным γ, а до момента $t_{\text{р}}$ это затраты, равные $-\beta$.

Аналитически это запишется так:

$$c(t) = -\beta \text{ при } t < t_{\text{р}};\ c(t) = \gamma \text{ при } t \geq t_{\text{р}}. \qquad (4.12)$$

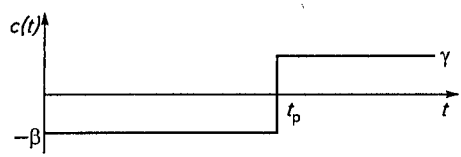


Рис. 4.3. Скачкообразная зависимость дохода от времени

Подставим (4.12) в выражение (4.5):

$$S = -\beta \int_0^{t_p} f(t)\mathrm{d}t + \gamma \int_{t_p}^{\infty} f(t)\mathrm{d}t. \qquad (4.13)$$

Рассмотрим интегралы в (4.13):

$$\int_0^{t_p} f(t)\mathrm{d}t = F(t_p) \qquad (4.14)$$

— это функция отказов за время t_p;

$$\int_{t_p}^{\infty} f(t)\mathrm{d}t = P(t_p) \qquad (4.15)$$

— это вероятность безотказной работы за время t_p.
Учитывая, что $F(t_p) = 1 - P(t_p)$, получим:

$$S = -\beta\left[1 - P(t_p)\right] + \gamma P(t_p);\ S = \psi\left[P(t_p)\right]. \qquad (4.16)$$

Таким образом, в этом примере нормируемым показателем надежности является вероятность безотказной работы. Очевидно, это справедливо для всех объектов, эффективность которых характеризуется графиком на рис. 4.3.

Пример 3. Рассмотрим модель эффективности функционирования ремонтируемого изделия. Процесс функционирования ремонтируемых изделий удобно описывать единичной функцией $\varepsilon(t)$, которая может принимать значения только единицы или нуля.

$\varepsilon(t) = 0$ — изделие не работает;

$\varepsilon(t) = 1$ — изделие работает.

На рис. 4.4 представлен график функции $\varepsilon(t)$.

Когда единичная функция равна единице, т. е. $\varepsilon(t) = 1$, изделие работает — это соответствует интервалам времени $t_1, t_2, \ldots, t_n$. При $\varepsilon(t) = 0$, что соответствует интервалам времени $\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_n$, изделие

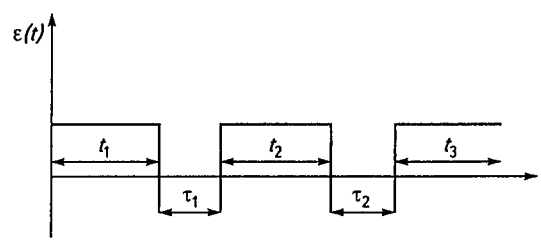


Рис. 4.4. График единичной функции $\varepsilon(t)$

не работает, это перерывы на ремонт и техническое обслуживание. Таким образом, функция $\varepsilon(t)$ представляет собой функцию состояния ремонтируемых изделий.

Средний «доход» в единицу времени за период, равный ресурсу t_R, составляет

$$S_{t_R} = \frac{1}{t_R}\int_0^{t_R} c'(t)\mathrm{d}t, \tag{4.17}$$

где $c'(t)$ — функция текущей эффективности ремонтируемого изделия (текущие затраты или текущий доход).

При эксплуатации многих изделий найдем математическое ожидание среднего дохода в единицу времени:

$$M\left(S_{t_R}\right) = M\left[\frac{1}{t_R}\int_0^{t_R} c'(t)\mathrm{d}t\right]. \tag{4.18}$$

В соответствии с графиком, приведенным на рис. 4.4, построим график текущих доходов (рис. 4.5).

В соответствии с рис. 4.5 текущие доходы могут быть описаны зависимостью

$$c'(t) = (\gamma+\beta)\cdot\varepsilon(t) - \beta. \tag{4.19}$$

При $\varepsilon(t) = 1 c'(t) = \gamma$ — изделие работает и приносит доход γ. При $\varepsilon(t) = 0 c'(t) = -\beta$ — изделие не работает, имеются убытки β из-за простоя. Тогда выражение (4.18) запишется так:

$$M\left(S_{t_R}\right) = M\left\{\frac{1}{t_R}\int_0^{t_R}\left[(\gamma+\beta)\cdot\varepsilon(t) - \beta\right]\mathrm{d}t\right\}. \tag{4.20}$$

Далее имеем:

$$M\left(S_{t_R}\right) = \frac{1}{t_R}\int_0^{t_R}\left\{(\gamma+\beta)\cdot M[\varepsilon(t)] - \beta\right\}\mathrm{d}t, \tag{4.21}$$

где $M[\varepsilon(t)]$ — математическое ожидание вероятности того, что изделие в данный момент времени находится в работоспособном состоянии, т. е. это текущий коэффициент готовности, равный

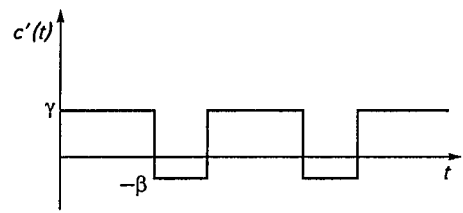


Рис. 4.5. Зависимость текущих доходов от времени

$$K_{\text{т.г}}(t) = M[\varepsilon(t)]. \tag{4.22}$$

Обозначим

$$M\left(S_{t_R}\right) = S_{\text{ср}}. \tag{4.23}$$

Теперь запишем

$$S_{\text{ср}} = \frac{1}{t_R}\int_0^{t_R}\left[(\gamma+\beta)\cdot K_{\text{т.г}}(t) - \beta\right]\mathrm{d}t. \tag{4.24}$$

Обозначим далее

$$\frac{1}{t_R}\int_0^{t_R} K_{\text{т.г}}(t)\mathrm{d}t = K_{\text{г}}. \tag{4.25}$$

Это среднее значение текущего коэффициента готовности, т. е. это коэффициент готовности, являющийся комплексным показателем надежности, устанавливающим соотношение между временем работы и временем восстановления.

Окончательно будем иметь:

$$S_{\text{ср}} = \psi(\gamma, \beta, K_{\text{г}}). \tag{4.26}$$

Таким образом, нормируемым показателем надежности для данного типа изделий является коэффициент готовности.

Приведенные выше примеры не могут охватить всего огромного многообразия видов машин и аппаратов и режимов их функционирования. Однако методика определения нормируемых показателей надежности для остальных изделий аналогична.

4.3. Выбор нормируемых показателей надежности

Учитывая приведенную выше классификацию изделий, можно составить рекомендательную таблицу для выбора нормируемых показателей надежности (табл. 4.5).

В табл. 4.5 приводятся следующие показатели.

Показатели безотказности:

$P(t)$ — вероятность безотказной работы за определенное время;

$\overline{t}$ — средняя наработка на отказ;

t_0 — средняя наработка до отказа;

t_γ — γ-процентная наработка на отказ;

$t_{0\gamma}$ — γ-процентная наработка до отказа;

λ — интенсивность отказа.

Показатели долговечности:

$\overline{t}_R$ — средний ресурс до среднего (капитального) ремонта (списания, снятия);

Таблица 4.5. **Нормируемые показатели надежности**

Класс объекта	Группа надежности	Режим эксплуатации							
		непрерывный		циклический		оперативный		общий	
		Ограничение длительности использования							
		назначенное	вынужденное	назначенное	вынужденное	назначенное	вынужденное	назначенное	вынужденное
1	I, II, III	t_0, λ или $t_{0\gamma}$		t_0, λ или $t_{0\gamma}$		t_0, λ или $t_{0\gamma}$		t_0, λ или $t_{0\gamma}$	
2	I, II	$t_{R\gamma}$	$\overline{t}_R$	$P(t)$ или/и $t_{R\gamma}$ или $t_{K\gamma}$	$\overline{t}_R$ или $\overline{t}_K$	$P(t)$ $t_{K\gamma}$	$\overline{t}_K$	$t_{R\gamma}$, $t_{K\gamma}$	$\overline{t}_R$, $\overline{t}_K$
	III	—		—		—		—	
3	I	t_γ, $t_{c\gamma}$, $t_{R\gamma}$ $\overline{t}_B$, $\overline{W}$	$\overline{t}$, $\overline{t}_R$ $\overline{t}_B$, $\overline{W}$	$P(t)$ или/и t_γ $t_{R\gamma}$ или $t_{K\gamma}$ $F(t_B)$, $\overline{t}_B$, $\overline{W}$	$\overline{t}$, $\overline{t}_R$ или $\overline{t}_K$ $F(t_B)$, $\overline{t}_B$, $\overline{W}$	$P(t)$, $t_{K\gamma}$, $\overline{t}_B$, $\overline{W}$	$\overline{t}_K$, $\overline{t}_B$, $\overline{W}$	t_γ, $t_{c\gamma}$, $t_{R\gamma}$, $t_{K\gamma}$, $\overline{t}_B$, $\overline{W}$	$\overline{t}$, $\overline{t}_R$, $\overline{t}_K$ $\overline{t}_B$, $\overline{W}$
	II	t_γ, $t_{c\gamma}$, $t_{R\gamma}$, $\overline{W}$	$\overline{t}$, $\overline{t}_R$ $\overline{W}$	$\overline{t}$, t_R или $\overline{t}_K$, $\overline{W}$	$\overline{t}$, t_R или $\overline{t}_K$, $\overline{W}$	$P(t)$, $\overline{t}_K$ $\overline{W}$	$\overline{t}_K$ $\overline{W}$	t_γ, $t_{c\gamma}$, $t_{R\gamma}$, $t_{K\gamma}$ $\overline{W}$	$\overline{t}$, $\overline{t}_R$, $\overline{t}_K$, $\overline{W}$
	III	—	$\overline{t}$, $\overline{t}_K$	—	$\overline{t}$, $\overline{t}_R$ или $\overline{t}_K$	—	$\overline{t}_K$	—	$\overline{t}$, $\overline{t}_R$ или $\overline{t}_K$
	I, II, III	$K_{т.и}$		$K_{о.с}$		$K_{о.г}$		$K_г$	

$t_{R\gamma}$ — γ-процентный ресурс до среднего ремонта (капитального ремонта, списания, снятия);

$\overline{t}_{к}$ — средний срок службы до среднего ремонта (капитального ремонта, списания, снятия);

$t_{к\gamma}$ — γ-процентный срок службы до среднего ремонта (капитального ремонта, списания, снятия).

Показатели ремонтопригодности:

$F(t_{в})$ — вероятность восстановления за время $t_{в}$;

$t_{в}$ — время восстановления;

$\overline{W}$ — средняя оперативная трудоемкость технического обслуживания (ремонта), чел. · ч.

Показатели сохраняемости:

$t_{су}$ — γ-процентный срок сохраняемости.

Комплексные показатели надежности:

$K_{т.и}$ — коэффициент технического использования

$$K_{т.и} = \frac{t_{сум}}{t_{сум} + t_{рем} + t_{обсл}}, \tag{4.27}$$

где $t_{сум}$ — суммарная наработка в течение рассматриваемого промежутка времени; $t_{рем}$ — суммарные простои на ремонт в течение рассматриваемого промежутка времени; $t_{обсл}$ — суммарные простои на техническое обслуживание в течение рассматриваемого промежутка времени;

$K_{г}$ — коэффициент готовности

$$K_{г} = \frac{\overline{t}}{\overline{t} + t_{в}}; \tag{4.28}$$

$K_{о.г}$ — коэффициент оперативной готовности

$$K_{о.г} = K_{г}P(t). \tag{4.29}$$

Глава 5

ПРОВЕРКА ОДНОРОДНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ

5.1. Постановка задачи

Проверка однородности статистических данных является одним из ключевых этапов анализа надежности. С точки зрения статистики задача заключается в определении того, можно ли наблюдаемый разброс значений эмпирических выборок наработки, времени восстановления или других количественных характеристик работоспособности однотипного технологического

оборудования, функционирующего на одном или нескольких промышленных объектах, считать лишь действием случайности или он является следствием влияния одного или нескольких факторов.

В процессе анализа в первую очередь необходимо рассмотреть возможное влияние на показатели надежности оборудования двух основополагающих факторов: «агрегат (цех, партия, ...)» и «время». Доказательство гипотетического отсутствия статистически значимых различий при проверке влияния первого фактора имеет исключительно важное значение. Оно свидетельствует о том, что экспериментальные или эксплуатационные данные, характеризующие работоспособность однотипных элементов технических систем, принадлежат одному и тому же распределению, т. е. подчиняются общим вероятностным закономерностям. Рассмотрение воздействия фактора «время» продиктовано требованиями проверки стационарности изменения показателей надежности оборудования за период испытаний.

Поскольку закон распределения эмпирических данных часто априори неизвестен, трудно идентифицируем или не является нормальным, при проверке гипотезы однородности в большинстве случаев целесообразно оперировать рангами наблюдений или отношениями «больше — меньше» и руководствоваться при формулировании выводов *непараметрическими критериями*, свободными от распределений.

Дополнительное предположение о нормальности эмпирических данных позволяет использовать более сильные в сравнении с непараметрическими статистические методы изучения влияния различных факторов на результаты испытаний, совокупность которых носит название *дисперсионного анализа*. В основе задачи дисперсионного анализа лежит разложение дисперсии (вариации) на части, обусловленные влиянием различных факторов и случайной изменчивостью наблюдений.

5.2. Однофакторный анализ

5.2.1. Непараметрические критерии проверки однородности

В зависимости от числа групп исходных данных непараметрические методы однофакторного анализа подразделяются на двухвыборочные и многовыборочные.

Наиболее известными статистическими критериями, применяемыми для проверки отсутствия статистически значимых различий между двумя независимыми выборками $x_1, \ldots, x_n$ и $y_1, \ldots, y_m$, являются:

Критерий Уилкоксона. Основан на оценке $W = s(r_1) + \ldots + s(r_m)$, где r_j — ранги случайных величин y_j в общем вариационном ряду x_i и y_j, а функция $s(r)$ (где $r = 1, \ldots, n + m$) определяется заранее фиксиро-

ванной подстановкой $\begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n+m \\ s(1) & s(2) & \dots & s(n+m) \end{pmatrix}$; здесь $s(1), \dots, s(n+m)$ — одна из возможных перестановок чисел $1, 2, \dots, n+m$. Таблицы распределения W (при гипотезе однородности) приведены в справочниках по математической статистике. При больших m и n пользуются нормальным приближением для распределения W.

Критерий Манна—Уитни. Построен на оценке $U = W - \frac{1}{2}m(m+1) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\delta_{ij}$, где W — критерий Уилкоксона, а $\delta_{ij} = \begin{cases} 1, \text{если } x_i < y_j \\ 0, \text{если } x_i > y_j \end{cases}$. (Таблицы распределения U приведены в книге: *П. Мюллер, П. Нойман, Р. Шторм.* Таблицы математической статистики. — М.: Финансы и статистика, 1982. — 344 с.) Для больших выборок применяют нормальную аппроксимацию распределения U.

Критерий Ансари—Брэдли. Алгоритм назначения рангов: выборки объединяются; ранг 1 получают два наблюдения — наименьшее и наибольшее; ранг 2 — наименьшее и наибольшее из оставшихся и т. д. Критерий Ансари—Брэдли — сумма рангов одной из выборок.

Критерий Сиджела—Тьюки. Алгоритм назначения рангов: все наблюдения объединяются в одну совокупность; ранг 1 получает наименьшее из чисел этой совокупности; ранг 2 — наибольшее из оставшихся; ранг 3 — снова наибольшее из оставшихся; ранг 4 — наименьшее из оставшихся и т. д. Последовательность рангов наблюдений, выстроенных в порядке возрастания, будет выглядеть так: 1, 4, 5, ..., 3, 2. Критерий Сиджела—Тьюки — сумма рангов одной из выборок, распределенная при H_0 как критерий Уилкоксона.

Критерий Ван дер Вардена. Алгоритм назначения рангов: выборки объединяются и упорядочиваются по величине; рангом наблюдения служит его номер в этом упорядочении (при наличии совпадающих наблюдений используют средние ранги). Пусть $r_1, \dots, r_n$ — ранги одной из выборок (n — объем выборки). Критерий Ван дер Вардена $W = \sum_{i=1}^{n}\psi(r_i)$, где $\psi(r_i)$ — функция квантилей стандартного нормального распределения. Значения W для различных уровней значимости представлены в литературе по статистике.

При решении многовыборочных задач получили широкое использование следующие критерии:

Критерий Краскела—Уоллиса. Основан на сравнении средних выборочных рангов и среднего ранга, рассчитанного по всей совокупности данных. Применим при любом числе выборок, необяза-

тельно равных по объему. При $k = 2$ критерий Краскела—Уоллиса по своему действию эквивалентен критерию Уилкоксона.

Критерий Джонкхиера. Построен на оценке $J = \sum_{1 \le u < v \le k} U_{u,v}$, здесь $U_{u,v}$ — критерий Манна—Уитни для пары выборок с номерами u и v. При малом объеме выборок распределение J табулировано. Для больших рядов в отношении критерия Джонкхиера действует нормальная аппроксимация.

Наиболее универсальный с точки зрения возможности применения при решении различных прикладных задач теории надежности ранговый критерий Краскела—Уоллиса рассмотрим более подробно.

Для удобства и наглядности статистические ряды исходных данных сведем в табл. 5.1, имеющую один вход.

Здесь k — количество, а $n_1, \ldots, n_j$ — объемы выборок, $N = n_1 + n_2 + \ldots + n_j$ — общее число наблюдений за объектами.

В качестве нуль-гипотезы H_0 выдвинем предположение о совпадении законов распределения всех k выборок:

$$H_0 : G_1(x_{n_1 1}) = G_2(x_{n_2 2}) = \ldots = G_k(x_{n_j k}). \qquad (5.1)$$

Заменим наблюдения x_{ij} их рангами r_{ij}, а затем для каждого столбца таблицы вычислим

$$R_j = \sum_{i=1}^{n_j} r_{ij}, \qquad (5.2)$$

где R_j — сумма рангов по j-му столбцу,

и

$$R_{.j} = \frac{1}{n_j} \sum_{i=1}^{n_j} r_{ij}, \qquad (5.3)$$

где $R_{.j}$ — средний ранг по столбцу.

Если между столбцами нет статистически значимых различий, средние ранги $R_{.j}$ не должны существенно отличаться от среднего

Таблица 5.1. **Таблица однофакторного анализа**

Выборки	1	2	...	k
Наблюдения	x_{11}	x_{12}	...	x_{1k}
	x_{21}	x_{22}	...	x_{2k}
	.	.		.
	.	.		.
	$x_{n_1 1}$	$x_{n_2 2}$	...	$x_{n_j k}$

ранга $\|r_{ij}\|$, рассчитанного по всей совокупности данных и определяемого по формуле

$$\|r_{ij}\| = \frac{N+1}{2}. \tag{5.4}$$

Критерий Краскела—Уоллиса для проверки гипотезы (5.1) имеет вид

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{j=1}^{k} \left[n_j \left(R_{.k} - \frac{N+1}{2} \right)^2 \right]. \tag{5.5}$$

Если в таблице есть повторяющиеся наблюдения, рекомендуется использовать модифицированное значение критерия Краскела—Уоллиса

$$H' = \frac{H}{1 - \sum_{j=1}^{g} \frac{X_j}{N^3 - N}}, \tag{5.6}$$

где g — число групп совпадающих наблюдений; $X_j = x_j^3 - x_j$; x_j — число совпадающих наблюдений в группе с номером j.

Гипотезу H_0 следует принять на уровне значимости α, если $H_{\text{набл}} \geq h[\alpha, k, (n_1, ..., n_j)]$, или отклонить в случае $H_{\text{набл}} < h[\alpha, k, (n_1, ..., n_j)]$. Постоянная $h[\alpha, k, (n_1, ..., n_j)]$, удовлетворяющая уравнению $P_0\{H_{\text{набл}} \geq h[\alpha, k, (n_1, ..., n_j)]\} = \alpha$, берется из таблицы, приведенной в приложении П.6. При больших объемах $n_1, ..., n_j$ гипотеза H_0 отвергается, если $H_{\text{набл}} > \chi^2_{1-\alpha}$, где $\chi^2_{1-\alpha}$ — квантиль уровня $(1 - \alpha)$ распределения «хи-квадрат» с $(k - 1)$ степенями свободы.

В случае отклонения нуль-гипотезы для общей группы наблюдений их можно объединить в несколько меньших, но однородных по рассматриваемому показателю надежности подгрупп.

5.2.2. Параметрический дисперсионный анализ

Математическая сущность дисперсионного анализа заключается в сопоставлении двух оценок дисперсии σ^2. Одна из них действует вне зависимости от того, верна гипотеза (5.1) или нет, другая использует предположение о том, что гипотеза (5.1) верна.

Поскольку оценку σ^2 дает каждая однородная выборка (столбцы табл. 5.1.), выборочная сумма квадратов отклонений от среднеарифметического должна быть вычислена по каждому столбцу.

Положим $x_{.j} = \frac{1}{n_j}\sum_{i=1}^{n_j} x_{ij}$, $j = 1, \ldots, k$, далее получим $\sum_{i=1}^{n_j}(x_{ij} - x_{.j})^2$.

Вклад в общую сумму квадратов, вызванный случайной изменчивостью данных внутри выборок, можно рассчитать по формуле

$$SS_{\text{внутри выборок}} = \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n_j}(x_{ij} - x_{.j})^2. \tag{5.7}$$

Объединенная сумма квадратов (5.7) имеет распределение $\sigma^2\chi^2$ с числом степеней свободы $R = N - k$.

Отсюда получим первую (основную) оценку σ^2 — нормированный средний квадрат внутри выборок:

$$MS_{\text{внутри выборок}} = \frac{1}{N-k}\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n_j}(x_{ij} - x_{.j})^2. \tag{5.8}$$

Вклад в общую сумму квадратов, обусловленный различиями между выборками, имеет вид:

$$SS_{\text{между выборками}} = \sum_{j=1}^{k} n_j(x_{.j} - \bar{x})^2, \tag{5.11}$$

где $\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n_j} x_{ij}$.

При выполнении гипотезы H_0 значение выражения (5.11) характеризуется распределением $\sigma^2\chi^2$ с числом степеней свободы $R = k - 1$.

Вторая оценка σ^2 — нормированный средний квадрат между выборками:

$$MS_{\text{между выборками}} = \frac{1}{k-1}\sum_{j=1}^{k} n_j(x_{.j} - \bar{x})^2. \tag{5.12}$$

Поскольку случайные величины $x_{.j}$ независимы от (5.8), то же верно и для их комбинаций, поэтому оценка (5.12) является независимой от (5.8).

Так как мы имеем для σ^2 две независимые оценки, имеющие при гипотезе H_0 распределение «хи-квадрат», их частное $F = (MS_{\text{между выборками}})/(MS_{\text{внутри выборок}})$, равное

$$F = \frac{\frac{1}{k-1}\sum_{j=1}^{k} n_j(x_{.j} - \bar{x})^2}{\frac{1}{N-k}\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n_j}(x_{ij} - x_{.j})^2}, \tag{5.13}$$

должно иметь F-распределение Фишера с $(k-1, N-k)$ степенями свободы. Как следует из свойств $MS_{\text{между выборками}}$, дробь (5.13) получает тем большую тенденцию к возрастанию, чем сильнее нарушается гипотеза H_0. Поэтому против (5.1) говорят неправдоподобно большие значения F, рассчитанные по наблюдениям, — $F_{\text{набл}}$. Гипотезу об однородности данных следует отвергнуть, если вероятность $P(F \geq F_{\text{набл}})$ мала. Значения критерия Фишера представлены в приложении П.7.

5.2.3. Пример проверки однородности результатов наблюдений по критерию Краскела—Уоллиса

В результате испытаний получены статистические данные по наработке на отказ (t, ч) девяти газотурбинных установок ГТТ-3М в производстве азотной кислоты (табл. 5.2 и рис. 5.1). В двух последних строках табл. 5.2 приведены объемы эмпирических выбо-

Таблица 5.2. **Наработка на отказ газотурбинных установок**

Порядковый номер наработки	Номер агрегата								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	4559	8	6947	1094	4593	720	3811	139	24
2	6469	239	8	2372	2300	3350	1961	1194	7448
3	2700	2	875	710	2	8	815	108	3950
4	122	832	3	969	4	1079	1110	2	5660
5	4	24	2589	531	1367	492	1442	18	95
6	148	724	298	850	5256	796	2	216	24
7	969	1095	122	485	71	1	54	4	6879
8	736	4	1	213	1934	1025	8	486	4356
9	3512	705	560	1559	4600	3040	585	1533	2
10	1	619	324	424	3	8	888	7	3291
11	2	992	3370	980	3031	4200	254	91	83
12	1105	13	4724	804	45	605	205	507	5160
13	964	267	317	1573	8	11	14	5	3594
14	2	20	3454	977	14	2081	754	12	8
15	18	1572	787	823	3279	68	8	40	2141
16	4846	872	4357	5821	171	1471	594	436	6780
17	932	90	2	2999	1999	113	5391	870	—
18	—	211	289	1212	8	698	8347	166	—
19	—	1	6110	212	795	5044	412	1156	—
20	—	256	—	633	3602	1172	—	359	—
	$n_1 = 17$	$n_2 = 20$	$n_3 = 19$	$n_4 = 20$	$n_5 = 20$	$n_6 = 20$	$n_7 = 19$	$n_8 = 20$	$n_9 = 16$
	$Me_1 = 932$	$Me_2 = 247{,}5$	$Me_3 = 560$	$Me_4 = 909{,}5$	$Me_5 = 1081$	$Me_6 = 758$	$Me_7 = 594$	$Me_8 = 152{,}5$	$Me_9 = 3442{,}5$

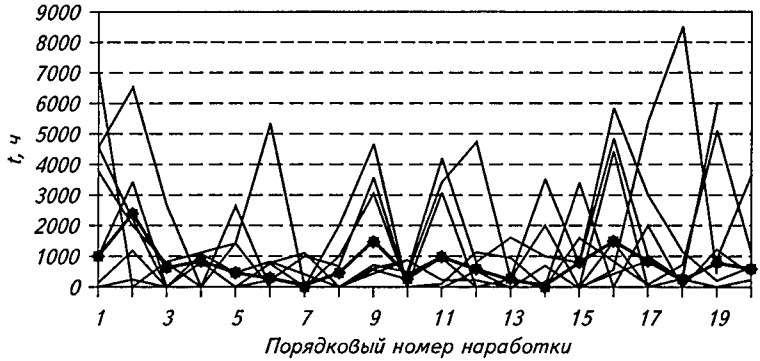


Рис. 5.1. Изменение значений текущей наработки *t* газотурбинных установок ГТТ-3М в период испытаний (—●— — медианное значение)

рок n_i и медианные значения наработки Me_i по каждой выборке. Проанализируем гипотетическое отсутствие влияния на наработку *t* фактора «агрегат».

Поскольку экспериментальные распределения по наработке на отказ для большинства выборок неудовлетворительно согласуются с нормальным законом (табл. 5.3), воспользуемся для проверки гипотезы однородности непараметрическим критерием Краскела—Уоллиса, направленным против произвольной совокупности альтернатив. Уровень значимости статистики H $\alpha = 0{,}05$.

Результаты ранжировки статистических данных представлены в табл. 5.4.

Для расчета критерия Краскела—Уоллиса H воспользуемся формулой (5.5). В нашем случае общее число наблюдений $N = 171$. В итоге получаем $H = 16{,}112$.

Таблица 5.3. **Результаты проверки принадлежности значений наработки на отказ газотурбинных установок нормальному семейству**

Номер агрегата	Параметры распределения		Критерий Колмогорова	
	M	σ	λ*	*P*(λ*)
1	1593,5	2048	0,3	<0,1
2	427,3	465	0,235	<0,2
3	1849,3	2285	0,297	<0,1
4	1262,1	1273	0,266	<0,1
5	1654,1	1830	0,241	<0,2
6	1299,1	1489	0,234	<0,2
7	1402,9	2186	0,290	<0,1
8	367,5	464	0,229	>0,2
9	3099,4	2796	0,233	>0,2

Таблица 5.4. **Ранги наблюдений**

Номер агрегата								
1	2	3	4	5	6	7	8	9
154	21	169	114	155	89	149	54	38
166	63	21	135	134	143	130	120	170
137	2	103	88	2	21	97	50	150
52,5	99	13,5	108	15	113	117	2	163
15	38	136	79	122	77	123	35,5	49
55	90	68	100	161	95	2	62	38
108	115	52,5	75	45	1	43	15	168
91	15	1	61	129	112	21	76	152
146	87	80	126	156	140	81	125	2
1	84	70	73	13,5	21	104	20	142
2	111	144	110	139	151	64	48	46
116	32	157	96	42	83	58	78	160
106	66	69	128	21	30	33,5	19	147
2	37	145	109	33,5	132	92	31	21
35,5	127	93	98	141	44	21	41	133
158	102	153	164	57	124	82	74	167
105	47	2	138	131	51	162	101	—
—	59	67	121	21	86	171	56	—
—	1	165	60	94	159	72	118	—
—	65	—	85	148	119	—	71	—
$R_1 =$ $= 1450$	$R_2 =$ $= 1261$	$R_3 =$ $= 1709$	$R_4 =$ $= 2068$	$R_5 =$ $= 1760$	$R_6 =$ $= 1791$	$R_7 =$ $= 1622{,}5$	$R_8 =$ $= 1196{,}5$	$R_9 =$ $= 1746$
$R_{.1} =$ $= 85{,}3$	$R_{.2} =$ $= 63{,}1$	$R_{.3} =$ $= 89{,}9$	$R_{.4} =$ $= 103{,}4$	$R_{.5} =$ $= 88{,}0$	$R_{.6} =$ $= 89{,}6$	$R_{.7} =$ $= 85{,}4$	$R_{.8} =$ $= 59{,}8$	$R_{.9} =$ $= 109{,}1$

Поскольку в табл. 5.2 присутствуют совпадающие данные, оценку H необходимо скорректировать. Имеется десять групп повторяющихся наблюдений:

1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 14, 14, 18, 18, 24, 24, 24, 122, 122, 969, 969. Соответственно $X_1 = 4^3 - 4 = 60$; $X_2 = 8^3 - 8 = 504$; $X_3 = 2^3 - 2 = 6$; $X_4 = 60$; $X_5 = 10^3 - 10 = 990$; $X_6 = 6$; $X_7 = 6$; $X_8 = 3^3 - 3 = 24$; $X_9 = 6$; $X_{10} = 6$.

Модифицированный критерий Краскела—Уоллиса равен:

$$H' = 16{,}112/0{,}999 = 16{,}117.$$

Уровень значимости критерия при рассмотрении данных по наработке на отказ ГТТ-3М для числа степеней свободы $R = 8$ согласно приложению П.4 составляет $p = 0{,}04$ (менее 0,05), что означает наличие статистически значимых различий между выборками.

Таблица 5.5. **Результаты проверки однородности подгрупп наблюдений по t (ч) газотурбинных установок**

Номер подгруппы	Номера установок, входящих в подгруппу	Критерий Краскела—Уоллиса	
		H	P
1	2, 8	0,105	0,745
2	1, 3, 4, 5, 6, 7	1,119	0,952
3	9	—	—

В этой ситуации общую совокупность наблюдений по t (ч) целесообразно разбить на три подгруппы. В первую войдут эмпирические выборки, соответствующие установкам № 2 и 8, во вторую — № 1, 3, 4, 5, 6, 7, в третью — № 9. Нумерация подгрупп произведена в порядке возрастания наработки (см. табл. 5.2). Итоги проверки однородности статистических данных в подгруппах, приведенные в табл. 5.5, подтверждают правильность группировки статистических данных.

5.2.4. Пример применения дисперсионного анализа для проверки однородности результатов наблюдений

В результате испытаний получены статистические данные по наработке (X, кг) трех валковых машин катализаторного производства (табл. 5.6). Исследуем значимость влияния фактора «машина» на разброс значений в выборках.

Воспользовавшись глазомерным методом проверки нормальности (рис. 5.2), можно констатировать правдоподобность гипотезы о гауссовском распределении наблюдений (точки удовлетвори-

Таблица 5.6. **Наработка на отказ X (кг) валковых машин при уплотнении катализатора ГИАП-18**

Порядковый номер наработки	Номер машины		
	1	2	3
1	16 280	17 340	15 680
2	15 940	15 690	16 540
3	17 260	16 220	17 560
4	16 180	15 480	15 015
5	17 140	17 220	16 400
6	15 300	14 840	16 800
7	16 700	16 100	17 320
8	15 600	16 360	16 950
9	16 820	15 980	15 070
10	17 320	17 480	16 087

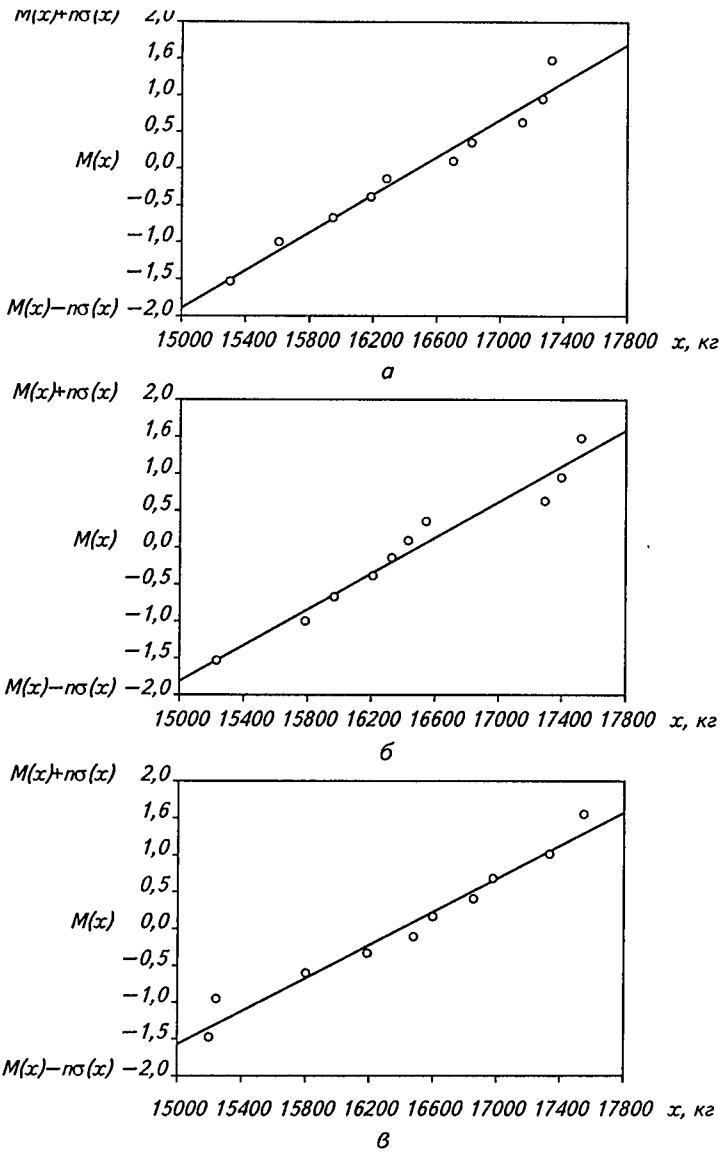


Рис. 5.2. Графики эмпирической функции распределения наработки на отказ валковых машин на вероятностной бумаге нормального закона:

а — машина № 1; *б* — машина № 2; *в* — машина № 3

Таблица 5.7. **Значения уровня факторов при проверке однородности статистических данных по наработке валковых машин**

№ машины	n_j	$\sum_{i=1}^{n_j} x_{ij}$, кг	x_j, кг	$\sum_{i=1}^{n_j} (x_{ij} - x_j)^2$, кг^2
1	10	164 540	16 454	4 495 240
2	10	162 710	16 271	6 640 490
3	10	163 422	16 342	6 944 186

тельно «ложатся» на прямую линию). Таким образом, мы получили классическую задачу однофакторного дисперсионного анализа. Уровень значимости критерия Фишера (F) установим $\alpha = 0{,}05$.

Предварительно определив основные характеристики выборок (табл. 5.7), по формулам (5.7) и (5.8) вычислим вклад в общую сумму квадратов, вызванный случайной изменчивостью данных внутри выборок, и соответствующий нормированный средний квадрат, приведенные в табл. 5.8:

$$SS_{\text{внутри выборок}} = 4\,495\,240 + 6\,640\,490 + 6\,944\,186 = 18\,079\,916 \text{ (кг}^2\text{)};$$

$$MS_{\text{внутри выборок}} = \frac{18079916}{30-3} = 669626 \text{ (кг}^2\text{)}.$$

Вклад в общую сумму квадратов и нормированный средний квадрат, обусловленные различиями между выборками, равны:

$$SS_{\text{между выборками}} = 10(16\,454 - 16\,356)^2 + 10(16\,271 - 16\,356)^2 + 10(16\,342 - 16\,356)^2 = 170\,192 \text{ (кг}^2\text{)};$$

$$MS_{\text{между выборками}} = \frac{170192}{3-1} = 85096 \text{ (кг}^2\text{)}.$$

Критерий Фишера по (5.13) $F = \dfrac{85096}{669626} = 0{,}127$.

С помощью приложения П.7 для числа степеней свободы (3, 27), используя интерполяцию, находим значимость критерия Фишера: $P = 0{,}881$.

Вывод: статистически значимых различий между выборками не существует, они подчиняются общим вероятностным закономерностям.

Таблица 5.8. **Результаты проверки влияния на величину наработки фактора «машина» с помощью дисперсионного анализа**

Источник вариации	SS, кг^2	df	MS, кг^2	F	Значимость F
Между выборками	170192	2	85096	0,127	0,881
Внутри выборок	18079916	27	669626	—	—

5.3. Двухфакторный анализ

5.3.1. Непараметрические критерии проверки однородности

Наиболее распространенными на практике многовыборочными непараметрическими критериями двухфакторного анализа являются:

Критерий Фридмана (*произвольные альтернативы*). Основан на сравнении средних значений рангов по столбцу j (табл. 5.9) и общего среднего ранга всей совокупности данных. Применим при любом числе равных по объему выборок.

Критерий Пейджа (*альтернативы с упорядочением*). Построен на оценке $L=\sum_{j=1}^{k} jr_j$, здесь $r_j=\sum_{i=1}^{n} r_{ij}$ — сумма рангов величин x_{ij} по j-му столбцу табл. 5.9. (При малом объеме выборок таблица значений L приведена в книге: *М. Холлендер, Д. Вулф.* Непараметрические методы статистики. — М.: Финансы и статистика, 1983. — 518 с.) Для больших рядов в отношении статистики Пейджа действует нормальная аппроксимация. Остановимся подробней на критерии Фридмана. В отличие от критерия Краскела—Уоллиса при использовании данного критерия ранжирование происходит не по всей совокупности величин x_{ij}, а по каждой отдельной строке табл. 5.9 при фиксированном индексе i для $j = 1, ..., k$.

Нуль-гипотезу H_0 об отсутствии влияния на наблюдения двух произвольных факторов можно сформулировать следующим образом: статистические данные являются однородными, т. е. выборки извлечены из общей генеральной совокупности. Альтернативная гипотеза (H_1): статистические данные не были извлечены из общей генеральной совокупности.

Введем величину $r_{.j}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} r_{ij}$, являющуюся средним значением рангов по столбцу j. При подтверждении гипотезы H_0 каждая строка рангов $r_{i1}, r_{i2}, ..., r_{ik}$ будет представлять случайную перестановку чисел от 1 до k, причем все $k!$ перестановок равновероятны. Вследствие равновероятности ранговых перестановок в строках значение $r_{.j}$ для каждого j не должно сильно отличаться от величи-

Таблица 5.9. **Таблица двухфакторного анализа**

Наблюдения	Выборки			
	1	2	...	k
1	x_{11}	x_{12}	...	x_{1k}
2	x_{21}	x_{22}	...	x_{2k}
.	.	.		.
.	.	.		.
.	.	.		.
n	x_{n1}	x_{n2}	...	

ны $r_{\cdot\cdot} = (k + 1)/2$, которая представляет собой средний ранг, рассчитанный для всех элементов табл. 5.9.

Таким образом, критерий Фридмана для проверки нуль-гипотезы имеет вид:

$$S = \frac{12n}{k(k+1)} \sum_{j=1}^{k} (r_{\cdot j} - r_{\cdot\cdot})^2 = \frac{12}{nk(k+1)} \sum_{j=1}^{k} r_j^2 - 3n(k+1). \qquad (5.14)$$

Если в строках табл. 5.9 есть повторяющиеся значения, вместо критерия S используется его модифицированная форма:

$$S' = \frac{12 \sum_{j=1}^{k} (r_j - n r_{\cdot\cdot})^2}{nk(k+1) - \frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^{n} \left(\sum_{j=1}^{g} t_{ij}^3 - k \right)}, \qquad (5.15)$$

где g — число групп совпадающих наблюдений в строке i; t_{ij} — число совпадающих наблюдений в группе с номером j.

Для случаев, когда $k = 3$ и $2 \le n \le 9$, а также $k = 4$ и $2 \le n \le 4$, вероятности, соответствующие наблюдаемым значениям критерия Фридмана приведены в приложении П.8. Для больших значений k и n можно воспользоваться тем, что критерий S распределен как «хи-квадрат». В этом случае гипотеза H_0 принимается на уровне значимости α, если $S < \chi^2_{(1-\alpha)}(k-1)$.

5.3.2. Параметрический дисперсионный анализ

В задаче двухфакторного анализа, как и однофакторного, проверка гипотезы H_0 основывается на сравнении двух независимых оценок σ^2.

Предварительно введем следующие величины:

среднее значений наблюдений в столбце $x_{\cdot j} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_{ij}$; (5.16)

среднее значений наблюдений в строке $x_{i\cdot} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^{k} x_{ij}$; (5.17)

среднее значение по всей совокупности $x_{\cdot\cdot} = \frac{1}{nk} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{k} x_{ij}$. (5.18)

Тогда вклад в общую сумму квадратов, вызванный случайной изменчивостью данных, можно рассчитать по формуле

$$SS_{\text{погрешность}} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{k} (x_{ij} - x_{i\cdot} - x_{\cdot j} + x_{\cdot\cdot})^2. \qquad (5.19)$$

Объединенная сумма квадратов (5.19) имеет распределение $\sigma^2\chi^2$ с числом степеней свободы $R = (n-1)(k-1)$.

Отсюда получим первую (основную) оценку σ^2:

$$MS_{\text{погрешность}} = \frac{1}{(n-1)(k-1)} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{k} (x_{ij} - x_{i.} - x_{.j} + x_{..})^2. \qquad (5.20)$$

Выражение (5.20) дает несмещенную оценку σ^2, которая справедлива как при выполнении гипотезы H_0, так и при ее нарушении.

Вклад в общую сумму квадратов, обусловленный различиями между строками совокупности данных, имеет вид:

$$SS_{\text{фактор №1}} = k \sum_{i=1}^{n} (x_{i.} - x_{..})^2. \qquad (5.21)$$

При выполнении гипотезы H_0 значение выражения (5.21) имеет распределение $\sigma^2\chi^2$ с числом степеней свободы $R = n - 1$.

Отсюда находим вторую оценку для σ^2 — нормированный средний квадрат для первого фактора:

$$MS_{\text{фактор №1}} = \frac{k}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_{i.} - x_{..})^2. \qquad (5.22)$$

Вклад в общую сумму квадратов, обусловленный различиями между столбцами совокупности данных, имеет вид:

$$SS_{\text{фактор №2}} = n \sum_{j=1}^{k} (x_{j.} - x_{..})^2. \qquad (5.23)$$

При выполнении гипотезы H_0 значение выражения (5.23) имеет распределение $\sigma^2\chi^2$ с числом степеней свободы $R = k - 1$.

Отсюда находим вторую оценку для σ^2 — нормированный средний квадрат для второго фактора:

$$MS_{\text{фактор №2}} = \frac{n}{k-1} \sum_{j=1}^{k} (x_{.j} - x_{..})^2. \qquad (5.24)$$

Так как случайные величины $x_{i.}$ и $x_{.j}$ независимы от (5.20), то же верно и для их комбинаций, поэтому оценки (5.22) и (5.24) являются независимыми от (5.20).

При H_0 выражения (5.22) и (5.24) дают несмещенные оценки σ^2, при нарушении H_0 данные критерии приобретают тенденцию к увеличению — тем большую, чем больше различие между выборками.

Критерии для проверки гипотезы однородности имеют вид:

$$F_{\text{фактор №1}} = \frac{\frac{k}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_{i.} - x_{..})^2}{\frac{1}{(n-k)(k-1)} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{k} (x_{ij} - x_{i.} - x_{.j} + x_{..})^2}; \qquad (5.25)$$

$$F_{\text{фактор №2}} = \frac{\frac{n}{k-1}\sum_{j=1}^{k}(x_{.j} - x_{..})^2}{\frac{1}{(n-k)(k-1)}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}(x_{ij} - x_{i.} - x_{.j} + x_{..})^2}. \quad (5.26)$$

В случае H_0 величина $F_{\text{фактор № 1}}$ имеет F-распределение с числом степеней свободы $(n-1)$ и $(n-1)(k-1)$, а $F_{\text{фактор № 2}}$ — с числом степеней свободы $(k-1)$ и $(n-1)(k-1)$. При проверке однородности данных необходимо:

отвергнуть гипотезу H_0 для данного фактора на уровне значимости α, если $F \geq F_{1-\alpha}$;

не отвергать гипотезу H_0 для данного фактора на уровне значимости α, если $F < F_{1-\alpha}$.

Здесь $F_{1-\alpha}$ обозначает квантиль уровня $1-\alpha$ распределения Фишера.

5.3.3. Пример проверки однородности результатов наблюдений по критерию Фридмана

В результате испытаний получены статистические данные по времени восстановления ($t_в$, ч) девяти абсорбционных колонн в производстве азотной кислоты (табл. 5.10). Проанализируем значимость влияния факторов «агрегат» и «время» на разброс значений наблюдений.

Таблица 5.10. **Время восстановления абсорбционных колонн $t_в$ (ч)**

Порядковый номер $t_в$	Номер агрегата								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	31	16	576	28	46	26	27	17	32
2	8	840	28	35	844	17	540	120	20
3	15	21	84	32	20	596	85	384	28
4	24	64	648	628	48	198	45	408	21
5	32	36	38	65	6	22	30	16	20
6	680	48	17	49	16	26	76	72	22
7	720	19	168	41	60	480	724	23	84
8	21	24	4	64	12	20	52	552	864
9	7	24	17	42	6	11	42	67	76
10	50	168	170	96	480	200	45	96	288
11	216	20	24	476	760	33	80	57	22
12	30	48	64	34	12	744	7	192	32
13	24	522	20	26	6	39	32	120	720
14	740	28	768	7	24	20	524	26	23

Таблица 5.11. **Результаты проверки принадлежности значений времени восстановления абсорбционных колонн нормальному закону**

Номер агрегата	Параметры распределения		Критерий Колмогорова	
	M	σ	λ*	$P(\lambda^*)$
1	185,6	290,92	0,394	<0,05
2	134,1	243,02	0,399	<0,05
3	187,6	266,17	0,315	<0,10
4	116,1	188,32	0,399	<0,05
5	167,1	295,98	0,427	<0,01
6	173,7	248,31	0,349	<0,05
7	165,1	238,53	0,417	<0,05
8	153,6	170,52	0,292	<0,15
9	160,9	277,90	0,395	<0,05

В силу того что эмпирические выборочные распределения по $t_в$ неудовлетворительно согласуются с нормальным законом (табл. 5.11), воспользуемся для проверки гипотезы однородности непараметрическим критерием Фридмана, направленным против произвольной совокупности альтернатив. Уровень значимости статистики S составляет $\alpha = 0{,}05$.

Ранжируем по порядку значения наблюдений в каждой строке табл. 5.10 в направлении от наименьших к наибольшим, т. е. наименьшая отметка получает ранг 1, следующая по величине — ранг 2 и т. д. Итоги данной процедуры представлены в табл. 5.12. В двух последних строках табл. 5.12 указаны суммы рангов по каждому столбцу и средние суммы рангов по столбцам.

Таблица 5.12. **Ранги статистических данных**

t_{si}	k								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	6	1	9	5	8	3	4	2	7
2	1	8	4	5	9	2	7	6	3
3	1	3	6	5	2	9	7	8	4
4	2	5	9	8	4	6	3	7	1
5	6	7	8	9	1	4	5	2	3
6	9	5	2	6	1	4	8	7	3
7	8	1	6	3	4	7	9	2	5
8	4	5	1	7	2	3	6	8	9
9	2	5	4	6	1	3	7	8	9
10	2	5	6	4	9	7	1	3	8
11	7	1	3	8	9	4	6	5	2
12	3	6	7	5	2	9	1	8	4
13	3	8	2	4	1	6	5	7	9
14	8	6	9	1	4	2	7	5	3
r_j	62	66	76	76	57	69	76	78	70
$r_{.j}$	4,43	4,71	5,43	5,43	4,07	4,93	5,43	5,57	5,00

Поскольку повторяющихся значений в табл. 5.10 нет, критерий Фридмана вычислим по формуле (5.14) с учетом $n = 14$ и $k = 9$:

$$S = \frac{12}{14 \cdot 9(9+1)} \times$$

$$\times(62^2 + 66^2 + 76^2 + 76^2 + 57^2 + 69^2 + 76^2 + 78^2 + 70^2) - 3 \cdot 14(9+1) = 4{,}02.$$

По таблице распределения χ^2 см. (приложение П.4) для $R = 8$ находим уровень значимости S; он составляет $P = 0{,}855$ ($> 0{,}05$), следовательно, нуль-гипотеза не отвергается.

Вывод: статистически значимых различий между выборками нет. Наблюдения извлечены из общей генеральной совокупности.

5.3.4. Пример применения дисперсионного анализа для проверки однородности результатов наблюдений

В результате многолетних наблюдений получены статистические данные по ресурсу до капитального ремонта трех агрегатов для производства карбамида (t_R, ч) (табл. 5.13). Исследуем значимость влияния факторов «время» (строки табл. 5.13, или фактор № 1) и «агрегат» (столбцы табл. 5.13, или фактор № 2) на разброс значений t_R в выборках.

Поскольку гипотеза о нормальном распределении наблюдений выглядит вполне правдоподобной (рис. 5.3), воспользуемся для проверки гипотезы однородности математическим аппаратом двухфакторного дисперсионного анализа. Уровень значимости

Таблица 5.13. **Ресурс t_R агрегатов для производства карбамида**

Порядковый номер t_R	Номер агрегата		
	1	2	3
1	7430	9476	6311
2	5354	8678	7785
3	8761	5169	5060
4	8329	7460	4901
5	6746	8186	7251
6	4771	6005	9659
7	7443	8310	7472
8	5474	7846	9573
9	9647	8631	7301
10	6550	6424	7261
11	9532	7345	4091
12	6377	5614	6633

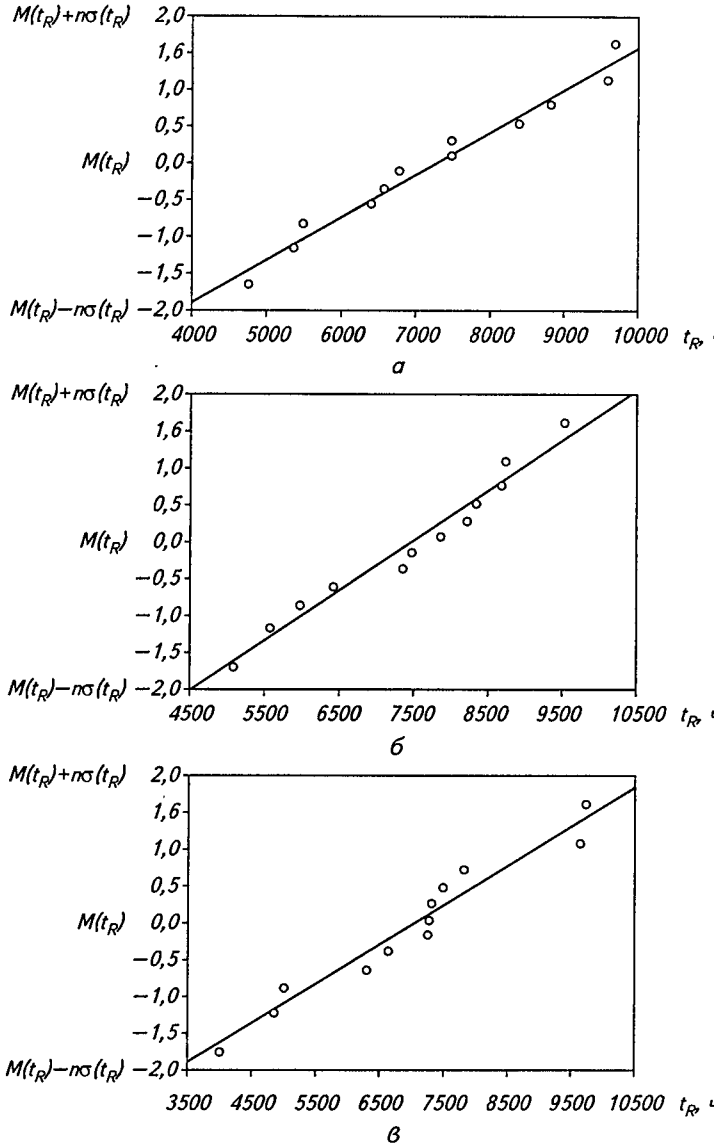


Рис. 5.3. Графики эмпирической функции распределения ресурса агрегатов для производства карбамида на вероятностной бумаге нормального закона:

а — агрегат № 1; *б* — агрегат № 2; *в* — агрегат № 3

Таблица 5.14. **Основные статистические характеристики уравнений факторов при проверке однородности данных**

Уровень фактора	Число значений t_R	Сумма значений t_R, ч	Среднее значение t_R, ч	Дисперсия t_R, ч^2
Фактор «время»:				
ресурс до 1-го КР*	3	23 217	7739	2 575 917
ресурс до 2-го КР	3	21 817	7272	2 959 364
ресурс до 3-го КР	3	18 990	6330	4 435 291
ресурс до 4-го КР	3	20 690	6897	3 175 804
ресурс до 5-го КР	3	22 183	7394	533 808
ресурс до 6-го КР	3	20 435	6812	6 461 169
ресурс до 7-го КР	3	23 225	7742	242 462
ресурс до 8-го КР	3	22 893	7631	4 235 119
ресурс до 9-го КР	3	25 579	8526	1 384 145
ресурс до 10-го КР	3	20 235	6745	203 661
ресурс до 11-го КР	3	20 968	6989	7 495 994
ресурс до 12-го КР	3	18 624	6208	281 011
Фактор «агрегат»:				
агрегат № 1	12	86 414	7201	2 622 010
агрегат № 2	12	89 144	7429	1 833 250
агрегат № 3	12	83 298	6942	2 904 670

*КР — капитальный ремонт.

критерия Фишера (F) при проверке влияния факторов составляет $\alpha = 0{,}05$.

Рассчитав основные характеристики статистических данных (табл. 5.14), вычислим по формулам (5.19)—(5.24) соответствующие вклады в общую сумму квадратов и нормированные средние квадраты:

$$SS_{\text{погрешность}} = 66\,541\,437 \text{ ч}^2;\ MS_{\text{погрешность}} = 3\,024\,611 \text{ ч}^2 \text{ для } R = 11;$$

$$SS_{\text{фактор № 1}} = 14\,417\,790 \text{ ч}^2;\ MS_{\text{фактор № 1}} = 1\,310\,708 \text{ ч}^2 \text{ для } R = 2;$$

$$SS_{\text{фактор № 2}} = 1\,426\,058 \text{ ч}^2;\ MS_{\text{фактор № 2}} = 713\,029 \text{ ч}^2 \text{ для } R = 22.$$

Таблица 5.15. **Результаты проверки с помощью дисперсионного анализа влияния на величину ресурса агрегатов для производства карбамида факторов «время» и «агрегат»**

Источник вариации	SS, ч^2	R	MS, ч^2	F	Значимость F
Время	14 417 790	11	1 310 708	0,433	0,924
Агрегат	1 426 058	2	713 029	0,236	0,792
Погрешность	66 541 437	22	3 024 611	—	—
Итого	82 385 285	35	—	—	—

Критерий Фишера по формулам (5.25) и (5.26):

$$F_{\text{фактор № 1}} = \frac{1310708}{3024611} = 0{,}433;\ F_{\text{фактор № 2}} = \frac{713029}{3024611} = 0{,}236.$$

С помощью приложения П.7, используя интерполяцию, находим значимость F:

для фактора «время» с числом степеней свободы $\nu_1 = 11$, $\nu_2 = 22$ $P = 0{,}924$ (>0,05);

для фактора «агрегат» с числом степеней свободы $\nu_1 = 2$, $\nu_2 = 22$ $P = 0{,}792$ (>0,05).

Вывод: статистически значимых различий между выборками не существует.

Результаты дисперсионного анализа приведены в табл. 5.15.

Глава 6

КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ

6.1. Постановка задачи

Поскольку количественные характеристики надежности вполне могут оказаться коррелированными различными способами (величина одной из переменных оказывает влияние на степень выраженности другой), оценка значимости связи статистических данных, полученных в результате испытаний, представляет для исследователя определенный интерес. Если влияние отсутствует, показатели надежности естественно считать независимыми или слабо зависимыми.

Необходимость проверки наличия взаимосвязи обусловлена тем, что последняя может отражать свойства элементов технической системы, а также свидетельствовать о возможности вероятностного предсказания, например величины наработки, если учесть имеющиеся данные по затратам времени на проведение ремонта, и наоборот.

По направлению связи бывают *прямыми* (величина одной из переменных растет при увеличении другой) и *обратными* (величина одной из переменных уменьшается при увеличении другой).

Связь между переменными может быть *линейной* и *нелинейной*.

Связь двух переменных называют *парной*, более чем двух — *множественной*.

Количественные критерии силы связи подразделяются на *параметрические*, в основе которых лежит предположение о нормальном законе распределения данных наблюдений (например, коэффициент корреляции Пирсона), и *непараметрические*, свободные от подобных предположений (коэффициенты корреляции Спирмена, Кендэлла и др.).

В математической статистике разработаны как методы оценки коэффициентов, характеризующих корреляцию между случайными величинами или признаками, так и методы проверки гипотез об их значениях, использующие их выборочные аналоги. Совокупность таких методов называется *корреляционным анализом.*

6.2. Критерии оценки связи между количественными характеристиками надежности

Корреляционный анализ статистических данных включает в себя следующие основные практические приемы:

построение корреляционного поля или составление корреляционной таблицы;

вычисление выборочных корреляционных отношений или коэффициентов корреляции;

проверка статистической гипотезы значимости связи.

Дальнейшее исследование может заключаться в установлении конкретного вида зависимости между величинами (*регрессионный анализ*).

Корреляционное поле или корреляционная таблица являются вспомогательными средствами при изучении наблюдений. *Корреляционное поле* получают путем нанесения на координатную плоскость выборочных точек. По характеру расположения точек поля можно составить предварительное представление о форме зависимости случайных величин. Для численной обработки результаты обычно группируют и представляют в форме *корреляционной таблицы* (табл. 6.1). В основу данной таблицы в общем случае положена группировка двух изучаемых во взаимосвязи переменных — x и y. Частоты f_{ii} показывают количество соответствующих сочетаний x и y. Если значения f_{ii} расположены в таблице беспорядочно, можно говорить об отсутствии связи между случайными величинами.

В случае образования какого-либо характерного сочетания f_{ii} допустимо говорить о наличии связи между данными наблюдений. Если f_{ii} концентрируется около одной из двух диагоналей, имеет место прямая или обратная линейная связь. В итогах корреляционной таблицы по строкам и столбцам приводятся два распределения — одно по x, другое по y. Последовательность точек $(\bar{x}_i, \bar{y}_i)$, вычисляемых как

$$\bar{y}_i = \frac{\sum_{i=1}^{z}(y_i f_{ii})}{\sum_{i=1}^{z} f_{ii}}; \quad \bar{x}_i = \frac{\sum_{i=1}^{k}(x_i f_{ii})}{\sum_{i=1}^{k} f_{ii}},$$

иллюстрирует зависимость среднего значения случайной переменной y от среднего значения случайной переменной x.

Таблица 6.1. **Корреляционная таблица**

x_i \ y_i	y_1	y_2	...	y_z	Итого	$\bar{y}_i$
x_1	f_{11}	f_{12}	...	f_{1z}	$\sum_{i=1}^{z} f_{1i}$	$\bar{y}_1$
x_2	f_{21}	f_{22}	...	f_{2z}	$\sum_{i=1}^{z} f_{2i}$	$\bar{y}_2$
...	...	...	...	...	...	...
x_k	f_{k1}	f_{k2}	...	f_{kz}	$\sum_{i=1}^{z} f_{ki}$	$\bar{y}_k$
Итого	$\sum_{i=1}^{k} f_{i1}$	$\sum_{i=1}^{k} f_{i2}$	...	$\sum_{i=1}^{k} f_{iz}$	n	$\bar{y}$
$\bar{x}_i$	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_2$	...	$\bar{x}_z$	$\bar{x}$	—

Более точную информацию о характере и значимости связи дают *коэффициенты корреляции*.

Параметрический выборочный коэффициент линейной корреляции Пирсона определяется формулой

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n}[(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})]}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}}. \qquad (6.1)$$

В качестве нуль-гипотезы H_0 в корреляционном анализе исследователи традиционно выдвигают предположение, отрицающее наличие связи между случайными величинами.

Для проверки H_0 ($r = 0$) против альтернативы H_1 ($r \neq 0$) вычисляют величину

$$t = \frac{r}{\sigma_r} = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}, \qquad (6.2)$$

и гипотеза H_0 отвергается, если $|t| > t_{1-\alpha;\,n-2}$, где $t_{1-\alpha;\,n-2}$ — теоретическое (табличное) значение критерия Стьюдента для заданного уровня значимости и $(n - 2)$ степеней свободы (см. приложение П.9).

При $n > 50$ среднюю ошибку коэффициента корреляции Пирсона можно приближенно рассчитать по формуле $\sigma_r = \frac{1-r^2}{\sqrt{n}}$; если

отношение $\frac{|r|}{\sigma_r} > 3$, коэффициент корреляции также считается значимым, а связь — реальной.

Поскольку распределение вероятностей показателей надежности далеко не всегда можно отнести к нормальному, для проверки наличия или отсутствия взаимосвязи между ними целесообразней использовать непараметрические ранговые коэффициенты корреляции Спирмена и Кендэлла. Измерения в данном случае осуществляются в ординальной шкале, т. е. их реальным содержанием является тот взаимный порядок, в котором выстраиваются анализируемые данные. Количественные значения рассматриваемых случайных величин, в отличие от статистики Пирсона, при подобной классификации не имеют практически никакого значения. Применение такого подхода обеспечит получение устойчивых и эффективных корреляционных оценок в предположении произвольности закона распределения показателей надежности и наличия резких отклонений от общей группы наблюдений.

Непараметрический выборочный коэффициент линейной корреляции Спирмена имеет вид

$$\rho = 1 - \frac{6S}{n^3 - n}, \tag{6.3}$$

где $S = \sum_{i=1}^{n} (l_i - h_i)^2$ — величина, отражающая близость ранговых последовательностей (l_1, ..., l_n) и (h_1, ..., h_n), получаемых при ранжировании значений случайных величин; n — число наблюдений.

Для проверки гипотезы о независимости данных при $4 \le n \le 10$ применяют таблицы точного распределения (см. приложение П.10), а при $n > 10$ традиционно пользуются тем, что случайная величина $\sqrt{n-1}\rho$ при $n \to \infty$ распределена нормально с параметрами (0, 1). В последнем случае H_0 отвергается, если $\frac{|\rho| > z_{1-\alpha/2}}{\sqrt{n-1}}$, где $z_{1-\alpha/2}$ — корень уравнения $F_0(z = x) = 1 - \alpha/2$ [$F_0(z = x)$ — функция стандартного нормального распределения (см. приложение П.2].

Непараметрический выборочный коэффициент линейной корреляции Кендэлла вычисляется по формуле

$$\tau = 1 - \frac{4K}{n(n-1)}, \tag{6.4}$$

где K — количество инверсий (нарушений порядка) в ранговой последовательности s_i при упорядочении рангов l_i; наименьшее возможное значение $K = 0$ и наибольшее $K = n(n-1)/2$ получаются, соответственно при полном совпадении или полной противоположности двух последовательностей рангов.

Модифицированная форма коэффициента линейной корреляции Кендэлла в случае наличия в рядах l_i и h_i повторяющихся рангов имеет вид

$$\tau' = \frac{K}{\sqrt{\left[\frac{n(n-1)}{2} - A_l\right]\left[\frac{n(n-1)}{2} - A_s\right]}}; \qquad (6.5)$$

здесь A_l и A_s — поправочные коэффициенты, вычисляемые по формуле $\frac{1}{2}\sum j(j-1)$, где j — число повторяющихся рангов в соответствующей последовательности.

При небольшом объеме выборок ($4 \le n \le 10$) проверка статистической гипотезы независимости производится с помощью специальных таблиц (см. приложение П.11). При $n > 10$ пользуются нормальным приближением для распределения τ. Если $|\tau| > z_{\alpha/2}\sqrt{2(2n+5)/[9n(n-1)]}$, то гипотеза о независимости отвергается, в противном случае принимается. Здесь α — уровень значимости, а $z_{\alpha/2}$ есть $100z_{\alpha/2}$-процентная точка нормального распределения.

Критерии, основанные на коэффициентах ранговой корреляции Спирмена и Кендэлла, асимптотически эквивалентны (в случае $n = 2$ они совпадают). При достаточно больших n между значениями ранговых коэффициентов фиксируется соотношение $\rho/\tau = 2/3$. Преимуществом коэффициента корреляции Кендэлла является возможность его применения в многофакторном анализе для вычисления частных парных коэффициентов корреляции.

Коэффициенты корреляции Пирсона, Спирмена и Кендэлла могут принимать значения в интервале от -1 до $+1$. В случае положительной связи (r, ρ, $\tau > 0$) значения одной случайной величины в среднем тем больше, чем больше значение другой (при отрицательной — наоборот). Значение -1 свидетельствует о полностью отрицательной линейной корреляции, значение $+1$ — о полностью положительной линейной корреляции, значение 0 — об отсутствии корреляции. Общая интерпретация результатов корреляционного анализа приведена ниже:

Коэффициент корреляции (по модулю)	Вывод
$0 < \ldots \le 0{,}3$	Отсутствие связи или очень слабая связь
$0{,}3 < \ldots \le 0{,}7$	Неярко выраженная связь
$0{,}7 < \ldots \le 1$	Сильная связь

Таким образом, появление в эксперименте достаточно больших (по модулю) значений коэффициентов корреляции свидетельствует против гипотезы H_0, т. е. в пользу наличия связи между переменными. Вместе с тем необходимо подчеркнуть, что из некорре-

лированности случайных величин далеко не всегда следует их фактическая независимость.

Для измерения статистической связи между более чем двумя ($m > 2$) порядковыми переменными можно использовать множественный вариант рангового коэффициента корреляции — так называемый коэффициент конкордации (согласованности) Кендэлла $W(m)$, выборочная версия которого определяется по формуле

$$W(m) = \frac{12}{m^2(n^3 - n)} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} \left[R_i(j) - \frac{m(n+1)^2}{2} \right], \qquad (6.6)$$

где $R_i(j)$ — ранг i-го наблюдения j-й случайной переменной.

Коэффициент конкордации часто применяется в экспертном анализе для определения согласованности мнения экспертов при классификации объектов или факторов по их приоритетности.

6.3. Пример корреляционного анализа данных

В результате испытаний получены выборки (n = 30) текущих значений наработки (t, ч) и времени восстановления ($t_в$, ч) теплообменника в производстве калиевой селитры:

t_i	$t_{в,\,i}$	t_i	$t_{в,\,i}$	t_i	$t_{в,\,i}$	t_i	$t_{в,\,i}$	t_i	$t_{в,\,i}$
720	73	1	100	71	81	2175	6	171	46
335	1	1025	19	2081	600	3413	72	1471	192
24	86	304	16	868	648	291	22	113	21
1079	14	389	940	390	61	632	97	698	24
492	552	1200	134	582	20	480	23	1044	18
796	98	605	27	707	816	372	888	1172	80

С целью получения полной и достоверной информации о протекающем процессе эксплуатации — восстановления оборудования необходимо проанализировать следующие виды корреляции:

$$1)\ t_i \text{ и } t_{в,\,i};\ 2)\ t_i \text{ и } t_{в,\,i-1}.$$

Поскольку никакой информации относительно закона распределения эмпирических данных нет, для оценки степени связанности показателей надежности воспользуемся ранговыми коэффициентами корреляции Спирмена и Кендэлла. Установим уровень значимости при проверке гипотезы о независимости случайных величин $\alpha = 0{,}05$.

Результаты процедуры ранжирования значений первой пары переменных (t_i и $t_{в,\,i}$) приведены ниже:

p_i	s_i	p_i	s_i	p_i	s_i	p_i	s_i	p_i	s_i
19	16	1	22	3	18	29	2	5	13
8	1	22	6	28	26	30	15	27	24
2	19	7	4	21	27	6	9	4	8
24	3	10	30	11	14	16	20	17	11
13	25	26	23	14	7	12	10	23	5
20	21	15	12	18	28	9	29	25	17

По формуле (6.3) вычислим коэффициент корреляции Спирмена:

$$\rho = 1 - \frac{6 \cdot 4029}{26970} = 0{,}0265.$$

Далее: $\sqrt{n-1}\rho = \sqrt{30-1} \cdot 0{,}0265 = 0{,}138$.

По таблице приложения П.3 стандартного нормального распределения для $z = 0{,}138$ находим $F_0(z = x) = 0{,}555$.

Уровень значимости коэффициента корреляции Спирмена $p = (1 - 0{,}555) \cdot 2 = 0{,}89$.

Для вычисления коэффициента корреляции Кендэлла находим число инверсий (K) в ранговой последовательности h_i при упорядочении рангов l_i. Ниже приведены ранги наблюдений t_i и $t_{в,\,i}$ после упорядочения по l_i:

p_i	s_i	p_i	s_i	p_i	s_i	p_i	s_i	p_i	s_i
1	22	7	4	13	25	19	16	25	17
2	19	8	1	14	7	20	21	26	23
3	18	9	29	15	12	21	27	27	24
4	8	10	30	16	20	22	6	28	26
5	13	11	14	17	11	23	5	29	2
6	9	12	10	18	28	24	3	30	15

Первый элемент ряда h_i дает 21 нарушение порядка: (22 прежде 19) — первая инверсия, (22 прежде 18) — вторая, (22 прежде 8) — третья, (22 прежде 13) — четвертая, (22 прежде 9) — пятая, (22 прежде 4) — шестая, (22 прежде 1) — седьмая, (22 прежде 14) — восьмая, (22 прежде 10) — девятая, (22 прежде 7) — десятая, (22 прежде 12) — одиннадцатая, (22 прежде 20) — двенадцатая, (22 прежде 11) — тринадцатая, (22 прежде 16) — четырнадцатая, (22 прежде 21) — пятнадцатая, (22 прежде 6) — шестнадцатая, (22 прежде 5) — семнадцатая, (22 прежде 3) — восемнадцатая, (22 прежде 17) — девятнадцатая, (22 прежде 2) — двадцатая, (22 прежде 15) — двадцать первая. Второй элемент ряда h_i дает 18 нарушений порядка, третий — 17 и т. д. Общее число инверсий $K = 218$.

Коэффициент корреляции Кендэлла, рассчитанный вследствие отсутствия повторяющихся рангов по уравнению (6.4), равен:

$$\tau = 1 - \frac{872}{870} = -0{,}002.$$

С учетом $\sqrt{\frac{9n(n+1)}{2(2n+5)}}\tau = -0{,}016$ и $F_0(-0{,}016) = 0{,}494$ уровень значимости коэффициента корреляции Кендэлла $p = 0{,}99$.

Расчет выборочных коэффициентов ранговой корреляции для второй пары переменных выполняется аналогично. Его результа-

ты (итоги непараметрической проверки независимости показателей t_i и $t_{в,\,i-1}$ следующие:

статистика Спирмена: $\rho = 0{,}073$, $p = 0{,}70$;

статистика Кендэлла: $\tau = 0{,}039$, $p = 0{,}76$;

$n = 29$.

Вывод: в результате процедуры проверки гипотезы H_0 об отсутствии связи между показателями надежности теплообменника полученные значения самих коэффициентов корреляции и их уровней значимости не позволяют отвергнуть предположение о равенстве их нулю. Это свидетельствует о взаимной независимости или очень слабой зависимости наработки и времени восстановления оборудования за период испытаний.

Отсутствие связи между статистическими данными по t и $t_в$ является вполне объяснимым, поскольку в каждый из рассматриваемых моментов восстановления i или $i-1$ обе переменные смешиваются, причем смешиваются в случайном соотношении. Кроме того, можно постулировать, что длительность ремонтных простоев зависит от возможностей системы, обеспечивающей восстановление, и что количественно эти возможности меняются стохастически от одного периода восстановления до другого и даже непосредственно в период восстановления. Поэтому причина отказа (и соответственно наработка) и причина простоя (и соответственно его продолжительность) чаще всего не являются коррелированными.

Глава 7

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДОВЕРИТЕЛЬНЫХ ИНТЕРВАЛОВ ДЛЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ

7.1. Основные определения

Показатели надежности (t_0 — средняя наработка до отказа; $\overline{t}$ — средняя наработка на отказ; $\overline{t}_в$ — среднее время восстановления; $n_{ср}$ — среднее количество отказов за определенный период работы и др.), как правило, вычисляются на основе ограниченного числа наблюдений и содержат элемент случайности.

Чтобы получить представление о точности их оценок, необходимо указывать границы возможной погрешности.

В математической статистике для оценки погрешности используются понятия доверительного интервала и доверительной вероятности.

Доверительным интервалом называется интервал, который с вероятностью α покрывает оцениваемое значение параметра распределения.

Величина вероятности α носит название *доверительной вероятности*. Доверительная вероятность численно показывает меру достоверности полученной оценки.

Если в результате опытов получена средняя наработка на отказ $\bar{t}$ и установлено, что разность между математическим ожиданием $M(\bar{t})$ и $\bar{t}$ не превосходит некоторого значения ε с вероятностью α, т. е.

$$P\{\bar{t}-\varepsilon<M(\bar{t})<\bar{t}+\varepsilon\}=\alpha, \tag{7.1}$$

то интервал $\{\bar{t}-\varepsilon\};\{\bar{t}+\varepsilon\}$ и будет являться доверительным интервалом для оценки $\bar{t}$. Границы $\{\bar{t}-\varepsilon\}$ и $\{\bar{t}+\varepsilon\}$ называются *доверительными границами.*

Если известен закон распределения случайной величины, то доверительные границы определяются достаточно просто и точно.

7.2. Распределение случайной величины по экспоненциальному закону

Если случайная величина t имеет экспоненциальное распределение, то для определения доверительных границ используются коэффициенты точности, приведенные в табл. 7.1.

Тогда для t_0 или $\bar{t}$ имеем:

$$\bar{t}_{\max}=\delta_1\bar{t};\ \bar{t}_{\min}=\delta_2\bar{t}. \tag{7.2}$$

Коэффициенты точности можно также рассчитать по формулам

$$\delta_1=\frac{4n}{\left(\sqrt{4n-1}-Z_\alpha\right)^2}; \tag{7.3}$$

$$\delta_2=\frac{4n}{\left(\sqrt{4n-3}+Z_\alpha\right)^2}, \tag{7.4}$$

где n — суммарное число отказов за время t; Z_α — квантиль уровня α стандартного нормального распределения.

Формулы (7.2) применимы, когда наблюдения за работой объекта ведутся в течение заданного промежутка времени и число отказов n является случайным. Если же испытания ведутся до получения заданного числа отказов, то время становится случайной величиной и тогда

$$\bar{t}_{\min}=\delta_3\bar{t}. \tag{7.5}$$

Таблица 7.1. **Коэффициенты точности**

n	δ_1		δ_2		δ_3	
	$\alpha = 0{,}95$	$\alpha = 0{,}9$	$\alpha = 0{,}95$	$\alpha = 0{,}9$	$\alpha = 0{,}95$	$\alpha = 0{,}9$
1	19,50	9,60	0,21	0,26	0,33	0,43
2	5,63	3,77	0,32	0,38	0,42	0,51
3	3,66	2,73	0,39	0,45	0,48	0,57
4	2,93	2,29	0,44	0,50	0,52	0,60
5	2,54	2,05	0,48	0,54	0,55	0,62
6	2,29	1,90	0,51	0,57	0,57	0,65
8	2,10	1,72	0,55	0,62	0,61	0,68
10	1,83	1,61	0,59	0,65	0,64	0,70
15	1,62	1,46	0,65	0,70	0,68	0,74
20	1,51	1,37	0,69	0,74	0,72	0,77
23	1,44	1,33	0,72	0,76	0,74	0,79
30	1,39	1,29	0,74	0,78	0,76	0,80
40	1,32	1,24	0,77	0,81	0,78	0,83
50	1,28	1,21	0,79	0,83	0,80	0,84
60	1,25	1,19	0,81	0,84	0,82	0,86
100	1,19	1,14	0,85	0,88	0,86	0,88
150	1,15	1,12	0,87	0,90	0,88	0,90
200	1,13	1,10	0,89	0,91	0,89	0,92
250	1,11	1,09	0,90	0,92	0,90	0,92
300	1,10	1,08	0,91	0,93	0,91	0,93
400	1,09	1,07	0,92	0,94	0,92	0,94
500	1,08	1,06	0,93	0,94	0,93	0,94

Пример. При наблюдении за работой кристаллизатора в течение 1 года (8640 ч) было зафиксировано 157 отказов, так что при коэффициенте технического использования $K_{т.и} = 0{,}9$ наработка на отказ составила:

$$\sum t = 8640 - 0{,}1 \cdot 8640 = 7776 \text{ (ч)};$$

$$\bar{t} = \frac{\sum t}{n} = \frac{7776}{157} = 49{,}53 \text{ (ч)}.$$

Найти интервальную оценку средней наработки, если закон распределения экспоненциальный.

Воспользуемся данными табл. 7.1 для определения коэффициентов δ_1 и δ_2. Доверительная вероятность для химического оборудования принята не ниже $\alpha = 0{,}90$. Из табл. 7.1 для $n = 150$ и $\alpha = 0{,}9$ имеем $\delta_1 = 1{,}12$ и $\delta_2 = 0{,}90$.

Тогда

$$\overline{t}_{\max} = 49{,}53 \cdot 1{,}12 = 55{,}47 \text{ (ч)};$$

$$\overline{t}_{\min} = 49{,}53 \cdot 0{,}9 = 44{,}57 \text{ (ч)}.$$

7.3. Распределение случайной величины по закону Вейбулла

Если случайная величина распределена по закону Вейбулла, то согласно выражению (2.30)

$$P(t) = e^{-\frac{t^a}{b}}. \tag{7.6}$$

Можно представить $b = y^a$. Тогда

$$P(t) = e^{-\left(\frac{t}{y}\right)^a}. \tag{7.7}$$

Отсюда следует, что случайная величина $x = t^a$ имеет экспоненциальное распределение с параметром

$$\lambda = y^{-a}. \tag{7.8}$$

Если в результате опыта имеем t_1, t_2, t_3, ..., t_n значений случайной величины t, то при известном a определим $x_1 = t_1^a$, $x_2 = t_2^a$, ..., $x_n = t_n^a$. Тогда параметр распределения случайной величины x равен:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{n}\sum_1^n x_i = M(x);$$

$$\lambda_{\min} = \frac{\lambda}{\delta_1} = \frac{1}{\delta_1 M(x)} \text{ и } \lambda_{\max} = \frac{1}{\delta_2 M(x)}.$$

Из уравнения (7.8) находим:

$$\overline{y} = \frac{1}{\sqrt[a]{\lambda}} = \sqrt[a]{M(x)}; \tag{7.9}$$

$$y_{\min} = \frac{1}{\sqrt[a]{\lambda_{\max}}} = \sqrt[a]{\delta_2 M(x)}; \tag{7.10}$$

$$y_{\max} = \frac{1}{\sqrt[a]{\lambda_{\min}}} = \sqrt[a]{\delta_1 M(x)}. \tag{7.11}$$

Для случайной величины t, распределенной по закону Вейбулла, средняя наработка до отказа такова:

$$t_0 = K_a, \tag{7.12}$$

где K_a — гамма-функция от $\left(1+\frac{1}{a}\right)$, т. е.

$$K_a = \Gamma\left(1+\frac{1}{a}\right) \tag{7.13}$$

и

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty Z^{x-1} e^{-Z} \mathrm{d}Z. \tag{7.14}$$

Тогда

$$t_0 = K_a y^a = \Gamma\left(1+\frac{1}{a}\right) y^a. \tag{7.15}$$

Подставляя вместо y его значение (7.9), получим:

$$t_0 = \Gamma\left(1+\frac{1}{a}\right) M(x); \tag{7.16}$$

$$t_{0\max} = t_0 \delta_1 = \Gamma\left(1+\frac{1}{a}\right) \delta_1 M(x); \tag{7.17}$$

$$t_{0\min} = t_0 \delta_2 = \Gamma\left(1+\frac{1}{a}\right) \delta_2 M(x). \tag{7.18}$$

Коэффициенты точности δ_1 и δ_2 берутся из табл. 7.1 в зависимости от n и доверительной вероятности α.

Пример. Ресурс изделий распределен по закону Вейбулла с параметром $a = 2{,}3$. При испытании 200 изделий были найдены ресурсы t_i, по которым найдено $M(x) = 345 \cdot 10^2$ ч. Найти средний ресурс и доверительные границы для $\alpha = 0{,}95$.

По таблицам гамма-функции для $a = 2{,}3$ находим $K_\alpha = 0{,}886$.

Для $n = 200$ и $a = 0{,}95$ по табл. 7.1 определяем $\delta_1 = 1{,}13$ и $\delta_2 = 0{,}89$.

По формулам (7.16), (7.17) и (7.18) получаем:

$$t_0 = 0{,}886 \cdot 345 \cdot 10^2 = 30\,567 \text{ (ч)};$$

$$t_{0\,\max} = 0{,}886 \cdot 1{,}13 \cdot 345 \cdot 10^2 = 34\,541 \text{ (ч)};$$

$$t_{0\,\min} = 0{,}886 \cdot 0{,}89 \cdot 345 \cdot 10^2 = 27\,205 \text{ (ч)}.$$

7.4. Распределение случайной величины по нормальному закону

Если случайная величина t распределена нормально с математическим ожиданием $M(t) = t_0$, то при объеме выборки n можно найти доверительные границы для t_0:

$$t_{0\max} = t_0 + t_\alpha \sqrt{\frac{D(t)}{n-1}}; \tag{7.19}$$

$$t_{0\min} = t_0 - t_\alpha \sqrt{\frac{D(t)}{n-1}}, \tag{7.20}$$

где $D(t)$ — дисперсия случайной величины; t_α — коэффициент Стьюдента, который находится по П.9 в зависимости от принятой величины доверительной вероятности α и числа степеней свободы $K = n - 1$.

Пример. Ресурс изделий до капитального ремонта распределен по нормальному закону. Число изделий $n = 25$. Средний ресурс $t_0 = 8000$ ч, среднеквадратическое отклонение $\sigma = 600$ ч. Найти для $\alpha = 0{,}90$ доверительные границы для среднего ресурса.

По табл. П.9 для $\alpha = 0{,}9$ и $K = 25 - 1 = 24$ находим $t_\alpha = 1{,}711$.

По уравнениям (7.19) и (7.20) получаем:

$$t_{0\max} = 8000 + 1{,}711 \cdot \frac{600}{24} = 8205 \text{ (ч)};$$

$$t_{0\min} = 8000 - 1{,}711 \cdot \frac{600}{24} = 7795 \text{ (ч)}.$$

7.5. Распределение случайной величины по произвольному закону

Для достаточно точного доверительного оценивания средней наработки на отказ $\bar{t}$ (до отказа — t_0) или других показателей надежности, рассчитываемых по эмпирическим данным в предположении произвольности закона распределения, можно воспользоваться методом, предложенным Кенуем.

Сущность данного метода заключается в получении интервальных оценок $\bar{t}$ в два этапа: предварительный расчет доверительных пределов и их последующее уточнение путем отбора таких значений, для которых общие суммы рангов положительных и отрицательных отклонений наблюдений (по абсолютной величине) не отличаются значимо друг от друга.

Грубые пределы оценки средней наработки до отказа определяются следующим образом:

$$(\bar{t}-e, \bar{t}+e); \tag{7.21}$$

здесь $\bar{t}=\sum_{i=1}^{n} t_i$ — среднеарифметическое оценки; $e=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ — стандартная ошибка оценки; $\sigma=\sqrt{\frac{1}{n-1}\left[\sum_{i=1}^{n} t_i^2-\frac{\left(\sum_{i=1}^{n} t_i\right)^2}{n}\right]}$ — стандартное отклонение случайной величины t_i;

n — размер выборки.

На втором этапе предварительные значения доверительных границ корректируются (путем перебора), исходя из минимизации статистики L, вычисляемой по формуле

$$L=R-\frac{n(n+1)}{4}+Z_{1-\alpha}\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}, \tag{7.22}$$

где R — сумма рангов положительных (или отрицательных) отклонений наблюдений от верхнего (или нижнего) предела.

Процесс корректировки верхней (или нижней) доверительной границы осуществляется до получения такого ее значения, при котором $L = 0$.

Представленный метод пригоден для любого распределения исходных данных с произвольной асимметрией и обладает достаточно высокой эффективностью.

Доверительные границы для коэффициента готовности $K_г$ находятся следующим образом:

при числе отказов n и показателях надежности $\bar{t}$ (средняя наработка на отказ), $\bar{t}_в$ (среднее время восстановления) вычисляют среднеквадратическую ошибку оценки коэффициента готовности

$$\sigma(K_г)=K_г^2\frac{\bar{t}_в}{\bar{t}}\sqrt{\frac{2}{n}}; \tag{7.23}$$

определяют доверительные границы:

$$K_г^н=K_г-\sigma(K_г)Z_\alpha; \tag{7.24}$$

$$K_г^в=K_г+\sigma(K_г)Z_\alpha. \tag{7.25}$$

Глава 8

СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ СИСТЕМ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ОБОРУДОВАНИЯ

8.1. Расчет надежности сложных систем

Назовем сложный объект системой, если он состоит из некоторого количества деталей-элементов.

Под системой можно подразумевать и шарикоподшипник, если шарики, кольца и сепаратор считать элементами, или целиком — компрессор, где элементами являются подшипники, поршни и другие детали; системой может быть и целая производственная линия, элементами которой будут являться отдельные виды оборудования, и т. д. Таким образом, понятия «система» и «элементы системы» являются относительными, и в каждом отдельном случае при анализе надежности надо четко представлять и систему, и ее составные элементы. При этом различные схемы оборудования или технологические схемы отдельных производств необходимо перестроить в схемы надежности. Расчет надежности необходим как для новых проектируемых систем, так и для систем уже спроектированных и находящихся в эксплуатации.

В общем случае расчет надежности включает теоретическое определение всех основных количественных характеристик элемента или системы.

На стадии проектирования такой расчет позволяет ориентировочно оценить ожидаемую надежность основных узлов и блоков. Далее нужно сопоставить полученные количественные характеристики проектируемой системы с заданными требованиями и принять соответствующее решение. Если при этом окажется, что расчетные значения показателей надежности ниже требуемых, то своевременно можно принять меры по их повышению как в процессе проектирования, так и в процессе разработки технологии.

Оценка показателей надежности уже существующих аппаратов и линий позволяет грамотно решить вопросы технической эксплуатации, профилактики и текущего ремонта. Можно заблаговременно предусмотреть появление тех или иных неисправностей, повысив тем самым вероятность безотказной работы машины, аппарата и линии.

Известно несколько разновидностей методов расчета надежности. Сущность их в общем одинакова и сводится к определению необходимых количественных показателей надежности.

Обычно различают две группы расчетов: приближенный, или ориентировочный, и полный, или окончательный.

Инженерных методов полного расчета до настоящего времени нет. Ввиду этого на практике ограничиваются определением од-

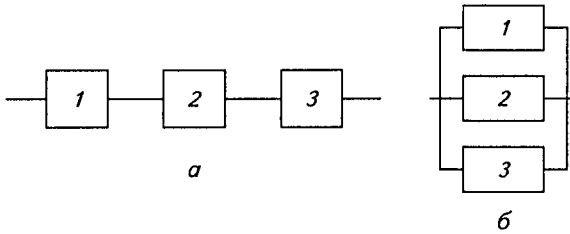


Рис. 8.1. Соединение элементов в систему:

а — последовательное; *б* — параллельное

ной или нескольких количественных характеристик надежности, например вероятности безотказной работы аппарата или линии

$$P(t)=\int_{t}^{\infty} f(t)\mathrm{d}t\,, \tag{8.1}$$

или среднего времени безотказной работы

$$t_{\text{ср}}=\int_{t}^{\infty} P(t)\mathrm{d}t \tag{8.2}$$

или интенсивности отказов

$$\lambda(t)=\frac{f(t)}{P(t)}, \tag{8.3}$$

а дальше сравнивают эти характеристики с данными технических условий.

Рассмотрим некоторые вопросы, связанные с расчетом надежности сложных объектов или систем.

Надежность системы в целом зависит от надежности входящих в нее элементов, а также от способа их включения в систему.

В теории надежности различают два основных вида соединения элементов: последовательное и параллельное (рис. 8.1).

8.2. Последовательное соединение элементов системы

Под последовательным соединением элементов в теории надежности понимают такое соединение, при котором отказ одного какого-либо элемента влечет за собой отказ всей системы. Или иначе: последовательное соединение есть совокупность элементов, для которой необходимым и достаточным условием отказа является отказ хотя бы одного элемента, входящего в данную сис-

тему. В этом случае при условии, что отказ каждого из N элементов системы является событием независимым, будем иметь:

$$P_c(t) = P_1(t) \cdot P_2(t) \cdot \ldots \cdot P_n(t) = \prod_{i=1}^{N} P_i(t). \qquad (8.4)$$

Пример 1. На рис. 8.2 представлена схема реактора с герметическим приводом. При рассмотрении такой схемы видно, что при отказе любого из элементов прекратится функционирование всей системы. Тогда, если считать отказы этих элементов (узлов) независимыми, вероятность безотказной работы реактора равна

$$P_c(t) = P_1(t) \cdot P_2(t) \cdot P_3(t). \qquad (8.5)$$

Для определения вида соединения необходимо, перечисляя элементы системы один за другим, задавать вопрос: если этот элемент откажет, то откажет ли вся система? Если система откажет, то данный элемент включен последовательно; если система не откажет, то имеет место другой вид соединения.

Для лучшего понимания последовательного соединения элементов в системе обратимся к теоретико-множественным представлениям. На рис. 8.3 приведены множества P_1, P_2, P_3, представляющие собой функционирование соответствующего элемента по рис. 8.2, т. е. если вероятность безотказной работы (надежность) привода — это попадание точки в область P_1, вероятность безотказной работы (надежность) перемешивающего устройства — это попадание точки в область P_2, а надежность корпуса — попадание точки в область P_3, то множество работоспособных состояний всей системы соответствует пересечению множеств P_1, P_2 и P_3.

Тогда для надежности системы можно записать:

$$P_c = P_1 \cap P_2 \cap P_3. \qquad (8.6)$$

Если система состоит из n элементов, получим:

$$P_c = P_1 \cap P_2 \cap \ldots \cap P_n = \bigcap_{i=1}^{n} P_i, \qquad (8.7)$$

или в алгебраической записи

$$P_c = P_1 \cdot P_2 \cdot \ldots \cdot P_n = \prod_{i=1}^{n} P_i. \qquad (8.8)$$

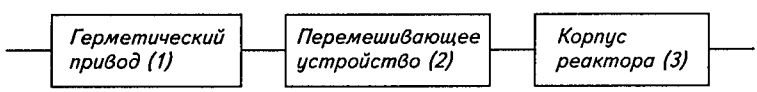


Рис. 8.2. Схема реактора с герметическим приводом

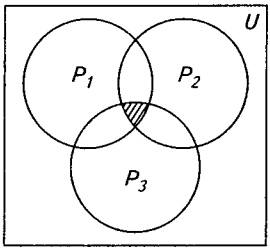


Рис. 8.3. Теоретико-множественное представление последовательного соединения элементов в системе

Так как надежность, работоспособность, а более конкретно — показатель надежности зависит от времени, то выражение (8.8) можно записать в таком виде:

$$P_c(t) = P(t) \cdot P_2(t) \cdot \ldots \cdot P_n(t) = \prod_{i=1}^{n} P_i(t), \qquad (8.9)$$

т. е. получим формулу (8.4).

Эта формула является расчетной для определения показателя надежности системы с последовательным соединением элементов. Из этой формулы можно сделать следующие выводы:

1) надежность системы с последовательно включенными элементами всегда будет ниже надежности самого ненадежного элемента системы, т. е.

$$P_c < P_{i\,\min}; \qquad (8.10)$$

2) чем сложнее система с последовательным соединением элементов, тем ниже ее надежность; при усложнении системы ее надежность будет падать.

Если надежность всех элементов системы с последовательным соединением элементов имеет экспоненциальный закон распределения, то на основании формулы (8.9) имеем:

$$P_c(t) = e^{-\lambda_1 t} \cdot e^{-\lambda_2 t} \cdot \ldots \cdot e^{-\lambda_n t} = e^{-\Lambda_c t}; \qquad (8.11)$$

$$\Lambda_c = \lambda_1 + \lambda_2 + \ldots + \lambda_n = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i,$$

где $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ — интенсивность отказов элементов системы; Λ_c — интенсивность отказов системы.

В частном случае, если система с последовательным соединением элементов состоит из одинаковых элементов, формула (8.9) приобретает вид

$$P_c(t) = [P(t)]^n, \qquad (8.12)$$

и если имеет место экспоненциальный закон распределения, т. е.

$$P(t) = e^{-\lambda t}, \qquad (8.13)$$

система (8.11) будет иметь следующий вид:

$$P_c(t) = e^{-n\lambda t} = e^{-\Lambda_c t};$$
$$\Lambda_c = n\lambda. \qquad (8.14)$$

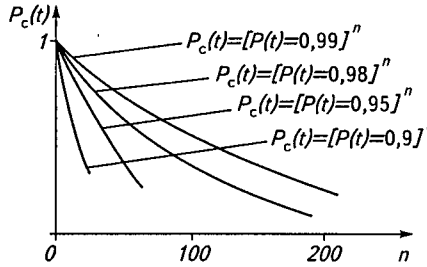


Рис. 8.4. Изменение надежности системы в зависимости от надежности элементов и числа элементов *n*

Но для экспоненциального закона

$$\lambda = 1/t_{ср}. \tag{8.15}$$

Тогда

$$T_{ср} = t_{ср}/n, \tag{8.16}$$

где $T_{ср}$ — среднее время безотказной работы системы,

т. е. показатель надежности последовательно соединенной системы из одинаковых элементов ниже надежности элемента в n раз.

На рис. 8.4 представлены графики изменения надежности последовательно соединенной системы с одинаковыми элементами в зависимости от числа элементов n при различных значениях показателей надежности $P(t)$ отдельных элементов. Как видно из рисунка, надежность системы очень сильно зависит от числа элементов в системе.

Пример 2. Сложная система состоит из двух последовательно соединенных элементов. Система откажет, если откажет хотя бы один из входящих в нее элементов.

Допустим, что мы знаем для элементов системы $f_1(t)$, $P_1(t)$, $\lambda_1(t)$ и $f_2(t)$, $P_2(t)$, $\lambda_2(t)$.

Найдем эти показатели для системы: $f(t)$, $P(t)$, $\lambda(t)$.

Проще всего находится $P(t)$ по формуле (8.9):

$$P(t) = P_1(t) \cdot P_2(t), \tag{8.17}$$

т. е., чтобы система работала безотказно, необходима безотказная работа элементов.

Дифференцируем обе части уравнения (8.17) по t:

$$\frac{dP(t)}{dt} = \frac{dP_1(t)}{dt} P_2(t) + \frac{dP_2(t)}{dt} P_1(t);$$

но $\dfrac{dP}{dt} = -f(t)$, поэтому

$$f(t)=f_1(t)\cdot P_2(t)+f_2(t)\cdot P_1(t); \tag{8.18}$$

но $P(t)=\int_t^\infty f(t)\mathrm{d}t$, поэтому

$$f(t)=f_1(t)\int_t^\infty f_2(t)\mathrm{d}t+f_2(t)\int_t^\infty f_1(t)\mathrm{d}t. \tag{8.19}$$

Разделим почленно уравнение (8.18) на (8.17):

$$\frac{f(t)}{P(t)}=\frac{f_1(t)\cdot P_2(t)}{P_1(t)\cdot P_2(t)}+\frac{f_2(t)\cdot P_1(t)}{P_1(t)\cdot P_2(t)}.$$

С учетом уравнения (8.3) получим:

$$\lambda(t)=\lambda_1(t)+\lambda_2(t). \tag{8.20}$$

Уравнения (8.17), (8.19) и (8.20) показывают, как функции $P(t)$, $f(t)$ и $\lambda(t)$ системы с последовательным соединением элементов выражаются через такие же функции элементов.

Эти выражения справедливы и тогда, когда в одном изделии наблюдаются, например, два процесса, один из которых приводит к внезапным отказам, а другой — к постепенным, и эти процессы имеют характеристики надежности $f_1(t)$, $P_1(t)$, $\lambda_1(t)$.

Суммарная характеристика надежности определяется уравнениями (8.17), (8.19) и (8.20).

Пример 3. Пусть в некотором элементе возможны внезапные отказы, связанные со скрытыми дефектами внутренней структуры, и в этом же элементе идут процессы старения и износа, которые приводят к постепенному отказу. Внезапные отказы подчиняются экспоненциальному закону с параметром $\lambda_1 = 0{,}0001$ ч$^{-1}$, следовательно, $M_1(t) = t_{\text{ср}1} = 10\,000$ ч и $P_1(t)=e^{-\lambda_1 t}$.

Постепенные отказы подчиняются нормальному закону с параметрами

$$M_2(t)=t_{\text{ср}2}=1000 \text{ ч};\ \sigma_2=100 \text{ ч}.$$

Для нормального закона имеем расчетные формулы

$$f_2(t)=\frac{1}{\sigma_2}\varphi_0\left(\frac{t-M_2}{\sigma_2}\right)=0{,}01\varphi_0\left(\frac{t-1000}{100}\right);$$

$$P_2(t)=F_0\left(\frac{M_2-t}{\sigma_2}\right)=F_0\left(\frac{1000-t}{100}\right);\ \lambda_2(t)=\frac{f_2(t)}{P_2(t)}.$$

При совместном рассмотрении внезапных и постепенных отказов получаем $P(t)$ и $\lambda(t)$ по формулам (8.17) и (8.20). Результаты расчетов приведены ниже:

t, ч	$\lambda(t)$, $ч^{-1}$	$P(t)$
200	0,0001	0,98
400	0,0001	0,96
600	0,0001	0,94
800	0,0006	0,89
1000	0,0081	0,452
1200	0,0231	0,02

Прокомментируем результаты. Вначале определяющую роль играют внезапные отказы. Потом сказывается влияние и постепенных, интенсивность отказов нарастает. Вероятность безотказной работы уменьшается сначала медленно, потом все быстрее и при 1200 ч равна 0,02, т. е. почти все изделия выйдут из строя за 1200 ч.

Пример поучителен назначением объема испытаний. Если ограничиться при испытании 600 ч, то можно установить, что интенсивность отказов постоянна и равна $\lambda = 0{,}0001\ ч^{-1}$ и $T_{ср} = 10\,000$ ч, на самом деле это явление более сложное.

Рассмотрим проблему масштабного перехода в теории надежности. Вернемся к основному уравнению (8.9) для последовательного соединения. Предположим, что нам известен показатель надежности $P_l(t)$ для сварного шва длиной $l = l_0$, а надо прогнозировать надежность длинного сварного шва длиной L. Для этого рассмотрим длинный шов протяженностью L как сложную систему, состоящую из последовательно соединенных элементов, представляющих собой участки шва, каждый длиной $l = l_0$.

На рис. 8.5 показан схематично эталонный шов длиной l_0, надежность которого $P_l(t)$ известна, и шов длиной L, представленный условно как последовательное соединение элементов — эталонных швов.

Итак, расчетным путем можем определить надежность шва большой протяженности, т. е. решить проблему определения надежности при масштабных переходах.

С учетом формулы (8.12) запишем:

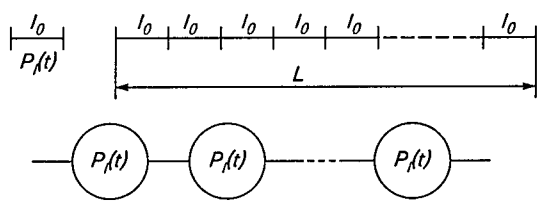


Рис. 8.5. Эталонный и длинный швы

$$P_L(t) = [P_l(t)]^{m_L}, \tag{8.21}$$

где $m_L = L/l_0$ — число швов протяженности l_0.

По аналогии с одномерным изделием можно приведенные выше рассуждения перенести и на двухмерные изделия, например теплообменную поверхность, фильтрующую перегородку и др. Для этого случая запишем:

$$P_Q(t) = \left[P_q(t)\right]^{m_Q};\ m_Q = Q/q, \tag{8.22}$$

где $P_Q(t)$ — искомый показатель надежности объекта с большой поверхностью; $P_q(t)$ — известный показатель надежности условной единичной поверхности; Q — величина поверхности крупного объекта; q — величина условной единичной поверхности; m_Q — число единичных поверхностей q в рамках поверхности объекта Q.

Далее по аналогии запишем уравнение для определения надежности объекта, который функционирует через объем, например слоя адсорбента, катализатора.

В этом случае запишем:

$$P_V(t) = [P_{V1}(t)]^{m_V};\ m_V = V/V_1, \tag{8.23}$$

где $P_V(t)$ — искомый показатель надежности объекта большого объема; $P_{V1}(t)$ — известный показатель надежности единичного условного объема; V — объем крупного объекта; V_1 — объем единичного объекта; m_V — масштаб по объему объекта.

Представим теперь некоторый объект, в работе которого участвуют объемные, поверхностные и линейные элементы, например реактор со слоем катализатора. Здесь сварные швы являются линейными элементами, стенки реактора — элементами, представляющими поверхность (площадь) теплообмена, а масса катализатора — элемент, функционирующий объемно. Тогда

$$P_м(t) = P_L(t) \cdot P_Q(t) \cdot P_V(t),$$

или

$$P_м(t) = [P_l(t)]^{m_L}\left[P_q(t)\right]^{m_Q}[P_{V1}(t)]^{m_V}, \tag{8.24}$$

где $P_м(t)$ — надежность крупномасштабного объекта.

На основании формул (8.21) — (8.24) приходим к выводу, что надежность крупномасштабного объекта будет ниже, чем объекта-прототипа (объекта-модели), причем влияние масштаба на снижение надежности весьма велико, это демонстрируется на рис. 8.4. Значит, для того чтобы крупный объект имел приемлемую надежность, надо повысить требования к точности и тщательности изготовления такого объекта, необходимо также предъявлять высокие требования к конструкционным материалам.

Методы расчета надежности сложных систем иногда позволяют приближенно определять неизвестные интенсивности отказов или параметры потока отказов отдельных элементов системы.

Допустим, что нам известны все показатели надежности отдельных элементов системы с последовательным соединением элементов. Примем для упрощения задачи экспоненциальный закон распределения, тогда имеем для надежности системы для заданного времени t:

$$P_{1c}(t) = e^{-\Lambda_1 t};$$
$$\Lambda_1 = \sum_{i=1}^{n} \lambda_{1i}. \tag{8.25}$$

Для другой — аналогичной, но работающей в другом нагрузочном режиме системы — экспериментально получен показатель ее надежности $P_{2c}(t)$ для времени t. Тогда для этой новой системы имеем:

$$P_{2c}(t) = e^{-\Lambda_2 t};$$
$$\Lambda_2 = \sum_{i=1}^{n} \lambda_{2i}. \tag{8.26}$$

В системах (8.25) и (8.26) неизвестными являются все показатели λ_{2i}, т. е. λ_{21}, λ_{22}, ..., λ_{2n}.

Введем новые величины k_i, представляющие отношения

$$k_1 = \frac{\lambda_{11}}{\lambda_{21}}; k_2 = \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{22}}; \ldots; k_n = \frac{\lambda_{1n}}{\lambda_{2n}}. \tag{8.27}$$

При близких по значению нагрузочных режимах можно считать, что

$$k_1 = k_2 = \ldots = k_n = k. \tag{8.28}$$

Тогда формулы (8.25) и (8.26) с учетом (8.27) и (8.28) будут выглядеть так:

$$P_{1c}(t) = e^{-\sum_{i=1}^{n}(\lambda_{1i}t)};$$
$$P_{2c}(t) = e^{-\frac{1}{k}\sum_{1}^{n}(\lambda_{1i}t)}. \tag{8.29}$$

Прологарифмируем эти выражения:

$$\ln P_{1c}(t) = -\sum_{i=1}^{n}(\lambda_{1i}t);$$
$$\ln P_{2c}(t) = -\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{n}(\lambda_{1i}t). \tag{8.30}$$

Разделим одно выражение на другое:

$$k = \frac{\ln P_{1c}(i)}{\ln P_{2c}(t)}. \tag{8.31}$$

Окончательно получим:

$$\lambda_{2i} = \lambda_{1i} / k. \tag{8.32}$$

Метод может быть использован для прогноза надежности функционирования данной системы в новом режиме или в аналогичной системе.

8.3. Параллельное соединение элементов системы

Системой с параллельным соединением элементов называется такая система, которая отказывает в том случае, если отказали все ее элементы. Пример такой системы представлен на рис. 8.6.

Частный случай, изображенный на рис. 8.6, *а*, есть дублирование элементов. На рис. 8.6, *б* система состоит из трех элементов; если отказывает любой из трех элементов, система остается работоспособной. Она будет работать и в том случае, если откажут любые два элемента, так как для обеспечения нормального функционирования системы достаточно функционирования всего одного элемента.

Определим надежность функционирования системы, если известна надежность каждого элемента. Обратимся к рис. 8.6, *а*.

Пусть $P_1(t)$ — вероятность безотказной работы первого элемента и $P_2(t)$ — вероятность безотказной работы второго элемента. Тогда $1 - P_1(t)$ — вероятность отказа первого элемента и $1 - P_2(t)$ — вероятность отказа второго элемента. Вероятность отказа системы будет

$$[1 - P_1(t)][1 - P_2(t)];$$

вероятность безотказной работы системы

$$P_c(t) = 1 - [1 - P_1(t)][1 - P_2(t)]. \tag{8.33}$$

В частном случае, если параллельно включенные элементы имеют одинаковую надежность

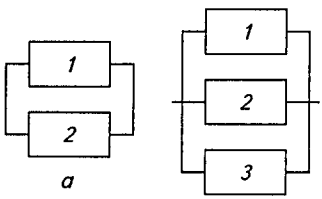


Рис. 8.6. Система с параллельным соединением *n* элементов:

а — $n = 2$; *б* — $n = 3$

$$P_1(t) = P_2(t) = P(t),$$

будем иметь:

$$P_c(t) = 1 - [1 - P(t)]^2. \qquad (8.34)$$

Если система состоит из n элементов, то

$$P_c(t) = 1 - [1 - P(t)]^n. \qquad (8.35)$$

Обратимся теперь к теоретико-множественным представлениям.

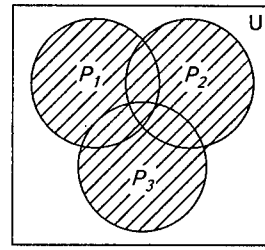


Рис. 8.7. Теоретико-множественное представление параллельного соединения элементов в системе

Пусть в системе из трех параллельно соединенных элементов (рис. 8.7) надежность каждого из элементов будет равна P_1, P_2, P_3. Интерпретируем эти значения геометрически. На рис. 8.7 в прямоугольнике универсального множества U показана система кругов P_1, P_2, P_3, все точки которых соответствуют работоспособности элементов системы 1, 2, 3, т. е. любая точка заштрихованного множества объединения отвечает состоянию работоспособности системы

$$P_c = P_1 \cup P_2 \cup P_3, \qquad (8.36)$$

или в алгебраической записи

$$P_c = 1 - (1 - P_1)(1 - P_2)(1 - P_3). \qquad (8.37)$$

Если система состоит из n элементов равной надежности, то

$$P_c = 1 - (1 - P)^n, \qquad (8.38)$$

т. е. приходим к формуле (8.35).

Пример 1. Допустим, имеется насосная станция с параллельно включенными насосами (в первом варианте — два насоса, во втором — три). Пусть для упрощения насосы имеют на данный момент времени t одинаковые числовые значения показателя надежности:

$$P_1(t) = P_2(t) = P_3(t) = P(t).$$

Найдем показатель надежности системы (т. е. насосной станции) $P_c(t)$ по формуле (8.35). Данные сведем в табл. 8.1.

Таблица 8.1. **Значения $P_c(t)$**

n	$P(t)$		
	0,9	0,99	0,999
2	0,99	0,9999	$0,9^6$
3	0,999	$0,9^6$	$0,9^9$

Примечание: $0,9^6$ означает 0,999999, а $0,9^9$ — 0,999999999.

На основании этого примера сделаем важнейший вывод: надежность системы с параллельно включенными элементами выше, чем надежность отдельного элемента, и надежность системы увеличивается с увеличением числа элементов. Пользуясь этим свойством, можно из малонадежных элементов создать достаточно надежные системы. Этот принцип давно используется; он называется *принципом резервирования*, или — в частном случае, когда $n = 2$, — это дублирование элементов. Метод не всегда может быть целесообразным, но тем не менее он очень часто используется в технике, а также характерен для животного мира, где в процессе эволюции выжили (как более надежные) те существа, у которых отдельные важные элементы организма резервированы, дублированы. Это глаза, легкие, почки, уши и т. д. Резервирование как метод повышения надежности систем является частным случаем повышения надежности за счет избыточности. В данном случае в приложении к схемам систем метод резервирования обычно называют *схемным резервированием* или *структурным резервированием.*

Пример 2. Оценим теперь влияние точности определения на точность расчета $P_c(t)$ по уравнению (8.35). Находим

$$dP_c(t) = n\left[1 - P(t)^{n-1} dP(t)\right]. \tag{8.39}$$

Возьмем несколько значений $P(t)$ для систем из двух и трех элементов, данные сведем в табл. 8.2. Отсюда видно, что ошибка расчета $P_c(t)$ значительно меньше ошибки величины $P(t)$.

Таблица 8.2. **Значения** $\dfrac{dP_c(t)}{dP(t)}$

n	$P(t)$		
	0,90	0,99	0,999
2	0,20	0,02	0,002
3	0,03	0,0003	0,0005

8.4. Комбинированное соединение элементов системы

В химической промышленности и родственных отраслях в большинстве случаев встречаются устройства, машины, аппараты и технологические схемы с комбинированным соединением элементов схемы надежности. Это особенно характерно для сложных технологических установок.

В данном случае задача состоит в том, чтобы найти показатель надежности всей системы, используя показатели надежности отдельных элементов. Естественно, могут быть поставлены и другие задачи, например: по условию заданного показателя надежности

системы определить показатели надежности элементов или определить оптимальное число резервных элементов; эти задачи мы рассмотрим в дальнейшем.

Как же решается поставленная выше задача?

На основе чертежа технологической схемы мы должны составить структурную схему надежности данного производства (или отдельной установки).

Чтобы составить подобную структурную схему, надо, переходя от одного структурного элемента к другому, задавать себе каждый раз вопрос: что будет, если данный элемент откажет? Если откажет вся система, значит, данный элемент в смысле надежности включен последовательно, а если отказа системы не последует, значит, этот элемент включен параллельно. Именно таким образом и составлена структурная схема надежности, представленная на рис. 8.8. Эта схема комбинированная, поскольку часть элементов ее (в случае надежности) включены последовательно, а часть — параллельно.

Для упрощения записи расчетных выражений надежности этой схемы воспользуемся теоретико-множественной записью формулы надежности рассматриваемого производства:

$$P_c = P_1 \cap P_2 \cap P_{15} \cap P_5 \cap P_6 \cap P_{16} \cap P_{11} \cap P_{17}. \qquad (8.40)$$

Причем в выражение (8.40) ввели для удобства вспомогательные элементы 15, 16 и 17 с показателями надежности P_{15}, P_{16} и P_{17} и при этом получили систему в виде ряда последовательно соединенных элементов. Для каждого вспомогательного элемента легко записать выражение для его надежности:

$$P_{15} = P_3 \cup P_4; \qquad (8.41)$$

$$P_{16} = (P_7 \cap P_8) \cup (P_9 \cap P_{10}); \qquad (8.42)$$

$$P_{17} = (P_{12} \cap P_{13}) \cup P_{14}. \qquad (8.43)$$

Подставим (8.41), (8.42) и (8.43) в (8.40):

$$P_c = P_1 \cap P_2 \cap (P_3 \cup P_4) \cap P_5 \cap P_6 \cap \\ \cap [(P_7 \cap P_8) \cup (P_9 \cap P_{10})] \cap P_{11} \cap [(P_{12} \cap P_{13}) \cup P_{14}]. \qquad (8.44)$$

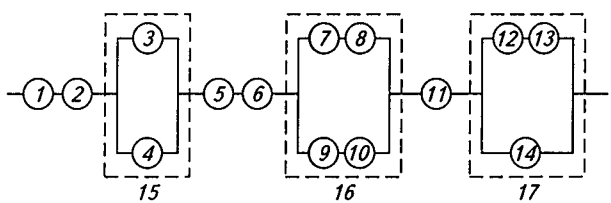


Рис. 8.8. Комбинированное соединение элементов в системе

Теперь перейдем от теоретико-множественных обозначений к обычной алгебраической записи, зная, что теоретико-множественное пересечение в алгебраическом смысле записывается как произведение

$$P_1 \cap P_2 = P_1 P_2, \tag{8.45}$$

а объединение представляется формулой

$$P_1 \cup P_2 = 1-(1-P_1)(1-P_2); \tag{8.46}$$

следовательно, имеем:

$$P_c = P_1 P_2[1-(1-P_3)(1-P_4)]\times$$
$$\times P_5 P_6[1-(1-P_7 P_8)(1-P_9 P_{10})]P_{11}[1-(1-P_{12}P_{13})(1-P_{14})]. \tag{8.47}$$

Выражение (8.47) дает возможность определить надежность структурной схемы, показанной на рис. 8.8.

Если предположить, что показатель вероятности безотказной работы за данный интервал времени можно оценить экспоненциальным законом и для всех элементов данной системы известны интенсивности отказов λ или параметры потока отказов ω, то получим выражение типа

$$P_c = f(\lambda_i, t) \tag{8.48}$$

В частном случае для схемы, представленной на рис. 8.8,

$$\lambda_3 = \lambda_4;\ \lambda_7 = \lambda_9;\ \lambda_8 = \lambda_{10}, \tag{8.49}$$

что может быть, когда оборудование, например насосы, принадлежит к одной партии, выпущено одним заводом и в одно и то же время. Тогда формула (8.47) примет следующий вид:

$$P_c = e^{-(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_5+\lambda_6+\lambda_{11})t}[1-(1-e^{-\lambda_3 t})^2]\times$$
$$\times[1-(1-e^{-(\lambda_7+\lambda_8)t})^2][1-(1-e^{-(\lambda_{12}+\lambda_{13})t})(1-e^{-\lambda_{14}t})]. \tag{8.50}$$

Если известны соответствующие значения λ_i и времени, то нужно подставить их в выражение (8.50) и таким образом определить P_c.

Если требуется найти среднее время $T_{ср}$ до отказа, то воспользуемся соотношением

$$T_{ср} = \int_0^\infty P_c(t)\mathrm{d}t. \tag{8.51}$$

Нужно уравнение (8.51) привести к удобному для интегрирования виду.

Для упрощения расчетов формулу (8.50) можно разделить на блоки:

$$P_1 = e^{-(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_5+\lambda_6+\lambda_{11})t}; \quad (8.52)$$

$$P_2 = 1-(1-e^{-\lambda_3 t})^2; \quad (8.53)$$

$$P_3 = 1-(1-e^{-(\lambda_7+\lambda_8)t})^2; \quad (8.54)$$

$$P_4 = 1-(1-e^{-(\lambda_{12}+\lambda_{13})t})(1-e^{-\lambda_{14}t}). \quad (8.55)$$

Тогда формула (8.50) запишется как

$$P_c = P_1 P_2 P_3 P_4. \quad (8.56)$$

Изменение во времени показателя надежности данной конкретной сложной технологической системы представлено на рис. 8.9.

С использованием рис. 8.9 решаются следующие задачи.

1. Определить показатель надежности системы после непрерывного функционирования в течение заданного числа часов t_x. Ответом будет значение $P(t = t_x)$, полученное построением так, как это показано на рис. 8.9. Если ставится вопрос о вероятности отказа $Q(t = t_x)$, то ответом будет соотношение

$$Q(t = t_x) = 1 - P(t = t_x). \quad (8.57)$$

2. Определить ресурс функционирования сложной системы t_p при условии, что показатель надежности системы к концу обозначенного срока не должен быть ниже заданного допустимого уровня $P_{\min\,доп}$.

Эта задача является обратной к предыдущей. На рис. 8.9 показан ход определения ресурса t_p по заданному минимально допустимому уровню показателя надежности $P_{\min\,доп}$.

На основе выражения (8.56) может быть сделан важный вывод о слабом звене в этой технологической схеме в смысле надежности, т. е. легко определяется цепочка с низким значением надежности. Следовательно, для повышения надежности всей системы надо позаботиться об увеличении надежности слабого звена. Повысить надежность системы можно за счет установки более надежных единиц оборудования либо за счет увеличения резерва.

Если в справочных данных о надежности элементов системы даны возможные минимальные значения и максимальные значения интенсивности отказов (λ_{min} и λ_{max}) или параметра потока отказов (ω_{min} и ω_{max}), то задачу о схемной надеж-

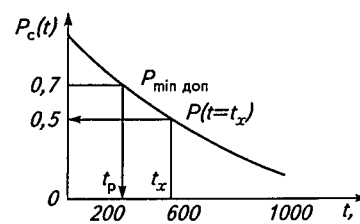


Рис. 8.9. Изменение во времени показателя надежности P_c сложной технологической системы

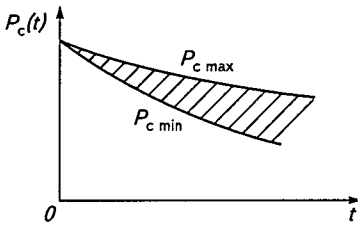


Рис. 8.10. Зона возможных значений показателей надежности сложной системы

ности надо решать дважды: один раз для минимальных, а второй раз для максимальных значений показателя надежности. Соответственно, будут получены минимальные и максимальные значения показателя надежности системы.

На рис. 8.10 показана зона возможных значений показателей надежности системы (заштрихованная область), для которой имеет место неравенство

$$P_{c\,max}(t) > P_c(t) > P_{c\,min}(t), \qquad (8.58)$$

где $P_c(t)$ — истинное значение надежности системы.

8.5. Методы расчета надежности сложных технологических систем

Выше мы рассматривали такие сложные технологические или конструктивные схемы, которые при анализе их надежности, т. е. при составлении их структурной схемы надежности, сводились к подсистемам, соединенным (в смысле надежности) последовательно или параллельно. Однако существуют системы, которые невозможно интерпретировать в виде набора элементов с последовательным или параллельным соединением.

На рис. 8.11, *а* показана система, которая нормально функционирует только в том случае, если в работоспособном состоянии находятся два любых ее элемента. Отказ системы наступает, когда отказывают два или три элемента. Такие схемы обычно именуют схемами «2 из 3». На рис. 8.11, *б* представлена аналогичная схема, но здесь необходимо, чтобы для нормальной работы системы функционировали 2 из 5 или 3 из 5 элементов; в общем виде такие системы — это случаи функционирования m из n элементов.

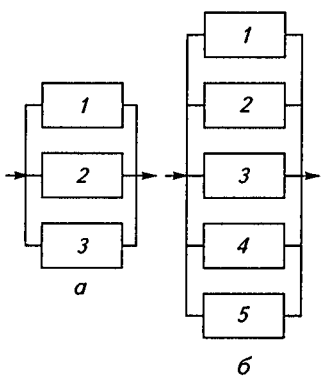


Рис. 8.11. Сложные системы:

а — схема «2 из 3»; *б* — схема «2 из 5 или 3 из 5»

На рис. 8.12 представлена так называемая «мостиковая» система. Отказ системы произойдет, когда откажут элементы, например, 1 и 2 или 4 и 5.

На рис. 8.13 показана схема сложной системы разветвляющего-

ся, или размножающегося, типа. Эта система перестает функционировать в тех случаях, если отказали, например, элементы 2 и 3; 2, 6 и 7 и т. д.

Остановимся более подробно на анализе надежности системы «2 из 3» (см. рис. 8.11, *а*).

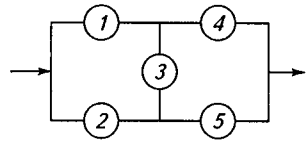


Рис. 8.12. Сложная система типа «мостик»

Рассмотрим логически ясный и простой для понимания метод прямого перебора всех возможных состояний элементов, т. е. работоспособного, неработоспособного. Основная идея этой методики заключается в том, что мы разбиваем все множества возможных состояний на два подмножества: подмножество работоспособных состояний и подмножество неработоспособных состояний. Затем вычислим вероятности всех возможных работоспособных состояний или неработоспособных — в зависимости от того, каких состояний меньше (чтобы сократить объем вычислительных работ), и сложим их. Сумма всех этих вероятностей и будет вероятностью работоспособного состояния системы (числовым показателем надежности, например вероятности безотказной работы системы).

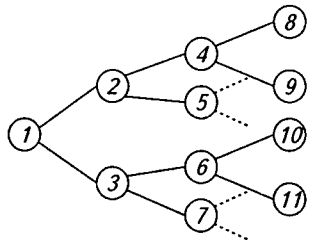


Рис. 8.13. Сложная система разветвляющегося типа

Пусть надежности всех элементов системы будут одинаковыми, обозначим их буквой P, тогда вероятность отказа будет

$$q = 1 - P. \tag{8.59}$$

Известно, что число всех возможных вариантов будет:

$$N = 2^n, \tag{8.60}$$

где n — число элементов в системе.

Тогда по рис. 8.11, *а* имеем $n = 3$ и $N = 2^3 = 8$. Составим расчетную таблицу:

№ п/п	Номера отказавших элементов	Состояние элементов			Состояние системы
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
1	0	1	1	1	1
2	1	0	1	1	1
3	2	1	0	1	1
4	3	1	1	0	1
5	12	0	0	1	0
6	13	0	1	0	0
7	23	1	0	0	0
8	123	0	0	0	0

В колонке *1* — номера вариантов, с 1-го по 8-й. В колонке *2* — номера отказавших элементов. В колонках *3*, *4* и *5* укажем состояние элементов (1-го, 2-го и 3-го соответственно). Так как элементы могут быть только в двух состояниях — работоспособном и отказа, то цифрой 1 обозначено работоспособное состояние элемента, а цифрой 0 — состояние отказа. В колонке *6* указано состояние системы с такими же обозначениями. Как видим, система работоспособна, если работоспособны 2 из 3 ее элементов.

Теперь просуммируем все вероятности состояний системы типа 1 (работоспособное состояние): $P_c = p^3 + 3p^2q$; но, учитывая (8.59), получим:

$$P_c = p^3 + 3p^2(1-p) = p^3 + 3p^2 - 3p^3 = 3p^2 - 2p^3 = p^2(3-2p). \quad (8.61)$$

Если $P_c(t)$ — вероятность безотказной работы системы, то вычисляется и среднее значение времени функционирования системы до отказа

$$T_{ср} = \int_0^\infty P_c(t)\mathrm{d}t. \quad (8.62)$$

Методом прямого перебора можно решить также задачу типа «мостик» (см. рис. 8.12). Поскольку здесь 5 элементов, то количество вариантов будет

$$N = 2^5 = 32.$$

Вероятность работоспособного состояния системы составляет

$$P_c = p^5 + 5qp^4 + 8q^2p^3 + 2q^3p^2. \quad (8.63)$$

Рассмотрим комбинаторно-аналитический метод расчета надежности сложных систем.

Согласно схеме Бернулли вероятность при биномиальном распределении имеет вид

$$P_m = c_n^m p^m (1-p)^{n-m}, \quad (8.64)$$

где c_n^m — биноминальный коэффициент.

Это связано с тем, что из общего количества элементов n в работоспособном состоянии находятся m элементов, причем вероятность безотказной работы всех элементов одинакова и равна P.

Из общего количества элементов n нас удовлетворяет (в смысле надежности) работа $n - 1$ единиц оборудования, а также $n - 2$ и т. д. и m элементов, но если в состоянии отказа будет $m + 1$ элемент, то система будет неработоспособна. Следовательно, для определения надежности системы надо просуммировать вероятности, обеспечивающие работоспособное состояние:

$$P_c = P_m + P_{m+1} + ... + P_{n-2} + P_{n-1} + P_n = \sum_{i=m}^{n} P_i; \qquad (8.65)$$

$$i \in \{m, m+1, ..., n-1, n\}.$$

Подставим в формулу (8.65) выражение (8.64):

$$P_c = c_n^m p^m (1-p)^{n-m} + c_n^{m+1} p^{m+1} (1-p)^{n-m-1} + ... +$$
$$+ c_n^{n-1} p^{n-1} (1-p) + c_n^n p^n (1-p)^0,$$

или сокращенно

$$P_c = \sum_{i=m}^{n} c_n^i p^i (1-p)^{m-i}; \qquad (8.66)$$

$$i \in \{m, m+1, ..., n-2, n-1, n\}.$$

Решим этим методом задачу, представленную на рис. 8.11, *а*. Это задача типа «*m* из *n*», где $m = 2$, $n = 3$. Тогда запишем:

$$P_c = c_3^2 p^2 (1-p) + c_3^3 p^3 (1-p)^0.$$

Так как $c_3^3 = 1$; $(1-p)^0 = 1$; $c_3^2 = 3$, то получим: $P_c = p^3 + 3p^2(1-p)$. После элементарных преобразований найдем:

$$P_c = 3p^2 - 2p^3. \qquad (8.67)$$

Получаем полное совпадение с результатом, полученным методом перебора [см. формулу (8.61)].

Рассмотрим теперь метод минимальных путей и минимальных сечений для определения надежности сложных систем.

Минимальным путем называется последовательный минимальный набор работоспособных элементов данной системы, который обеспечивает функционирование системы, причем отказ одного (любого) из этих элементов приводит к отказу системы.

Минимальным сечением называется последовательный набор неработоспособных элементов, который приводит к отказу системы, причем восстановление одного из них приводит к восстановлению работоспособности всей системы. В сложных системах может быть несколько минимальных путей и несколько минимальных сечений.

Для рис. 8.11, *а* минимальными путями будут:
1) 1, 2; 2) 1, 3; 3) 2, 3;
минимальными сечениями:
1) 1, 2; 2) 1, 3; 3) 2, 3.
Для рис. 8.11, *б* минимальными путями будут:
1) 1, 4; 2) 2, 5; 3) 1, 3, 5; 4) 2, 3, 4;

минимальными сечениями:

1) 1, 2; 2) 4, 5; 3) 1, 3, 5; 4) 2, 3, 4.

Отметим, что для последовательного соединения элементов имеется всего один путь и n сечений, если n — число последовательно включенных элементов.

Для параллельного соединения n элементов число путей равно n, т. е. равно числу элементов, а сечений — всего одно.

Далее согласно методике расчета надо составить некую воображаемую структурную схему соединения. Существует два варианта составления таких схем. По одному варианту структурная схема составляется в виде параллельного соединения всех минимальных путей, по другому — все минимальные сечения в виде блоков с параллельным соединением элементов требуется соединить последовательно.

Выполним схемы по рис. 8.11, *а*. На рис. 8.14 представлена схема на основе минимальных путей, а на рис. 8.15 — схема на основе минимальных сечений.

Составим условные системные функции для схем, представленных на рис. 8.14 и 8.15.

Условная системная функция на основе минимальных путей (по рис. 8.14) имеет следующий вид:

$$\Phi_{\text{пут}}(x) = 1-(1-x_1x_2)(1-x_1x_3)(1-x_2x_3), \qquad (8.68)$$

где x_i — показатель надежности элементов, принимающий значения 1 («да») или 0 («нет»), т. е. $x_i = 1$, если элемент работоспособен, и $x_i = 0$, если элемент отказывает; i — номера элементов, $i \in \{1, 2, 3\}$.

Условная системная функция, полученная на основе метода минимальных сечений (по рис. 8.15), имеет следующий вид:

$$\Phi_{\text{сеч}} = [1-(1-x_1)(1-x_2)][1-(1-x_1)(1-x_3)][1-(1-x_2)(1-x_3)]. \qquad (8.69)$$

Особенностью условной системной функции является то, что она составлена при использовании альтернативных или булевых переменных, которые могут принимать значения 1 или 0. Следовательно, и сама условная системная функция $\Phi(x)$ тоже может принимать значения 1 или 0. А это значит, что при решении урав-

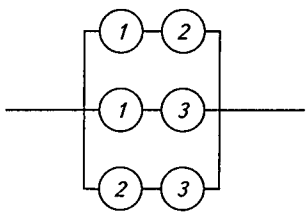


Рис. 8.14. Схема на основе метода минимальных путей

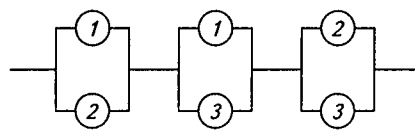


Рис. 8.15. Схема на основе метода минимальных сечений

нений (8.68) и (8.69) степени при x не имеют никакого значения, так как 1 и 0 в любых степенях дают все равно 1 и 0.

В результате преобразования (8.68) и (8.69) и удаления степеней получим:

$$\Phi_{\text{пут}}(x)=\Phi_{\text{сеч}}(x)=\Phi_{\text{с}}(x)=x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3-2x_1x_2x_3. \quad (8.70)$$

В дальнейшем условная системная функция, составленная для промежуточной схемы, заменяется функцией надежности первоначальной структурной схемы технического объекта $P_{\text{с}}(x)$. Булевы переменные x_i заменяются соответствующими функциями $P_i(t)$, т. е. функциями надежности элементов. После замены булевой функции и булевых переменных в (8.70) получим выражение следующего вида:

$$P_{\text{с}}(t)=P_1(t)\cdot P_2(t)+P_1(t)\cdot P_3(t)+P_2(t)\cdot P_3(t)-2P_1(t)\cdot P_2(t)\cdot P_3(t). \quad (8.71)$$

К выражению (8.71), как мы установили, можно прийти как через минимальные пути, так и через минимальные сечения. В частном случае, если

$$P_1(t)=P_2(t)=P_3(t)=P(t)=P,$$

уравнение (8.71) приведет к знакомому выражению

$$P_{\text{с}}=3p^2-2p^3, \quad (8.72)$$

которое было получено и методом перебора, и комбинированным методом.

Используя методы минимальных путей и минимальных сечений, можно получить выражение для функции надежности и для мостиковой схемы технического устройства (см. рис. 8.12).

Окончательное выражение для мостиковой схемы будет выглядеть так же, как и выражение (8.63).

Для сложных произвольных структур методы минимальных путей и минимальных сечений дают приближенную оценку надежности технической системы, причем метод минимальных путей дает верхнюю границу оценки надежности.

8.6. Пример расчета надежности сложной технологической системы

Проанализируем изменение показателя надежности (вероятности безотказной работы) химико-технологической системы производства органического продукта (рис. 8.16). Цифрами на рисунке обозначаются следующие комплектующие установку единицы оборудования (ниже мы приведем и числовые значения соответствующих параметров потока отказов ω_i):

1, 2 — емкости, хранилища; *3, 4* — насосы с электроприводом и комплектующей арматурой для первого реагирующего компонен-

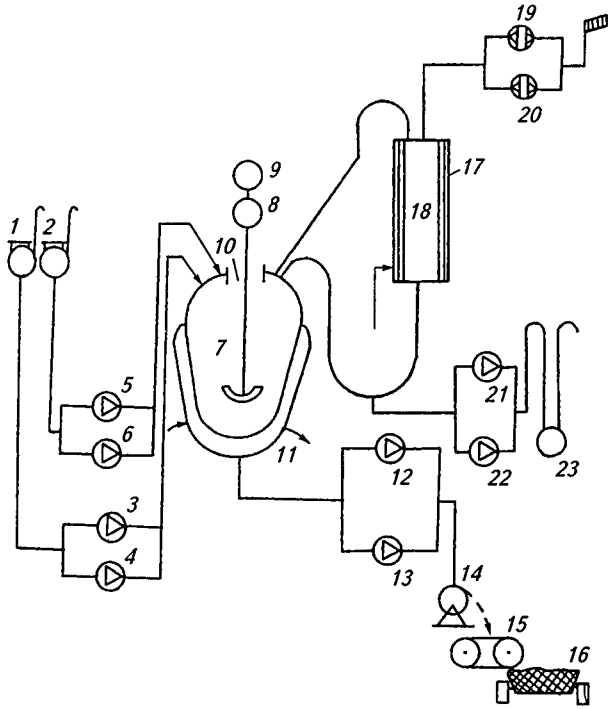


Рис. 8.16. Химико-технологическая система производства органического продукта. Пояснение в тексте

та; *5, 6* — насосы с электроприводом и комплектующей арматурой для второго реагирующего компонента; *7* — реакционный аппарат с якорной мешалкой; *8* — планетарный редуктор; *9* — электродвигатель и пусковые устройства; *10* — уплотнение вала мешалки; *11* — система парового обогрева; *12, 13* — насосы перекачки готового продукта; *14* — валковый холодильник-кристаллизатор; *15* — ленточный транспортер; *16* — вагонетка (отметим, что производственная установка имеет три вагонетки, и мы будем здесь считать для упрощения, что они представляют собой подсистему, в которой одна вагонетка работает, а две находятся в состоянии нагруженного резерва); *17* — система охлаждения кожухотрубчатого конденсатора; *18* — кожухотрубчатый теплообменник; *19, 20* — вакуум-насосы; *21, 22* — конденсатные насосы; *23* — емкость для сбора конденсата.

Укажем для данной схемы примерные числовые значения показателя надежности (параметра потока отказов ω_i):

$\omega_1 = \omega_2 = 1{,}0 \cdot 10^{-5}$ ч$^{-1}$; $\omega_{13} = 25 \cdot 10^{-5}$ ч$^{-1}$.

$\omega_3 = \omega_4 = 35 \cdot 10^{-5}$ ч$^{-1}$; $\omega_{14} = 5{,}3 \cdot 10^{-5}$ ч$^{-1}$;

$\omega_5 = \omega_6 = 40 \cdot 10^{-5}$ ч$^{-1}$;
$\omega_7 = 9,0 \cdot 10^{-5}$ ч$^{-1}$;
$\omega_8 = 2,1 \cdot 10^{-5}$ ч$^{-1}$;
$\omega_9 = 1,5 \cdot 10^{-5}$ ч$^{-1}$;
$\omega_{10} = 7,8 \cdot 10^{-5}$ ч$^{-1}$;
$\omega_{11} = 2,3 \cdot 10^{-5}$ ч$^{-1}$;
$\omega_{12} = 2,5 \cdot 10^{-5}$ ч$^{-1}$;
$\omega_{15} = 2,0 \cdot 10^{-5}$ ч$^{-1}$;
$\omega_{16} = 10 \cdot 10^{-5}$ ч$^{-1}$;
$\omega_{17} = \omega_{18} = 3,5 \cdot 10^{-5}$ ч$^{-1}$;
$\omega_{19} = \omega_{20} = 50 \cdot 10^{-5}$ ч$^{-1}$;
$\omega_{21} = \omega_{22} = 45 \cdot 10^{-5}$ ч$^{-1}$;
$\omega_{23} = 0,1 \cdot 10^{-5}$ ч$^{-1}$.

На основе технологической схемы (см. рис. 8.16) мы должны составить структурную схему надежности производственной установки. Чтобы составить подобную структурную схему, надо, перебирая структурные элементы по рис. 8.16, задавать себе каждый раз вопрос: что будет, если данный элемент откажет? Если откажет вся система, значит, данный элемент в смысле надежности включен последовательно, а если отказа системы не последует, значит, этот элемент включен параллельно. Будем ставить подобные вопросы в оотношении каждого элемента схемы, изображенной на рис. 8.16. Очевидно, элементы *1* и *2* включены последовательно, а элементы *5* и *6* — параллельно и т. д.

На рис. 8.17 представлена структурная схема надежности технологической системы, показанной на рис. 8.16.

Воспользуемся структурной схемой надежности (см. рис. 8.17) для составления теоретико-множественной расчетной формулы надежности рассматриваемого химического производства

$$P_c = P_1 \cap P_2 \cap [P_3 \cup P_4] \cap [P_5 \cup P_6] \cap P_7 \cap P_8 \cap P_9 \cap P_{10} \cap P_{11} \cap$$
$$\cap [P_{12} \cup P_{13}] \cap P_{14} \cap P_{15} \cap [P_{16} \cup P_{16} \cup P_{16}] \cap P_{17} \cap P_{18} \cap$$
$$\cap [P_{19} \cup P_{20}] \cap [P_{21} \cup P_{22}] \cap P_{23}. \qquad (8.73)$$

Теоретико-множественное выражение (8.73) легко преобразовать в алгебраическое:

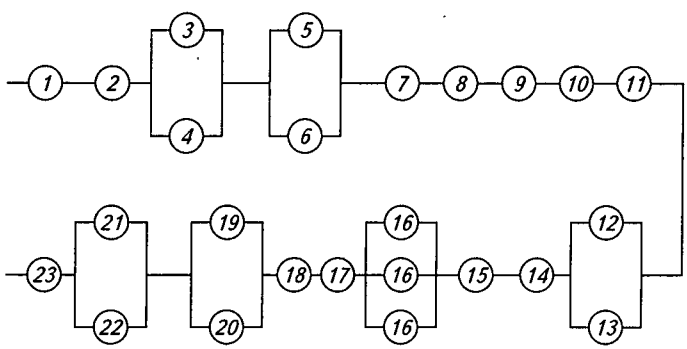


Рис. 8.17. Структурная схема надежности химико-технологической системы, показанной на рис. 8.16

$$P_c = P_1P_2P_7P_8P_9P_{10}P_{11}P_{14}P_{15}P_{17}P_{18}P_{23}[1-(1-P_3)(1-P_4)]\times$$
$$\times[1-(1-P_5)(1-P_6)]\times[1-(1-P_{12})(1-P_{13})][1-(1-P_{16})^3]\times$$
$$\times[1-(1-P_{19})(1-P_{20})][1-(1-P_{21})(1-P_{22})]. \qquad (8.74)$$

Теперь можно воспользоваться экспоненциальным законом распределения отказов, и формула (8.74) приобретет следующий вид:

$$P_c = e^{-\Omega t}[1-(1-e^{-\omega_3 t})^2][1-(1-e^{-\omega_5 t})^2][1-(1-e^{-\omega_{12} t})]\times$$
$$\times[1-(1-e^{-\omega_{16} t})^3]\times[1-(1-e^{-\omega_{19} t})^2][1-(1-e^{-\omega_{21} t})^2], \qquad (8.75)$$

где

$$\Omega = \omega_1 + \omega_2 + \omega_7 + \omega_8 + \omega_9 + \omega_{10} + \omega_{11} + \omega_{14} + \omega_{15} + \omega_{17} + \omega_{18} + \omega_{23}. \qquad (8.76)$$

Подставим в формулу (8.76) числовые значения и получим

$$\Omega = 43{,}5\cdot 10^{-5}\ \text{ч}^{-1}.$$

Расчетная формула (8.75) с подставленными числовыми значениями будет следующей:

$$P_c(t) = e^{-43{,}5\cdot 10^{-5} t}[1-(1-e^{-35\cdot 10^{-5} t})^2][1-(1-e^{-40\cdot 10^{-5} t})^2]\times$$
$$\times[1-(1-e^{-25\cdot 10^{-5} t})^2]\times[1-(1-e^{-10\cdot 10^{-5} t})^3]\times$$
$$\times[1-(1-e^{-50\cdot 10^{-5} t})^2][1-(1-e^{-45\cdot 10^{-5} t})^2]. \qquad (8.77)$$

По формуле (8.77) можно произвести расчет надежности системы для различных моментов времени t.

Введем следующие обозначения в формуле (8.77):

$$e^{-\Omega t} = e^{-43{,}5\cdot 10^{-5} t} = P_1(t);$$
$$1-(1-e^{-\omega_3 t})^2 = 1-(1-e^{-35\cdot 10^{-5} t})^2 = P_2(t);$$
$$1-(1-e^{-\omega_5 t})^2 = 1-(1-e^{-40\cdot 10^{-5}})^2 = P_3(t);$$
$$1-(1-e^{-\omega_{12} t})^2 = 1-(1-e^{-25\cdot 10^{-5} t})^2 = P_4(t);$$
$$1-(1-e^{-\omega_{16} t})^3 = 1-(1-e^{-10\cdot 10^{-5} t})^3 = P_5(t);$$
$$1-(1-e^{-\omega_{19} t})^2 = 1-(1-e^{-50\cdot 10^{-5} t})^2 = P_6(t);$$
$$1-(1-e^{-\omega_{21} t})^2 = 1-(1-e^{-45\cdot 10^{-5} t})^2 = P_7(t).$$

Таким образом, выражение (8.77) можно записать коротко:

$$P_c(t) = \prod_{i=1}^{7} P_i(t). \qquad (8.78)$$

Сведем результаты расчета по формуле (8.78) в табл. 8.3.

Таблица 8.3. **Расчет по блокам**

№ п/п	t, ч	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8
1	250	0,898	0,993	0,991	0,996	1,0	0,986	0,989	0,860
2	500	0,805	0,975	0,967	0,986	1,0	0,951	0,958	0,673
3	750	0,723	0,947	0,932	0,971	1,0	0,902	0,922	0,516
4	1000	0,647	0,921	0,892	0,952	1,0	0,846	0,868	0,373
5	1500	0,521	0,832	0,795	0,903	1,0	0,970	0,754	0,172

Изменение показателя надежности данной конкретной химико-технологической сложной системы представим в виде графика на рис. 8.18.

С использованием рис. 8.18 решаются вопросы, аналогичные поставленным в разделе 8.4.

На рис. 8.18 показан ход определения ресурса $t_р$ по заданному минимально допустимому уровню $P_{\text{min доп}}$. На основе табл. 8.3 может быть сделан вывод о том, что самым малым сомножителем является P_1, определяющий надежность целой цепочки последовательно включенных элементов; далее наиболее низкие значения имеют величины P_6 и P_7. Следовательно, для повышения надежности всей системы надо позаботиться об улучшении надежности слабого звена (P_1). Также можно несколько поднять надежность системы, если увеличим значения надежности P_6 и P_7. Повысить надежность системы за счет P_6 и P_7 можно, во-первых, за счет установки более надежных единиц оборудования либо, во-вторых, за счет увеличения резерва, кратности резервирования.

Допустим, мы приняли решение о повышении надежности нашей системы за счет установки дополнительного резерва и хотим оценить повышение надежности модернизированной системы по сравнению с первоначальной схемой. Удобнее всего оценить эффективность модернизации схемы, если мы определим отношение

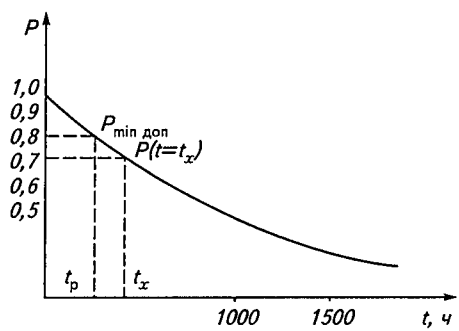


Рис. 8.18. Изменение во времени вероятности безотказной работы химико-технологической системы, представленной на рис. 8.16

надежности модернизированной схемы к надежности этой схемы до модернизации. Обозначим этот коэффициент $K_р$:

$$K_р = P_с^м / P_с,$$

где $P_с^м$ — надежность модернизированной системы.

При $K_р > 1$ модернизация системы приводит к повышению надежности, т. е. эффективна. Легко записать выражение для коэффициента $K_р$, имея в виду, что одинаковые сомножители в числителе ($P_с^м$) и в знаменателе ($P_с$) сократятся и получится

$$K_р = \frac{[1-(1-e^{-\omega_{19}t})^3][1-(1-e^{-\omega_{21}t})^3]}{[1-(1-e^{-\omega_{19}t})^2][1-(1-e^{-\omega_{21}t})^2]}. \qquad (8.79)$$

Возьмем $t = 1000$ ч, тогда запишем, воспользовавшись приложением П.3:

$$K_р(t=1000) = \frac{0{,}939 \cdot 0{,}952}{0{,}846 \cdot 0{,}868} = 1{,}21.$$

Таким образом, если мы увеличим число вакуум-насосов (см. рис. 8.16, поз. *19*, *20*) и число конденсатных насосов (см. рис. 8.16, поз. *21* и *22*) с двух до трех, то надежность системы при $t = 1000$ ч возрастет на 21 %. Естественно, при этом надо помнить, что за счет увеличения резерва стоимость системы несколько возрастет.

Глава 9

РЕЗЕРВИРОВАНИЕ И ЗАДАЧИ ВЫБОРА ОПТИМАЛЬНОГО ЧИСЛА РЕЗЕРВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

9.1. Методы, способы и типы резервирования

Для повышения надежности сложных систем и отдельных объектов имеется четыре основных пути.

Во-первых, это повышение надежности элементов системы.

Во-вторых, введение различного вида избыточности (введение различного вида резерва).

В-третьих, это конструктивные мероприятия по повышению надежности (например, демпфирование возможных вибраций, переход от статически неопределимой конструкции к статически определимой, использование всевозможных защитных покрытий твердым металлом, полимерами и т. д.).

В-четвертых, это коренное изменение принципа функционирования системы данного назначения.

Первый путь — обычный, легкий, но чтобы им воспользоваться, нужны более надежные комплектующие элементы. Если даже

они имеются, они всегда значительно дороже прежних, и нужен тщательный экономический расчет.

Второй путь рассмотрим ниже. Третий путь связан с технологией машиностроения и также может явиться предметом специального изучения в теории надежности.

Четвертый путь — это создание новой техники, качественный скачок в развитии данной отрасли; он возникает из экономической нецелесообразности прежних инженерных решений.

Остановимся здесь на методах повышения надежности систем за счет резервирования. *Резервированием* мы будем называть метод повышения надежности объекта введением избыточности, а *избыточность* — это дополнительные средства и возможности сверх минимально необходимых для выполнения объектом заданных функций.

Существует несколько методов повышения надежности за счет избыточности. Различают следующие методы резервирования: структурное, режимное, временное, функциональное, информационное и ряд других.

Наибольший интерес для нас представляет структурное, или схемное, резервирование, предусматривающее использование избыточных элементов структуры объекта.

По способам резервирования оно может быть общим и раздельным: *общее* резервирование — резервируется весь объект, *раздельное* резервирование — резервируются отдельные элементы объекта.

Введем понятие кратности резервирования. *Кратностью резервирования* называется отношение числа резервных элементов к числу основных элементов объекта.

Число кратности резервирования

$$h=\frac{m-r}{r}, \tag{9.1}$$

где m — общее число элементов в группе; r — число элементов, необходимое для нормальной работы группы (системы).

Проанализируем, например, схемы, представленные на рис. 9.1, *а* и 9.1, *б*.

По схеме рис. 9.1, *а* имеем дублирование с числом кратности

$$h=\frac{m-r}{r}=\frac{2-1}{1}=1.$$

На рис. 9.1, *б* представлена схема с кратностью $h=\frac{m-r}{r}=\frac{3-1}{1}=2$, но если эта же система должна работать по условию «2 из 3», то кратность будет $h=\frac{3-2}{2}=\frac{1}{2}$.

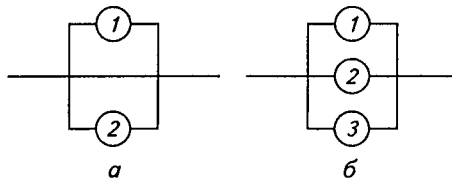


Рис. 9.1. Схемы с резервированием. Пояснение в тексте

Обычно рассматривают три типа структурного резервирования: нагруженный резерв, облегченный резерв и ненагруженный резерв.

Нагруженный резерв — такой, при котором резервные элементы работают в том же режиме нагрузки, что и основной элемент, т. е. основной элемент и резервные теряют надежность в равном темпе.

Облегченный резерв — такой, при котором резервные элементы функционируют в более слабом нагрузочном режиме, чем основной элемент, т. е. резервные элементы теряют надежность медленнее, чем основной элемент.

Ненагруженный резерв — такой, при котором резервный элемент практически не несет никакой нагрузки и его надежность не падает вообще. Это запасные части на складе.

На рис. 9.2 рассматривается надежность при нагруженном, облегченном и ненагруженном резервах для системы из одного основного и одного резервного элементов.

Нагруженный резерв. При $0 < t < t_0$ функционируют оба элемента и их надежность понимается одинаково. После отказа при $t > t_0$ первый элемент больше не работает, а второй продолжает работать с той же надежностью вдоль той же кривой.

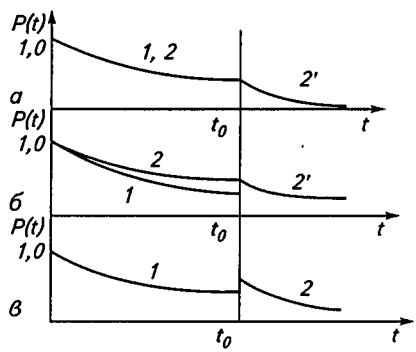


Рис. 9.2. Типы резервирования для системы из одного основного и одного резервного элементов. Пояснение в тексте

Облегченный резерв. При $0 < t < t_0$ функционируют оба, но основной (кривая *1*) теряет надежность быстрее, чем резервный (кривая *2*), работающий при пониженной нагрузке.

При $t > t_0$ работает резервный элемент при полной нагрузке, его надежность падает по кривой *2*.

Ненагруженный резерв. При $0 < t < t_0$ работает только основной (первый) элемент (кривая *1*), а при $t > t_0$ — только резервный (второй) (кривая *2*, но она начинается не от $t = 0$, а от $t = t_0$).

Таким образом, надежность облегченного резерва выше нагруженного, а надежность ненагруженного выше, чем облегченного.

9.2. Задача выбора оптимального числа резервных элементов в системе в случае нагруженного резерва

Изучая параллельное соединение элементов в системе, мы понимаем, что можно создать сложную систему с высоким уровнем надежности из элементов с низкой надежностью. Возникает вопрос: сколько же надо использовать резервных элементов, чтобы получить заданную надежность, считая резерв нагруженным? В простейшем случае задача решается очень быстро. Вспомним выражение для параллельного соединения (в отношении надежности) одинаковых элементов:

$$P_c(t) = 1 - [1 - P_э(t)]^x, \tag{9.2}$$

где x — число необходимых элементов; $P_c(t)$ — заданная величина надежности системы; $P_э(t)$ — надежность элементов.

Решая уравнение (9.2) относительно x, получим:

$$x = \frac{\ln[1 - P_c(t)]}{\ln[1 - P_э(t)]}. \tag{9.3}$$

Значение x нужно округлить в большую сторону до целого числа.

Пример 1. Определить необходимое число питающих насосов, которое надо установить на насосной станции, чтобы показатель надежности функционирования этой станции $P_c(t)$ был равен 0,98, в то время как насосы характеризуются показателем надежности $P_э(t) = 0{,}8$. Считать резерв нагруженным.

Используем выражение (9.3):

$$x = \frac{\ln[1 - P_c(t)]}{\ln[1 - P_э(t)]} = \frac{\ln[1 - 0{,}98]}{\ln[1 - 0{,}8]} = \frac{\ln 0{,}02}{\ln 0{,}2} = 2{,}43.$$

Необходимо взять ближайшее большее целое значение $x = 3$.

Таким образом, для достижения заданного уровня надежности надо на насосной станции иметь три насоса: один основной и два резервных.

Теперь поставим более сложную задачу. Пусть она соответствует структурной схеме, показанной на рис. 9.3. Здесь имеют место две последовательно соединенные группы агрегатов с резервированием. Такая схема часто встречается в химической и пищевой промышленности — это могут быть две группы насосов или компрессоров низкого и высокого давления и т. д.

Однако сравним сначала две схемы с точки зрения надежности (рис. 9.4). Пусть для упрощения все элементы обеих схем будут иметь одинаковую надежность, обозначенную P.

Напишем уравнения для надежности схем:

$$P_{1c} = \left[1-(1-p)^2\right]^2;$$
$$P_{2c} = 1-(1-p^2)^2. \qquad (9.4)$$

Упростим выражения (9.4):

$$P_{1c} = [1-(1-2p+p^2)]^2 = [p(2-p)]^2 = p^2(2-p)^2;$$
$$P_{2c} = 1-(1-2p^2+p^4) = p^2(2-p^2). \qquad (9.5)$$

Возьмем отношение

$$\frac{P_{1c}}{P_{2c}} = \frac{p^2(2-p)^2}{p^2(2-p^2)} = \frac{(2-p)^2}{2-p^2}. \qquad (9.6)$$

Рассмотрим это отношение в предельных случаях:

1) $p \to 1$, тогда $\dfrac{P_{1c}}{P_{2c}} = 1$;

2) $p \to 0$, тогда $\dfrac{P_{1c}}{P_{2c}} = \dfrac{4}{2} = 2$.

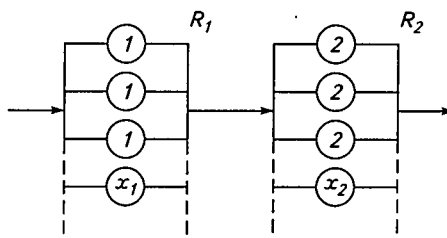


Рис. 9.3. Схема соединения групп агрегатов

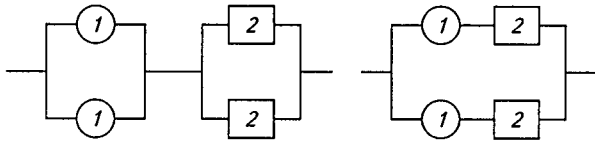


Рис. 9.4. Сравниваемые схемы групп агрегатов

Итак, $1 < \frac{P_{1c}}{P_{2c}} < 2.$

Это значит, что более надежна схема 1, причем чем ниже P, тем выше P_{1c}.

Теперь вернемся к схеме, представленной на рис. 9.3, и решим задачу оптимизации этой схемы. Поставим следующие задачи:

1) создать схему, соответствующую рис. 9.4, чтобы она обеспечивала необходимый уровень надежности при минимальных затратах на ее создание;

2) на выделенные средства построить схему наибольшей надежности.

Обе задачи часто возникают в технике.

Итак, напишем выражение для расчета надежности схемы (см. рис. 9.3):

$$P_c = [1-(1-p_1)^{x_1}][1-(1-p_2)^{x_2}]. \qquad (9.7)$$

В уравнении (9.7) имеется два неизвестных: число элементов x_1 в первой группе и число элементов x_2 во второй группе.

Совершенно ясно, что решить одно уравнение с двумя неизвестными можно только методом перебора. Поэтому составим таблицу в виде матрицы с различными комбинациями чисел элементов в группах (табл. 9.1).

Надежность всей системы будет меньше любого из показателей надежности группы. Следовательно, если необходимо достичь заданную надежность P_c системы, то должны выполняться соотношения:

$$P_c < R_1, \text{ и } P_c < R_2,$$

где

$$R_1 = 1-(1-P_1)^{x_1};\ R_2 = 1-(1-P_2)^{x_2};\ P_c = R_1 R_2. \qquad (9.8)$$

Таблица 9.1. **Матрица комбинаций**

x_1	x_2	P_c
2	1	$P_2[1-(1-P_1)^2]$
2	2	$[1-(1-P_1)^2][1-(1-P_2)^2]$
2	3	$[1-(1-P_1)^2][1-(1-P_2)^3]$

Значит, все показатели, находящиеся в столбцах и строках матрицы, которым соответствуют значения надежности групп меньше требуемой надежности системы, заполнять не надо. Лучше всего это представить в виде конкретного примера.

Пример 2. Необходимо спроектировать компрессорную станцию, представляющую собой систему компрессоров, состоящую из группы компрессоров низкого давления и группы компрессоров высокого давления. Компрессоры низкого давления характеризуются параметром потока отказов ω_1, компрессоры высокого давления — параметром потока отказов ω_2. Требуется определить необходимое число компрессоров первой и второй групп, чтобы вероятность безотказной работы за заданное время t не была ниже минимально допустимого значения $P_{\text{с min доп}}$. Резервирование следует упрощенно считать как нагруженное. При выборе варианта за критерий принять минимальные затраты на сооружение станции. Стоимость компрессора низкого давления — C_1, компрессора высокого давления — C_2 денежных единиц.

Исходные данные:

$$\omega_1 = 2{,}2 \cdot 10^{-5}\ \text{ч}^{-1};\ t = 10\,000\ \text{ч};\ C_1 = 1;$$

$$\omega_2 = 1{,}0 \cdot 10^{-5}\ \text{ч}^{-1};\ P_{\text{с min доп}} = 0{,}96;\ C_2 = 3.$$

Обозначим n_1 и n_2 числа элементов в соответствующих группах. Прежде чем заняться поисками окончательного решения с помощью матриц, найдем, какое числовое значение надежности будут иметь агрегаты через 10 000 ч при названных выше значениях параметра потока отказов. Расчет проводим по экспоненциальному закону изменения вероятности безотказной работы:

$$P_1(t) = e^{-\omega_1 t} = e^{-2{,}2\cdot 10^{-5}\cdot 10^4};$$

$$P_2(t) = e^{-\omega_2 t} = e^{-1{,}0\cdot 10^{-5}\cdot 10^4}.$$

Отсюда

$$P_1(t) = 0{,}80;\ P_2(t) = 0{,}90.$$

Теперь произведем расчеты для отдельных групп при различном числе резервных агрегатов; расчеты можно свести в табл. 9.2.

Таблица 9.2. **Расчеты в отдельных группах**

Число элементов	Номер группы	
	1	2
2	$1 - (1 - P_1)^2 = 0{,}96$	$1 - (1 - P_2)^2 = 0{,}99$
3	$1 - (1 - P_1)^3 = 0{,}992$	$1 - (1 - P_2)^3 = 0{,}999$

Теперь по табл. 9.2 построим расчетную матрицу комбинаций (табл. 9.3).

Таблица 9.3. **Расчетная таблица комбинаций**

2-я группа		1-я группа		
		1	2	3
		0,80	0,96	0,992
1	0,90	—	—	—
2	0,99	—	0,95	0,98
3	0,999	—	0,96	0,98

В табл. 9.3 нет смысла заполнять ячейки, отмеченные прочерком, ибо один из сомножителей выражения общей надежности системы здесь меньше заданного числа, значит, мы не сможем достичь нужного показателя надежности в этих вариантах.

Табл. 9.3 показывает, что заданному условию $P_{\text{с min доп}} \geq 0{,}96$ удовлетворяют две комбинации: первая — это $n_1 = 2$, $n_2 = 3$ и вторая комбинация — это $n_1 = 3$, $n_2 = 2$. Из этих двух комбинаций мы должны выбрать оптимальную по критерию наименьших затрат. Полные затраты на оборудование по вариантам подсчитываются как

$$S_i = C_1 n_1 + C_2 n_2. \tag{9.9}$$

В нашем случае это будет

$$S_1 = 1 \cdot 2 + 3 \cdot 3 = 11;\ S_2 = 1 \cdot 3 + 3 \cdot 2 = 9,$$

откуда видно, что $S_2 < S_1$, и, следовательно, мы принимаем второй вариант. В данном частном случае этот вариант хорош не только тем, что он требует меньших затрат, но и тем, что он обеспечивает и более высокий уровень вероятности безотказной работы: $0{,}98 > 0{,}96$.

Решим эту задачу и в другой постановке: выберем комбинацию наибольшей надежности, которую можно осуществить, затратив фиксированные ассигнования. Допустим, что в нашем случае выделенные средства составляют $S = 8$ денежных единиц. Построим для наглядности табл. 9.4, в которой отметим стоимости возможных вариантов.

Таблица 9.4. **Стоимость вариантов**

Число элементов 2-й группы n_2	Число элементов 1-й группы n_1				
	1	2	3	4	5
1	4	5	6	7	8
2	7	8	9	10	11
3	10	11	12	13	14

Из табл. 9.4 видим, что имеются два варианта, соответствующие выделенным средствам, — это $n_1 = 2$, $n_2 = 2$, причем из предыдущей таблицы получаем значение надежности системы для этого варианта — оно равно 0,95.

Второй вариант, который требует для своего осуществления тех же затрат (8 денежных единиц), — это вариант $n_1 = 5$, $n_2 = 1$, но легко понять, что его значение надежности будет ниже 0,9, ибо один элемент второй группы характеризуется надежностью 0,9, а это число является сомножителем в определении надежности всей системы. Весьма наглядно наблюдается закономерность повышения показателя надежности системы от величины затраченных средств. В табл. 9.5 в каждой клеточке матрицы в левом верхнем углу мы вписали надежность системы, а в правом нижнем — условную стоимость.

Таблица 9.5. **Сводная матрица**

n_2 \ n_1	1	2	3	4	5
1	0,72 4	0,86 5	0,89 6	0,9 7	0,9 8
2	0,79 7	0,95 8	0,98 9	0,99 10	0,99 11
3	0,8 10	0,96 11	0,99 12	0,99 13	0,99 14

Пользуясь данными табл. 9.5, мы можем построить график в системе координат затраты — надежность (рис. 9.5). Линии на графике соответствуют строкам табл. 9.5.

На рис. 9.5 жирной линией выделены оптимальные решения; такие кривые дают ясное представление о выборе оптимальной структурной схемы. Отсюда, например, видно, что увеличение капитальных вложений от 6 до 7 денежных единиц дает очень малый прирост надежности, а увеличение от 7 до 8 денежных единиц обеспечивает значительную ее прибавку.

Отметим здесь одну важную особенность структурного резервирования. Дело в том, что в начальный период эксплуатации совсем не обязательно, чтобы были полностью смонтированы и подсоединены все резервные элементы.

В этом примере необходимо удержать показатель надежности выше 0,96 в течение 10 000 ч. Однако ясно, что обеспечить такую надежность в течение 5000 ч можно и при меньшем числе резервных элементов. Следовательно, возникает вопрос: может ли установка проработать, например, 5000 ч с меньшим резервом, но при условии, что общая надежность не снизится и будет $\geq P_{\min\,доп} = 0{,}96$?

Произведем расчет надежности для системы $n_1 = 2$, $n_2 = 2$ при $t = 5000$ ч по уравнениям (9.8).

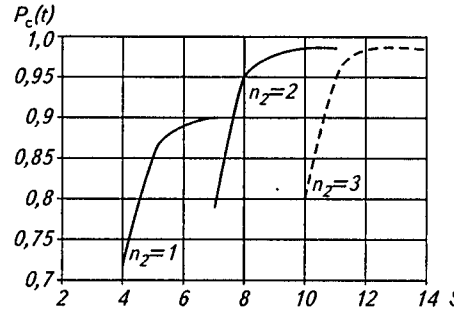


Рис. 9.5. Графики «затраты — надежность»

Найдем значения P_1 и P_2 для $t = 5000$ ч:

$$P_1 = e^{-\omega_1 t} = e^{-2{,}2\cdot 10^{-5}\cdot 5\cdot 10^3} = 0{,}90;$$

$$P_2 = e^{-\omega_2 t} = e^{-1{,}1\cdot 10^{-5}\cdot 5\cdot 10^3} = 0{,}95;$$

$$P_c = 0{,}99\cdot 0{,}9975 = 0{,}988 > 0{,}96.$$

Таким образом, данная система может работать при двух компрессорах в каждой группе в течение 5000 ч, ее надежность не достигнет минимального допустимого значения.

Такие ситуации возможны в практике строительства предприятий, например задержка поставки еще одной машины в данном конкретном случае может быть разрешена.

Надо также иметь в виду, что в приведенных примерах мы приняли, что резерв является нагруженным, а в действительности имеет место резерв ненагруженный. В реальных условиях, конечно, будет функционировать только один компрессор низкого давления и один компрессор высокого давления, резервные компрессоры будут ожидать своей очереди, либо находясь в состоянии простоя, либо находясь в состоянии ремонта, и надежность при этом не будет падать так быстро, как она падает, когда объект находится в нагруженном состоянии.

Расчет ненагруженного резерва более сложен, поэтому для расчета часто используют схему нагруженного резерва, но надо помнить: это приводит к заниженным значениям надежности.

Однако отметим, что рассмотренные выше методики и решения вполне могут быть использованы при выборе оптимальной схемы, так как если данный вариант имеет лучшие показатели надежности при нагруженном резерве, то в случае ненагруженного резерва этот вариант также будет иметь лучшие показатели.

9.3. Расчет надежности в случае ненагруженного резерва

Пусть система состоит из одного работающего элемента и $(N-1)$ резервных (ненагруженных). Отказ системы наступает в тот момент, когда отказывает последний из N элементов.

Наработка системы до отказа:

$$t_c = t_1 + t_2 + \ldots + t_N. \tag{9.10}$$

Пусть все N элементов имеют одинаковое распределение наработки до отказа со средним значением t_0 и дисперсией σ^2. Тогда из (9.10) следует:

$$M(t_c) = Nt_c; \tag{9.11}$$

$$\sigma^2(t_c) = N\sigma^2. \tag{9.12}$$

При достаточно большом t_c (практически при $N > 10$) можно считать распределение случайной величины t_c нормальным. Тогда для системы

$$P_c(t) = F_0\left(\frac{M_c - t}{\sigma_c}\right) = F_0\left(\frac{Nt_0 - t}{\sigma\sqrt{N}}\right). \tag{9.13}$$

Пример 1. Пусть $N = 9$; $t_0 = 100$ ч; $\sigma = 50$ ч. Определим $P_c(t)$ по уравнению (9.13):

t, ч	600	900	1200
$P_c(t)$	0,977	0,500	0,023

Такие расчеты важны для определения норм запасных частей. Из таблицы видно, что 8 запасных частей ($N = 9$) хватит на 600 ч работы с высокой вероятностью ($\approx 0{,}98$), а на 900 ч — только с вероятностью 0,5.

Рассчитаем норму запасных частей для заданной вероятности α.

Из формулы (9.13) следует: $P_c(t) = \alpha$; $\alpha = F_0\left(\frac{Nt_0 - t}{\sigma\sqrt{N}}\right)$; отсюда имеем $\frac{Nt_0 - t}{\sigma\sqrt{N}} = z_\alpha$ — квантиль нормального распределения, или $Nt_0 - t = z_\alpha\sigma\sqrt{N}$. Поделим на t_0 обе части этого уравнения:

$$N - N_{ср} = z_\alpha V\sqrt{N},$$

где $N_{ср} = \frac{t}{t_0}$ — средний расход запасных изделий за время t; $V = \sigma/t_0$ — коэффициент вариации.

Решим уравнение относительно N:

$$N = N_{ср} + \frac{1}{2} z_\alpha^2 V^2 + \sqrt{N_{ср} z_\alpha^2 V^2 + \frac{1}{4} z_\alpha^4 V^4},$$

или

$$N = N_{ср} + \frac{1}{2} z_\alpha^2 V^2 + z_\alpha V \sqrt{N_{ср} + \frac{1}{4} z_\alpha^2 V^2}. \qquad (9.14)$$

Пример 2. В механической системе деталь, подвергающаяся износу, имеет наработку до отказа со средним значением $t_0 = 1$ мес = = 720 ч и $\sigma = 300$ ч.

Определить норму запасных деталей этого типа на год ($t = 8640$ ч) для принятых в химических и пищевых производствах вероятностей $\alpha_1 = 0{,}7$; $\alpha_2 = 0{,}8$; $\alpha_3 = 0{,}9$.

Определим средний расход запасных деталей за год:

$$N_{ср} = \frac{t_0}{t} = \frac{8640}{720} = 12 \text{ шт.}$$

Вначале убедимся, что этого количества деталей хватит на год работы с вероятностью 0,5; воспользуемся для этого формулой (9.13):

$$P_c(t) = F_0\left(\frac{N_{ср} t_0 - t}{\sigma\sqrt{N_{ср}}}\right) = F_0\left(\frac{12 \cdot 720 - 8640}{300\sqrt{12}}\right) = F_0(0) = 0{,}5.$$

Найдем в справочнике по надежности (*Шор Я. Б., Кузьмин Ф. И.* Таблицы для анализа и контроля надежности. М.: Советское радио, 1968. 284 с.) квантили для заданных вероятностей:

$$\alpha_1 = 0{,}7;\ z_{\alpha 1} = 0{,}5244;$$

$$\alpha_2 = 0{,}8;\ z_{\alpha 2} = 0{,}8416;$$

$$\alpha_3 = 0{,}9;\ z_{\alpha 3} = 1{,}282.$$

Коэффициент вариации $V = \frac{\sigma}{t_0} = \frac{300}{720} = 0{,}417$.

Рассчитаем норму запасных частей по формуле (9.14):

1) $$N_1 = N_{ср} + \frac{1}{2}(z_\alpha V)^2 + z_\alpha V \sqrt{N_{ср} + \frac{1}{4} z_\alpha^2 V^2} =$$

$$= 12 + \frac{1}{2}(0{,}5244 \cdot 0{,}417)^2 + 0{,}5244 \cdot 0{,}417\sqrt{12 + 0{,}051} = 12{,}9,$$

т. е. $N_1 = 13$ шт.

2) $N_2 = 12 + \frac{1}{2}(0{,}8416 \cdot 0{,}417)^2 + 0{,}8416 \cdot 0{,}417\sqrt{12+\frac{1}{4}\cdot 0{,}12} = 13{,}3,$

т. е. $N_2 = 14$ шт.

3) $N_3 = 12 + \frac{1}{2}(1{,}282 \cdot 0{,}417)^2 + 1{,}282 \cdot 0{,}417\sqrt{12+\frac{1}{4}\cdot 0{,}3} = 14{,}01,$

т. е. $N_3 = 15$ шт.

Таким образом, 13 деталей хватит для годовой работы с надежностью, несколько большей 0,7; 14 деталей — с надежностью 0,8 и 15 деталей — с надежностью 0,9.

9.4. Задача надежности и прочности

В широком смысле понятие резервирования связано не только с наличием в объекте избыточных (резервных) элементов, но также и с обеспечением запаса мощности двигателей, усилий, развиваемых механизмами, запаса прочности и т. д.

Условие прочности, или условие безотказности, означает отсутствие у элемента предельного состояния, т. е. состояния, при котором нагрузка превышает прочность, и может быть записано в следующем виде:

$$Q \le R, \tag{9.15}$$

где Q — максимальная нагрузка, действующая на элемент; R — прочность элемента (нагрузка, соответствующая пределу текучести).

Прочность элементов зависит от большого количества факторов, связанных со свойствами материалов, технологией изготовления и пр. Поэтому так же, как и нагрузка, действующая на элемент, прочность является величиной случайной.

Размеры элементов выбираются с учетом запаса прочности, величина которого в настоящее время нормируется или назначается вне связи с показателями надежности. Если установить такую связь, то при расчете можно обеспечить заданный уровень безотказной работы элемента выбором соответствующей величины запаса прочности.

Пусть нам известна плотность вероятности распределения нагрузки $f(Q)$ и прочности $\varphi(R)$ (рис. 9.6).

Вероятность отсутствия отказа элемента, вследствие того что $R > Q$, может быть определена для нагрузки уровня Q_i путем интегрирования плотности вероятности $\varphi(R)$ распределения прочности:

$$P(R > Q) = \int_{Q_i}^{\infty} \varphi(R)\mathrm{d}R. \tag{9.16}$$

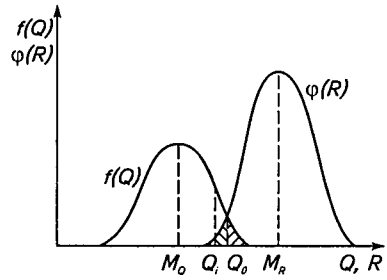


Рис. 9.6. Плотность распределения вероятности нагрузки Q и прочности R

Если рассматривать все возможные значения нагрузки Q, которые превышают прочность R, то вероятность отсутствия отказа будет равна

$$P(R>Q)=\int_0^{\infty}\varphi(R)\mathrm{d}R-\int_0^{Q_0}\varphi(R)\mathrm{d}R-\int_Q^{\infty}f(Q)\mathrm{d}Q. \qquad (9.17)$$

Перейдем от формулы (9.17) к функции нормального распределения, нормированного и центрированного как для нагрузки, так и для прочности.

$$P(R>Q)=1-F_0\left(\frac{Q_0-M_R}{\sigma_R}\right)-F_0\left(\frac{M_Q-Q_0}{\sigma_Q}\right). \qquad (9.18)$$

Учитывая, что $1-F_0(Z)=F_0(-Z)$, окончательно запишем:

$$P(R>Q)=F_0\left(\frac{M_R-Q_0}{\sigma_R}\right)-F_0\left(\frac{M_Q-Q_0}{\sigma_Q}\right). \qquad (9.19)$$

Рассмотрим теперь влияние переключателей при резервировании элементов системы на общую надежность системы.

Возьмем две простейшие схемы с избыточностью, как это показано на рис. 9.7, причем надежность всех элементов примем одинаковой.

В схеме рис. 9.7, *а* имеется групповой переключатель на два элемента системы, а в схеме на рис. 9.7, *б* каждый элемент системы снабжен собственным переключателем. Рассмотрим надежность каждой схемы:

$$P_{1c}=P_{п}[1-(1-P_{э})^2];$$
$$P_{2c}=1-(1-P_{п}P_{э})^2, \qquad (9.20)$$

где $P_{п}$ и $P_{э}$ — надежности переключателя и элемента соответственно.

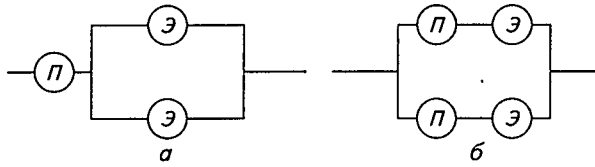


Рис. 9.7. Схемы с переключателями (*а* и *б* пояснены в тексте):

Э — элемент; *П* — переключатель

Преобразуем эти выражения:

$$P_{1c} = P_{п}(1-1+2P_{э}-P_{э}^2) = P_{п}P_{э}(2-P_{э});$$
$$P_{2c} = 1-1+2P_{п}P_{э}-P_{п}^2P_{э}^2 = P_{п}P_{э}(2-P_{п}P_{э}). \qquad (9.21)$$

Запишем отношение надежностей схем:

$$\frac{P_{2c}}{P_{1c}} = \frac{2-P_{п}\cdot P_{э}}{2-P_{э}}. \qquad (9.22)$$

Отношение (9.22) будет больше единицы, так как $P_{э} > P_{п}P_{э}$. Следовательно, надежность схемы на рис. 9.7, *б* будет выше, чем надежность схемы на рис. 9.7, *а*.

Таким образом, тип переключателя (индивидуальный или групповой) влияет на надежность системы.

9.5. Пример решения задачи надежности и прочности

Исходные данные. Нормальный закон распределения как для прочности, так и для нагрузки:

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sigma}\varphi_0\left(\frac{x-M}{\sigma}\right); \qquad (9.23)$$

$$f(Q) = \frac{1}{\sigma_Q\sqrt{2\pi}}e^{\frac{(Q-M_Q)^2}{2\sigma_Q^2}};\ \varphi(R) = \frac{1}{\sigma_R\sqrt{2\pi}}e^{\frac{(R-M_R)^2}{2\sigma_R^2}}; \qquad (9.24)$$

$$f(Q) = \frac{1}{\sigma_Q}\varphi_0\left(\frac{Q-M_Q}{\sigma_Q}\right);\ \varphi(R) = \frac{1}{\sigma_R}\varphi_0\left(\frac{R-M_R}{\sigma_R}\right); \qquad (9.25)$$

математическое ожидание:

нагрузки $M_Q = 1{,}8$ МПа;

прочности $M_R = 2{,}5$ МПа.

коэффициент вариации:

нагрузки $V_Q = 0{,}25$;

прочности $V_R = 0{,}3$.

Решение. Найдем среднеквадратическое отклонение:

$$\sigma_R = V_R M_R = 0{,}3 \cdot 2{,}5 = 0{,}75 \text{ (МПа)};$$

$$\sigma_Q = V_Q M_Q = 0{,}25 \cdot 1{,}8 = 0{,}45 \text{ (МПа)}.$$

Найдем плотность распределения вероятности нагрузки и прочности, используя правило «3σ», причем для нагрузки будем строить правую ниспадающую ветвь распределения, а для прочности — левую восходящую ветвь распределения, чтобы найти точку пересечения Q_0 (рис. 9.8).

Конечное значение интервала по нагрузке:

$$Q = M_Q + 3\sigma_Q = 1{,}8 + 3 \cdot 0{,}45 = 3{,}15 \text{ (МПа)}.$$

Разобьем интервал $\{M_Q,\ M_Q + 3\sigma_Q\}$ на шесть участков с шагом

$$x_Q = 3\sigma_Q/6 = 3 \cdot 0{,}45/6 = 0{,}225 \text{ (МПа)}.$$

Получим ряд значений Q_i в указанном интервале:

$$Q_i = \{1{,}8;\ 2{,}025;\ 2{,}25;\ 2{,}475;\ 2{,}7;\ 2{,}975;\ 3{,}15\}.$$

Подставляя значения Q_i в формулы (9.24) и (9.25) и используя табличные значения $\varphi_0(x)$ в случае формулы (9.25), получим значения плотности распределения вероятности нагрузки $f(Q)$. Строим ниспадающую часть кривой распределения $f(Q)$ (см. рис. 9.8). Конечное значение интервала по прочности:

$$R = M_R - 3\sigma_R = 2{,}5 - 3 \cdot 0{,}75 = 0{,}25 \text{ (МПа)}.$$

Разобьем интервал $\{M_R,\ M_R - 3\sigma_R\}$ на шесть участков с шагом

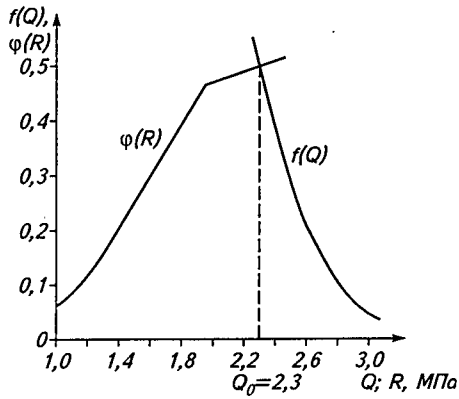


Рис. 9.8. Плотность распределения вероятности нагрузки и прочности

$$x_R = 3\sigma_R/6 = 3 \cdot 0{,}75/6 = 0{,}375 \text{ (МПа)}.$$

Получим ряд значений R_i в указанном интервале:

$$R_i = \{2{,}5;\ 2{,}125;\ 1{,}75;\ 1{,}375;\ 1{,}0;\ 0{,}625;\ 0{,}25\}.$$

Подставляя значения R_i в формулы (9.24) и (9.25) и используя табличные значения $\varphi_0(x)$ в случае формулы (9.25), получим значения плотности распределения вероятности нагрузки $\varphi(R)$. Строим восходящую часть кривой распределения $\varphi(R)$ (см. рис. 9.8). Определяем точку пресечения кривых $f(Q)$ и $\varphi(R)$. Получаем $Q_0 = 2{,}3$.

Определяем вероятность того, что $R > Q$ [см. уравнения (9.18) и (9.19)], используя табличные значения $F_0(x)$:

$$P(R>Q) = F_0\left(\frac{2{,}5-2{,}3}{0{,}75}\right) - \left[1 - F_0\left(\frac{2{,}3-1{,}8}{0{,}45}\right)\right] =$$

$$= F_0(0{,}27) - [1 - F_0(1{,}11)] = 0{,}61 - (1 - 0{,}87) = 0{,}61 - 0{,}13 = 0{,}48.$$

Полученная вероятность не является малой и зависит от требований, предъявляемых к рассчитываемому узлу по вероятности безопасной работы.

Глава 10
ИСПЫТАНИЯ НА НАДЕЖНОСТЬ

10.1. Виды испытаний на надежность

Для создания и развития новой техники испытания имеют важное значение. При натурных испытаниях определяют общую эффективность, действительные нагрузки на отдельные детали.

Целью испытаний являются исследования рабочего процесса, влияния различных факторов на работу оборудования и изменение параметров процесса, т. е. исследование и повышение надежности оборудования.

Из всех видов испытаний можно выделить следующие: исследовательские, контрольные и сравнительные. *Исследовательские испытания* проводят для изучения определенных свойств установки, машины. *Контрольные испытания* проводят для контроля качества машины, а *сравнительные* — для сравнения характеристик качества машин в идентичных условиях.

По другой классификации испытания могут быть разделены на определительные и оценочные. При *определительных испытаниях* значения параметров установки или машины определяются с заданными значениями точности и доверительной вероятности. При *оценочных испытаниях* не требуется определения значений

параметров машины с заданными значениями точности и доверительной вероятности.

Контрольные испытания опытных образцов могут быть *приемочными, периодическими* и *типовыми.*

По длительности проведения испытания могут быть *нормальными* и *ускоренными.* При нормальных испытаниях их методы и условия обеспечивают получение необходимого объема информации в такой же срок, как и в предусмотренных условиях и режимах эксплуатации, а при ускоренных испытаниях — в более короткий срок.

По месту проведения испытания подразделяются на *стендовые, полигонные* и *эксплуатационные.*

По виду воздействия на испытуемую машину испытания могут быть *механическими, акустическими, тепловыми, гидравлическими* (*пневматическими*).

Существует и другая классификация: на основе методологии, организации и условий проведения испытаний.

1. *Испытания, основанные на методах теории вероятности и математической статистики.* Например, для оценки показателей надежности с удовлетворительной степенью достоверности необходимо иметь достаточно большой статистический материал. Для накопления этого материала требуются большие затраты средств и времени.

2. *Ускоренные испытания* позволяют за более короткий срок или по меньшей выборке получать статистический материал, необходимый для достоверной оценки надежности. Ускорение возможно либо за счет априорной информации, либо за счет увеличения информативности испытаний.

3. *Методы, основанные на использовании априорной информации.* Часто оценка надежности изделия проводится только по результатам испытаний. Априорная информация позволяет более точно спланировать эксперимент и сократить его продолжительность.

Существует несколько способов повышения эффективности испытаний: объединение разнородной информации, увеличение их информативности, например путем интенсификации процесса развития отказов.

Форсирование режимов испытаний ускоряет физико-химические процессы (износ, старение, усталость). При испытаниях необходимо учитывать, что форсирование режима может вызвать явления, не характерные для эксплуатации в нормальных условиях. До начала проведения форсированных испытаний нужно сформировать модель подобия, позволяющую перейти от результатов форсированных испытаний к оценкам, соответствующим нормальным условиям.

В общем виде целью испытаний является повышение качества и надежности изделий, выявление оптимальных технологии изготовления и режима эксплуатации. Более конкретно цель испытаний формируется при планировании испытаний.

Программа испытаний содержит: цель испытаний; объект испытаний; организацию и порядок проведения испытаний; объем испытаний; режим работы объекта во время испытаний (нормальный, форсированный или ступенчатый); способы обработки экспериментальных данных.

При планировании испытаний необходимо указать, какие параметры объекта и процесса будут меняться в процессе испытания, выбрать план испытаний. При обработке экспериментальных данных важно установление метода пересчета опытных данных на реальные условия работы объекта, так как любой самый точный эксперимент только имитирует работу объекта в реальных условиях. Даже при неоднократном проведении одного и того же эксперимента будут получены различные результаты, так как это случайный процесс и невозможно исключить влияние различных факторов. Поэтому при обработке экспериментальных данных необходимо пользоваться методами математической статистики, позволяющими определять среднестатистические значения случайных величин, а также методами теории подобия, позволяющими установить подобие между экспериментом и реальной эксплуатацией.

Планирование эксперимента необходимо прежде всего для повышения эффективности эксперимента.

Профессор В. В. Налимов дает следующее определение планирования эксперимента: «... планирование эксперимента — это оптимальное управление экспериментом при неполном знании механизма явлений. Эксперименты обычно ставятся небольшими сериями по заранее составленному алгоритму, оптимальному в некотором строго сформулированном смысле. После каждой небольшой серии опытов производится обработка результатов наблюдений и принимается строго обоснованное решение о том, что делать дальше».

Наиболее распространенный случай в теории эксперимента — это многофакторный эксперимент, т. е. эксперимент, при котором состояние объекта в каждом опыте определяется по результату одновременного варьирования факторов, вызывающих изменение состояния объекта.

При планировании эксперимента входные величины $x_1, \ldots, x_k$ называют факторами, а выходные $y_1, \ldots, y_d$ — откликами. Функции $\varphi_1(x_1, \ldots, x_k), \ldots, \varphi_d(x_1, \ldots, x_k)$ называют функциями отклика. Предполагается, что функции отклика для разных факторов независимы друг от друга. Начальная модель реального объекта будет записана в виде уравнений

$$y_1 = \varphi_1(x_1, \ldots, x_k);$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$y_d = \varphi_d(x_1, \ldots, x_k).$$

На следующих этапах исследования модель должна быть уточнена и дополнена.

Факторы — это способы воздействия на объект исследования. Факторы должны быть независимыми друг от друга и управляемыми. Факторы бывают количественными и качественными. Каждый из факторов может принимать несколько значений — уровней. Таким образом, максимально возможное число условий N для опытов при одинаковом числе уровней P определяется по формуле

$$N = P^R,$$

где R — число факторов.

Методы планирования эксперимента позволяют сократить число опытов и решить поставленную задачу при минимальном объеме эксперимента с заданной точностью.

Перед испытаниями необходимо провести подготовку, состоящую из двух этапов. Первый этап охватывает работы, проводимые сравнительно задолго до испытаний. Второй этап охватывает работы, проводимые непосредственно перед испытаниями.

К первому этапу подготовки относятся: составление общей программы испытаний; детальное ознакомление с объектом испытания; подготовка экспериментального стенда, контрольно-измерительных приборов, системы измерения давления, температуры, расхода и др.

Непосредственно перед испытаниями необходимо проверить: работу контрольно-измерительных приборов; наличие, при необходимости, охлаждающей воды; работу электрощита; работоспособность системы защиты пуска электродвигателя; работу всех вентилей, трубопроводной арматуры; работоспособность программного управления в режимах пуска, останова и аварийного останова.

Все приборы перед испытанием должны быть проверены (проградуированы). При проведении ответственных испытаний помимо рабочих приборов необходимо иметь основные и контрольные для проверки рабочих приборов на месте испытаний.

Непосредственно перед испытаниями уточняют программу испытаний.

При обнаружении неполадки в работе машины необходимо выяснить причину ее возникновения, чтобы устранить возможность повторного возникновения неисправности. При выяснении причин неисправностей необходимо сузить их возможный круг, так как это облегчает поиски правильного решения.

Для успешного проведения испытаний необходима их хорошая организация. Проводящий испытания должен быть хорошо знаком с работой экспериментальной установки, исследуемым объектом, обладать необходимым опытом и навыком в проведении экспериментальных работ. Особое внимание должно быть обращено на состояние мерных емкостей, диафрагм, различных заглушек. Экспериментальные данные должны заноситься в журнал наблюдений, который является официальным документом.

Перед началом испытаний необходимо установить временные интервалы для снятия показаний с приборов. Рассмотрим конкретный пример. Требуется определить промежутки времени для замера величины утечки в торцевом уплотнении.

Для определения рационального временного интервала был поставлен специальный эксперимент в два этапа:

а) определение зависимости коэффициента вариации V_Q от времени измерений при постоянной величине утечки $Q = 20$ см^3/ч:

$$V_Q(t) = D/Q,$$

где D — выборочная дисперсия;

б) определение зависимости коэффициента вариации $V_ф$ от величины среднечасовой утечки:

$$V_Q(\bar{Q}) = D/\bar{Q}.$$

При определении функции V_Q замеры величины утечки производились для интервалов 5, 10, 30, 45 и 60 мин. В каждой точке 10 замеров. Режим герметизации $\bar{Q} = 20$ см^3/ч.

Данные обрабатывались следующим образом: находили среднечасовые утечки $\bar{Q}$, определяли величину выборочной дисперсии

$$D^2 = \frac{1}{n-1}\left[\sum_{i=1}^{n} Q_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} Q_i\right)^2\right]$$

и строили зависимость $V_Q(t)$.

Рациональным временем измерения при уровне утечек $Q =$ $= 20$ см^3/ч является интервал 10 мин, при котором коэффициент вариации не превышает 10 %, что достаточно для измерений (рис. 10.1).

Функция $V_Q(\bar{Q})$ определялась для различных $\bar{Q}$ (рис. 10.2). Измерения проводились через 10 мин. Различие среднего уровня утечек достигалось с помощью изменений контактного давления на исследуемую пару трения.

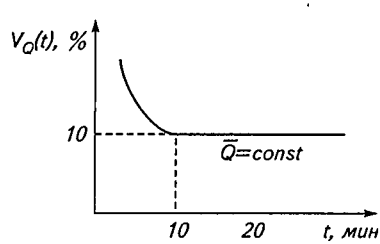


Рис. 10.1. Значение коэффициента вариации V_Q при $\Delta t = 10$ мин

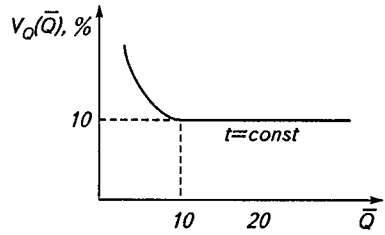


Рис. 10.2. Значение коэффициента вариации V_Q при различных $\bar{Q}$

Вывод: измерения с интервалом 10 мин целесообразно вести для утечек более 10 см^3/ч.

Итак, из всего сказанного в разделе 10.1 можно сделать следующие выводы.

Весь процесс испытаний может быть разбит на периоды: планирование, проведение испытаний, обработка результатов, принятие решений на основе анализа результатов.

В программе испытаний важно установить требования к результатам испытаний и правила сопоставления результатов.

Для примера рассмотрим математическую модель объекта испытаний — торцевого уплотнения:

$$Q = \varphi(P_1, \omega, b, r_1, h, R, \sigma), \qquad (10.1)$$

где φ — техническая характеристика системы, которая оценивается в процессе испытаний; P_1, ω —технологические параметры; b, r_1, h — геометрические параметры; R, σ — физические параметры.

Все параметры, а следовательно, и величина Q являются случайными величинами, но в процессе испытаний реализуется конкретное значение параметров, следовательно, и конкретное значение Q^*.

При организации испытаний невозможно создать весь спектр нагрузок, действующих на объект на практике. Кроме того, при испытаниях могут быть использованы разные методы испытаний. Например, существует около 40 методов испытания на герметичность, и все они применяются на практике, поэтому

$$Q^* = \varphi(P_1^*, \omega^*, b^*, r_1^*, R^*, \sigma^*, h^*) + \xi, \qquad (10.2)$$

где ξ — суммарная погрешность измерения параметров.

На рис. 10.3 дана графическая интерпретация этого выражения. Такое различие характеристик Q и Q^* происходит из-за неточности моделирования параметров P_1, ω.

Так как смещение результатов Q и Q^* имеет физическую природу, зависящую от выбранных методов обработки, наиболее целесообразно для сравнения использовать теорию подобия.

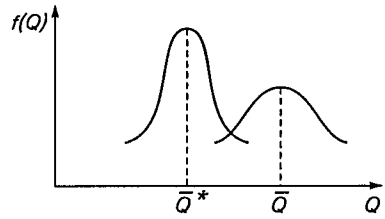


Рис. 10.3. Распределение величины Q

Повторяемость результатов испытаний оценивается средним значением и диапазоном случайных отклонений результатов испытаний:

$$\bar{Q}^* = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} Q_i^*; \tag{10.3}$$

$$\sigma_{\bar{Q}^*}^* = \sqrt{\frac{1}{N+1}\sum_{i=1}^{N}(Q_i^* - \bar{Q}^*)}. \tag{10.4}$$

10.2. Определительные испытания на надежность

10.2.1. Общие сведения

Результатом определительных испытаний на надежность являются количественные значения показателей надежности объектов, установленные с заданной точностью (относительной ошибкой ε в оценке показателя надежности) и (или) достоверностью (доверительной вероятностью q).

Определительные испытания классифицируют по следующим признакам.

1. *По характеру оценок показателей надежности*:

испытания с целью определения *точечных оценок* показателей надежности; точечной оценкой определяемого показателя в этих испытаниях является среднеарифметическое значение показателя, получаемое при испытаниях выборки из партии однородных объектов;

испытания с целью определения *доверительного интервала* возможных значений показателя надежности, который с заданной доверительной вероятностью перекрывает математическое ожидание этого показателя;

2. *По исходным данным*:

прямые испытания, основанные на использовании информации об отказах объекта;

испытания, основанные на использовании *косвенных признаков отказа* (перегрев, уровень вибрации и др.);

3. *По планам испытаний.* План определительных испытаний на надежность устанавливает число объектов испытаний, порядок проведения испытаний (с восстановлением работоспособного состояния изделия после отказа, заменой отказавшего изделия или без восстановления и замены) и критерий их прекращения.

Рекомендации по выбору планов испытаний приведены в табл. 10.1.

Таблица 10.1. **Рекомендуемые планы определительных испытаний на надежность***

Объект	Показатель надежности	План испытаний	Примечание
Невосстанавливаемый	Средняя наработка до отказа; гамма-процентная наработка до отказа; интенсивность отказов	[*NUN*], [*NUr*], [*NUz*], [*NUT*], [*NRr*], [*NRT*]	Для сокращения продолжительности испытаний применяют планы [*NRr*], [*NRT*]; для повышения точности оценок показателей — [*NUN*]
	Вероятность безотказной работы	[*NUT*]	—
Восстанавливаемый (ремонтируемый)	Средняя наработка на отказ	[*NMr*], [*NMT*]	—
	Средний ресурс (срок службы); гамма-процентный ресурс (срок службы)	[*NUN*], [*NUr*], [*NUz*], [*NUT*], [*NRr*], [*NRT*]	План испытаний рассматривают применительно к предельным состояниям. Для сокращения продолжительности испытаний применяют планы [*NRr*], [*NRT*]; для повышения точности оценок показателей — [*NUN*]
	Среднее время восстановления	[*NMr*], [*NMT*]	План испытаний рассматривают применительно к восстановлению работоспособного состояния и переходят к плану [*NUr*]
	Коэффициент готовности	[*NMr*], [*NMT*]	—
Произвольного вида	Средний срок сохраняемости	[*NUT*]	—
	Гамма-процентный срок сохраняемости	[*NUr*]	—

*U — объекты невосстанавливаемые и незаменяемые в случае отказа; R — объекты невосстанавливаемые, но заменяемые в случае отказа новыми экземплярами, идентичными отказавшим; M — объекты восстанавливаемые в случае отказа; N — число объектов испытаний или число восстановлений работоспособного состояния; T — продолжительность испытаний; z — время испытаний каждого объекта в течение наработки; $z_i = \min(t_i, t_{pi})$, где $i = 1, 2, ..., N$; t_i — наработка до отказа i-го объекта; t_{pi} — наработка до снятия с испытаний работоспособного i-го объекта; r — число отказов (предельных состояний) испытываемых объектов.

Исходными данными для расчета объема испытаний служат:

доверительная вероятность q интервальной оценки соответствующего показателя надежности;

предельная относительная ошибка ε оценки соответствующего показателя надежности;

коэффициент вариации V распределения случайной величины (наработки, ресурса, срока службы, времени восстановления, срока сохраняемости);

вид закона распределения случайной величины;

объем совокупности m (для совокупности ограниченного объема).

Значения относительной ошибки и доверительной вероятности устанавливают с учетом следующих факторов:

1. Для контроля показателей надежности по одному уровню с помощью доверительных границ:

$\varepsilon = \varepsilon_н$ — при контроле позитивных показателей надежности;

$\varepsilon = \varepsilon_в$ — при контроле негативных показателей надежности;

$q = 1 - \beta$, где β — риск потребителя;

в остальных случаях задают предельную относительную ошибку.

2. Для составных частей изделия:

для частей изделия, влияющих на безопасность, $\varepsilon = 0{,}05$; $q = 0{,}95$; 0,99;

для базовых составных частей изделия $\varepsilon = 0{,}10$; 0,15; $q = 0{,}90$; 0,95;

для деталей, обусловливающих внешний вид изделия, его комфортабельность, $\varepsilon = 0{,}15$; 0,20; $q = 0{,}80$; 0,90;

для изделий массового и серийного производств $\varepsilon = 0{,}10$; $q = 0{,}90$;

3. Для изделий крупногабаритных, дорогих, мелкосерийного производства значения ε допускается увеличивать, значения q — уменьшать.

10.2.2. Порядок расчета объема испытаний

План [*NUN*]. Число объектов испытаний N при плане [*NUN*] для оценки средней наработки до отказа, среднего ресурса (срока службы, времени восстановления) определяют по формулам (10.5) — (10.8) для совокупностей неограниченного объема и по (10.9), (10.10) — для совокупностей ограниченного объема:

нормальное распределение

$$\frac{t_q(N-1)}{\sqrt{N}} = \frac{\varepsilon}{V}, \qquad (10.5)$$

где $t_q(N-1)$ — квантиль t-распределения (Стьюдента) с числом степеней свободы $(N-1)$, соответствующая доверительной вероятности q;

распределение Вейбулла при планировании по предельной относительной ошибке

$$\frac{2N}{\chi^2_{1-q}(2N)}=(\varepsilon_в+1)^b, \qquad (10.6)$$

где $\chi^2_{1-q}(2N)$ — квантиль распределения «χ-квадрат» с числом степеней свободы $(2N)$, соответствующая доверительной вероятности q; b — параметр масштаба распределения Вейбулла;

распределение Вейбулла при планировании по нижней доверительной границе

$$\frac{2N}{\chi^2_q(2N)}=(1-\varepsilon_н)^b. \qquad (10.7)$$

логарифмически нормальное распределение

$$N=\left(\frac{Z_q}{\varepsilon}\right)^2 \ln(V^2+1)\cdot\left[1+\frac{\ln(V^2+1)}{2}\right], \qquad (10.8)$$

где Z_q — квантиль нормального распределения, соответствующая вероятности q;

нормальное распределение

$$N=\frac{Z_q V^2 m}{\varepsilon^2 m+Z_q V^2}, \qquad (10.9)$$

где m — объем совокупности;

распределение Вейбулла

$$N=\frac{2\varepsilon^2 b^2(m-1)+Z_q m}{\varepsilon^2 b^2(m-1)+Z_q^2}K, \qquad (10.10)$$

где K — поправочный коэффициент.

Число объектов испытаний N для оценки гамма-процентной наработки до отказа, гамма-процентного ресурса (срока службы) при плане $[NUN]$ рассчитывают по уравнениям (10.11) — (10.17):

нормальное распределение

$$N=\left[\frac{Z_q V K_{\gamma\%}}{\varepsilon(1-Z_{\gamma\%}V)}\right]^2; \qquad (10.11)$$

$$K_{\gamma\%}=\frac{\sqrt{(1-\frac{\gamma\%}{100})\frac{\gamma\%}{100}}}{f_0(Z_{\gamma\%})}; \qquad (10.12)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{Z_{\gamma\%}} e^{-t^2/2}\mathrm{d}t = 1-\frac{\gamma\%}{100}, \qquad (10.13)$$

где $\frac{\gamma\%}{100}$ — регламентированная вероятность;

распределение Вейбулла

$$N = \left(\frac{Z_q K_{\gamma\%}}{\varepsilon b}\right)^2; \qquad (10.14)$$

$$K_{\gamma\%} = \frac{\sqrt{100/\gamma\% - 1}}{\ln(100/\gamma\%)}; \qquad (10.15)$$

логарифмически нормальное распределение

$$N = \left(\frac{Z_q K_{\gamma\%}}{\varepsilon}\right)^2 \ln(V^2+1); \qquad (10.16)$$

$$K_{\gamma\%} = \frac{1}{f_0(Z_{\gamma\%})}\sqrt{\left(1-\frac{\gamma\%}{100}\right)\frac{\gamma\%}{100}}, \qquad (10.17)$$

где $f_0(Z_{\gamma\%})$ — плотность вероятности нормального распределения.

План [*NUr*]. Число отказов (предельных состояний) r при плане [*NUr*] для оценки средней наработки до отказа, среднего ресурса (срока службы, срока сохраняемости) определяют по формулам (10.5) — (10.8), полагая вместо N значение r для совокупностей неограниченного объема.

Объем выборки N рассчитывают в предположении, что задана относительная продолжительность испытаний $x = T_и/T_{ср}$ (здесь $T_и$ — продолжительность испытаний, $T_{ср}$ — среднее значение показателя надежности):

для нормального распределения

$$N = \frac{r}{\Phi_0\left[(\{x\}-1)/V\right]}, \qquad (10.18)$$

где $\{x\}$ — целая часть x; $\Phi[(\{x\} - 1)/V]$ — функция нормированного нормального распределения;

для распределения Вейбулла (экспоненциального)

$$N = \frac{\exp\left[x\Gamma\left(1+\frac{1}{b}\right)\right]^b \cdot (r-0{,}5)+0{,}5}{\exp\left[x\Gamma\left(1+\frac{1}{b}\right)\right]^b - 1}, \qquad (10.19)$$

где $\Gamma(1+1/b)$ — гамма-функция $(1 + 1/b)$;

для логарифмически нормального распределения

$$N = \frac{r}{\Phi_0\left[\frac{\ln x}{\sqrt{\ln(V^2+1)}}\right]}. \qquad (10.20)$$

Число отказов (предельных состояний) r для оценки гамма-процентной наработки до отказа, гамма-процентного ресурса при плане [*NUr*] находят по формулам (10.11) — (10.17), подставляя в них вместо N значение r; объем выборки N рассчитывают по формулам (10.18) — (10.20).

Число отказов (предельных состояний) r для оценки гамма-процентной наработки до отказа, гамма-процентного ресурса, вероятности безотказной работы при неизвестном законе распределения определяют по табл. 10.2 в предположении, что число испытываемых объектов N задано.

План [*NUT*]. Объем выборки N или относительную продолжительность испытаний x для оценки средней наработки до отказа, среднего ресурса (срока службы, срока сохраняемости) определяют в такой последовательности:

для исходных данных по формулам (10.5) — (10.8) находят прогнозируемое число отказов (предельных состояний) r, подставляя в них вместо N значение r;

для найденного значения r рассчитывают объем выборки по формулам (10.18) — (10.20), полагая, что относительная продолжительность испытаний задана, или определяют значение x, полагая, что объем выборки N задан.

Объем выборки N или относительную продолжительность испытаний x для оценки гамма-процентной наработки до отказа, гамма-процентного ресурса определяют в такой последовательности:

для исходных данных рассчитывают прогнозируемое число отказов (предельных состояний) r по формулам (10.11) — (10.17), подставляя в них вместо N значение r;

для найденного значения r находят объем выборки N по формулам (10.18) — (10.20), полагая, что относительная продолжительность испытаний x задана, или определяют значение x, полагая, что объем выборки N задан.

Таблица 10.2. **Число объектов испытаний N для плана $[NUr]$ при оценке гамма-процентных показателей надежности**

γ %/100 или $P(t)$	q	Значение N при r, равном														
		0	1	2	3	4	5	6	8	10	15	20	25	32	40	50
0,50	0,80	—	—	—	8	10	13	13	20	25	32	40	50	65	80	100
	0,90	—	—	6	8	10	13	15	20	25	32	40	50	65	80	100
	0,95	—	—	8	10	13	15	20	25	32	40	50	65	80	100	125
	0,99	6	10	10	13	15	20	20	25	32	50	65	65	80	100	125
0,80	0,80	8	8	13	20	25	32	40	50	65	80	125	150	150	200	—
	0,90	10	10	15	25	32	40	40	50	65	100	125	150	200	—	—
	0,95	13	13	20	32	40	40	50	65	80	100	125	150	200	—	—
	0,99	20	20	25	32	40	50	50	65	80	125	150	150	200	—	—
0,90	0,80	15	15	32	40	50	65	80	100	125	200	200	200	—	—	—
	0,90	20	20	32	50	65	80	80	100	150	200	200	—	—	—	—
	0,95	20	25	40	50	65	80	100	125	150	200	—	—	—	—	—
	0,99	32	50	80	80	100	125	125	150	200	—	—	—	—	—	—
0,95	0,80	32	32	50	80	100	125	150	150	200	—	—	—	—	—	—
	0,90	50	50	65	100	100	125	150	200	—	—	—	—	—	—	—
	0,95	50	65	80	125	150	200	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	0,99	65	65	100	125	150	200	200	—	—	—	—	—	—	—	—

Число объектов N при испытаниях по плану $[NUT]$ для оценки вероятности безотказной работы $P(T)$ за наработку T с доверительной вероятностью q при допустимом числе отказов d определяют по формулам

$$N = \frac{\ln(1-q)}{\ln P(T)};\ d = 0; \tag{10.21}$$

$$N \approx \frac{d}{2} - \frac{\chi_q^2(2d+2)}{2\ln \underline{P}(T)};\ d \geq 1;\ \underline{P}(T) \geq 0{,}8; \tag{10.22}$$

$$N \approx d + \frac{d+1}{\left[\dfrac{1-2\ln \underline{P}(T)}{\chi_q^2(2d+2)}\right]^{d+1} - 1};\ d \geq 1;\ 0{,}5 \leq \underline{P}(T) < 0{,}8, \tag{10.23}$$

где $\underline{P}$ — нижняя доверительная граница вероятности безотказной работы.

При известном значении N по формулам (10.17) — (10.19) находят допустимое число отказов d.

Планы [*NMr*], [*NMT*], [*NRr*] и [*NRT*]. Для планов [*NMr*], [*NRr*] число отказов r для оценки средней наработки на отказ (до отказа) определяют по табл. 10.3 в предположении экспоненциального закона распределения наработки между отказами (до отказа).

Таблица 10.3. **Число отказов *r* для планов [*NMr*], [*NMT*], [*NRr*], [*NRT*]***

ε	Значение r при q, равном			
	0,80	0,90	0,95	0,99
0,05	331/251	>500/>500	>500/>500	>500/>500
0,10	88/57	217/139	346/231	>500/468
0,15	56/21	114/55	170/94	358/191
0,20	29/10	59/28	116/48	232/98

* В числителе приведены значения числа отказов r при планировании по предельной относительной ошибке (верхней доверительной границе), в знаменателе — при планировании по нижней доверительной границе.

Для плана $[NMr]$ и неизвестного закона распределения наработки между отказами число отказов r для оценки коэффициента готовности $K_г$ рассчитывают по формуле

$$r = \left(\frac{Z_q}{\varepsilon}\right)^2 [(\varepsilon+1)^2 V^2 + V_в^2], \tag{10.24}$$

где $V_в$ — коэффициент вариации времени восстановления.

При использовании планов $[NMT]$ и $[NRT]$ объем выборки N или относительную продолжительность испытаний x для оценки средней наработки на отказ (до отказа) вычисляют по уравнению

$$xN = r. \qquad (10.25)$$

Прогнозируемое число отказов r определяют аналогично тому, как это делают при использовании планов $[NMr]$ и $[NRr]$.

10.3. Форсированные испытания на надежность

Для оценки надежности изделий существует несколько методов испытаний (рис. 10.4), в том числе и ускоренные испытания.

Ускорение испытаний проводят в основном по трем принципам:

уплотнение рабочих циклов;

экстраполяция во времени;

утяжеление условий испытаний.

Уплотнение рабочих циклов основано на сокращении больших перерывов в работе в процессе эксплуатации. Как правило, аппараты химических производств работают непрерывно, поэтому принцип уплотнения рабочих циклов здесь неприменим.

Метод экстраполяции во времени заключается в следующем: по накоплению повреждений или отказов на начальном этапе процесса эксплуатации оценивается весь процесс с достаточной достоверностью. При этом испытания проводят на начальном этапе работы изделия, изменяют параметр, определяющий состояние изделия, а затем эти результаты экстраполируются до предельного состояния (отказа). Экстраполяция проводится графически или аналитически, причем этот способ применим

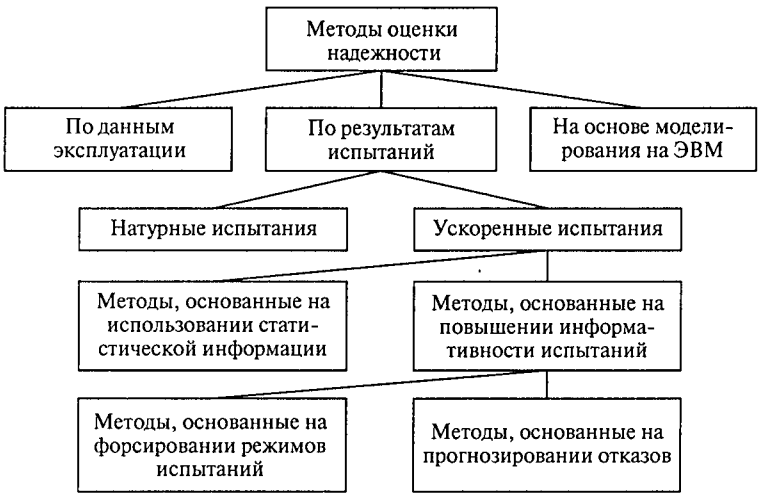


Рис. 10.4. Методы оценивания надежности изделий

только для изделий, у которых хорошо изучены механизмы отказов.

При экстраполяции во времени необходимо решить следующие основные задачи:

выбор уравнения состояния, описывающего экспериментальные результаты;

изучение выбранного уравнения вне области эксперимента;

выбор объема экспериментальных данных.

Форсированные испытания по способу пересчета времени работы при форсированном режиме на условия нормального режима можно разделить на две группы:

с пересчетом по известному до испытаний числовому значению коэффициента ускорения;

с оценкой показателей надежности только по результатам испытаний без предварительного определения уравнения состояния для заданного режима форсированных испытаний.

К первой группе относятся методы:

усечения спектра нагрузок воздействия;

учащения рабочих циклов;

сравнения.

Эти методы применяются при испытании машин и их элементов, усталостных испытаниях конструкций, для испытания новых видов массовой продукции, по которым имеется обширная информация о надежности предыдущих модификаций.

Сокращение времени испытаний путем утяжеления режима возможно лишь тогда, когда установлена зависимость между показателями надежности в нормальном и форсированном режимах. Поэтому форсированным испытаниям предшествуют предварительные исследования.

Метод испытаний определен, если указаны:

форсированный режим;

порядок проведения испытаний и наблюдаемые параметры;

способ расчета оцениваемых характеристик.

Методы форсированных испытаний делят на группы в зависимости от характеристик, для оценки которых они проводятся; это испытания:

на безотказность, ставящие своей целью оценить вероятность безотказной работы $P(t_г)$ за гарантированное время в нормальном режиме;

на долговечность, оценивающие средний срок службы T;

на ресурс, проводимые с целью оценки ресурса.

Дадим общее представление об этих испытаниях. Предварительно введем основные понятия.

1. В теории надежности изделие рассматривается как некоторая физическая система. Параметры, описывающие воздействие среды на изделие, называют внешними. Обозначим их $\varepsilon = (\varepsilon^1, \varepsilon^2, ..., \varepsilon^k)$.

В процессе испытаний (эксплуатации) внешние параметры могут меняться во времени t. В зависимости от вида функции $\varepsilon(t)$ режимы делятся на детерминированные, где $\varepsilon(t)$ не меняется во времени, и случайные.

2. Система характеризуется набором технических параметров $x = (x_1, x_2, \ldots, x_m)$.

Значение параметров зависит от влияния среды и меняется во времени, т. е. $x = f(t, \varepsilon)$.

3. Основное требование к изделиям — чтобы их параметры $x(t, \varepsilon)$ находились в установленном поле допуска $[a, b]$:

$$a_i \le x_i(t,\varepsilon) \le b_i, \tag{10.26}$$

где $i = 1,2, \ldots, m$.

4. Изделие считают работоспособным в момент времени t в режиме ε, когда его технические параметры находятся в установленном поле допуска. Момент, когда параметры выходят за пределы $[a, b]$, называется моментом отказа и обозначается $\varepsilon_P(\varepsilon)$.

5. Существует понятие нормального режима ε_n, утяжеленного $\varepsilon_P(\varepsilon) < \varepsilon_P(\varepsilon_0)$ и облегченного $\varepsilon_P(\varepsilon) > \varepsilon_P(\varepsilon_0)$.

6. Функция распределения отказов $F(t, \varepsilon)$ в режиме ε представляет собой вероятность того события, что произвольно выбранное изделие партии откажет в режиме ε до момента времени t, т. е.

$$F(t,\varepsilon) = P[\varepsilon_P(\varepsilon) < t]. \tag{10.27}$$

7. Распределение безотказной работы $P(t, \varepsilon)$ в режиме ε указывает вероятность, с которой изделия партии проработают безотказно в режиме ε за время t.

8. Плотность распределения отказов $f(t, \varepsilon)$ в режиме ε определяется по формуле

$$f(t,\varepsilon) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[F(t,\varepsilon)]. \tag{10.28}$$

9. Средний срок службы $T(\varepsilon)$ изделий в режиме ε означает среднее время работы изделий партии в режиме ε:

$$T(\varepsilon) = M\varepsilon_P(\varepsilon). \tag{10.29}$$

Среднее математическое ожидание M можно записать с помощью функции распределения

$$T(\varepsilon) = \int_0^\infty tf(t,\varepsilon)\mathrm{d}t = \int_0^t \mathrm{d}F(t,\varepsilon) = \int_0^\infty P(t,\varepsilon)\mathrm{d}t.$$

10. Показатель q-процентный ресурс $R^q(\varepsilon)$ представляет собой время, за которое откажут $(1 - q)$ процентов изделий партии в режиме ε.

10.3.1. Форсированные испытания на безотказность

Все изделия выборки из партии испытываются в одном и том же форсированном режиме ε_P^*.

Каждое изделие выборки испытывается до отказа $\varepsilon_P(\varepsilon_P^*)$, дольше некоторого времени $t_p < t_г$, подлежащего определению.

В процессе испытаний фиксируются моменты отказов изделий $\varepsilon_P(\varepsilon_P^*)$.

После проведения форсированных испытаний на выборке объема n_P станут известными число d отказавших изделий и моменты их отказов:

$$\varepsilon_{P_1}(\varepsilon_P^*), \varepsilon_{P_2}(\varepsilon_P^*), ..., \varepsilon_{P_d}(\varepsilon_P^*), \varepsilon_{P_i}(\varepsilon_P^*) < t_P. \qquad (10.30)$$

По этим данным можно оценить распределение безотказной работы $P(t, \varepsilon_P^*)$ в партии в интервале времени $[0, t_P]$.

10.3.2. Форсированные испытания на долговечность

Все изделия выборки испытываются в одном и том же форсированном режиме ε_T^*.

Каждое изделие выборки испытывается до отказа $\varepsilon_P(\varepsilon_T^*)$, но дольше некоторого времени t_T, которое необходимо определить.

В процессе испытаний фиксируются моменты отказов изделий $\varepsilon_P(\varepsilon_T^*)$.

После испытаний будет известна функция безотказной работы партии $P(t, \varepsilon_T^*)$ в форсированном режиме ε_T^* на интервале времени $[0, t_T]$, а по ней можно определить значение среднего срока службы $T(\varepsilon_0)$.

10.3.3. Форсированные испытания на ресурс

Все изделия выборки партии испытываются в одном и том же форсированном режиме ε_R^*.

Каждое изделие выборки испытывается до отказа, но не дольше некоторого времени $t_R < R^q(\varepsilon_0)$, которое необходимо определить.

В процессе испытаний фиксируются моменты отказов изделий $\varepsilon_P(\varepsilon_R^*)$.

Определяют распределение безотказной работы $P(t, \varepsilon_R^*)$ на интервале времени $-\infty < t < t_R$ и q-процентный ресурс в нормальном режиме ε_0.

10.3.4. Методы «доламывания» и ступенчатых нагружений

Основное отличие методов «доламывания» и ступенчатых нагружений от рассмотренных ранее состоит в том, что они предполагают дополнительное испытание изделий в переменном режиме: сначала в нормальном, затем в форсированном.

Рассмотрим проведение испытаний методом «доламывания» (D_x^2) на безотказность, долговечность и ресурс. Будем обозначать их: D_p^2 — испытания на безотказность, D_T^2 — на долговечность, D_R^2 — на ресурс. Для построения испытаний по методу D_x^2 необходимо выбрать на стадии предварительных исследований форсированный режим ε_x^*.

Последовательность испытаний по методу D_x^2 следующая.

1. Из представленной на контроль партии делают две выборки.

2. Одна выборка испытывается в форсированном режиме ε_x^* в течение времени t_x^1. Правило выбора t_x^1 устанавливается на стадии предварительных исследований. В общем случае значение t_x^1 может меняться от партии к партии.

3. Другая выборка испытывается в переменном режиме в течение времени $t_x^2 > \tau_x^1$:

$$\varepsilon_x^2(t) = \begin{cases} \varepsilon_0; 0 \le t \le \tau_x^1; \\ \varepsilon_x^*; \tau_x^1 < t < \infty. \end{cases} \qquad (10.31)$$

Правило выбора момента переключения режима τ_x^1 и суммарной продолжительности испытаний устанавливается также на стадии предварительных исследований. Иногда значения τ_x^1, t_x^2 могут меняться от партии к партии.

4. В процессе испытаний фиксируются моменты отказов изделий в режимах ε_x^* и ε_x^2.

Итак, для построения испытаний по методу «доламывания» (D_x^2) необходимо задать форсированный режим ε_x, продолжительность испытаний τ_x^1, t_x^1, t_x^2 и способ расчета характеристики.

Метод ступенчатых нагружений в отличие от метода «доламывания» предполагает испытание изделий не в одном форсированном режиме, а в нескольких. Для этого на стадии предварительных исследований выбирают множество E_x^* форсированных режимов $\varepsilon_{1x}^*, \varepsilon_{2x}^*, \ldots, \varepsilon_{kx}^*$, причем каждый последующий режим более жесткий, чем предыдущий.

Последовательность испытаний по методу ступенчатых нагружений, ставящих своей задачей оценку характеристик надежности P, T, R, следующая.

1. Из представленной на контроль партии делают $(k+1)$ выборок.

2. В каждом режиме ε_{ix}^*, где $i = 1, 2, \ldots, k$, испытывается одна выборка соответственно в течение времени t_x.

3. Одна выборка испытывается в переменном режиме:

$$\tilde{\varepsilon}_x^{(k+1)}(t) = \begin{cases} \varepsilon_0; 0 \le t < \tau_x^1; \\ \varepsilon_{1,x}^*; \tau_x^1 \le t < \tau_x^2; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \varepsilon_{k,x}^*; \tau_x^k \le t < \infty; \end{cases} \qquad (10.32)$$

время $t_x^{k+1} > \tau_x^k$.

4. В процессе испытаний фиксируются моменты отказов изделий. Правило выбора продолжительности испытаний t_x^i, τ_x^i устанавливается на стадии предварительных исследований.

Методы ступенчатых нагружений являются обобщением методов «доламывания» на случай нескольких форсированных режимов.

Существует метод форсированных испытаний по принципу начального качества, который сводится к анализу только разброса качества изготовления изделий при одинаковых условиях воздействия на изделие.

Если U_0 — предельно допустимый износ, то условие накопления отказа

$$U_0 \le U(t), \tag{10.33}$$

где U_t — накопленная величина износа.

Вид функции $U(t)$ устанавливается экспериментально или на основе физической природы изнашивания.

Считая процесс изнашивания стационарным, для определения среднего времени наработки до отказа при нормальной нагрузке проводят две серии опытов. Первая серия опытов проводится при постоянной нагрузке P_s, а вторая — в режиме линейно возрастающей силы воздействия, т. е. $P_s = bt$.

Накопленная величина износа в каждом из режимов выражается так:

$$U(t) = \int_0^t a_1 P_s^{a_2} \mathrm{d}t = a_1 P_s^{a_2} t; \tag{10.34}$$

$$U(t) = \int_0^t a_1 (bt)^{a_2} \mathrm{d}t = \frac{a_1 b^{a_2} + t^{a_2+t}}{a_2 + 1}, \tag{10.35}$$

где a_1 и a_2 — постоянные величины; t — время проведения испытания.

За отказ в обоих случаях принимают достижение одной и той же величины предельно допустимого износа.

После проведения математических преобразований формула для среднего времени наработки до отказа при нормальной нагрузке, полученная путем пересчета через значение среднего времени наработки до отказа при форсированных испытаниях, приобретает вид:

$$\hat{T}_N = \left(\frac{b}{P_s}\right)^{a_2} \frac{(\hat{T}_f)^{a_2+1}}{a_2 + 1}, \tag{10.36}$$

где T_N — точечное значение средней наработки до отказа при нормальной нагрузке; $\hat{T}_f$ — точечное значение средней наработки до отказа при возрастающей нагрузке.

Методы форсированных испытаний, основанные на принципе начального качества, очень громоздки и требуют больших затрат времени, поэтому используются редко.

10.4. Контрольные испытания на надежность

Контрольные испытания — испытания, проводимые для проверки соответствия фактических показателей надежности контролируемого объекта (партии объектов) нормативным.

По виду контролируемых показателей надежности различают:

планы контроля показателей типа P (вероятность безотказной работы, вероятность восстановления за заданное время и т. п.);

планы контроля показателей типа T (наработка, ресурс, срок службы, срок хранения, время восстановления и т. п.);

планы контроля комплексных показателей.

Общая номенклатура методов контроля количественных характеристик надежности и параметры планов контрольных испытаний установлены ГОСТ 27.410—87.

Планы контрольных испытаний объектов (изделий) для проверки соответствия показателей безотказности заданным требованиям в случае экспоненциальной аппроксимации наработок до отказа или между отказами выбирают по ГОСТ 27.402—95. Контролируемыми показателями являются:

средняя наработка до отказа невосстанавливаемых изделий;

средняя наработка на отказ (наработка на отказ) восстанавливаемых изделий;

интенсивность отказов (обратная величина средней наработки на отказ или до отказа).

Наработку изделия измеряют временем его работы или количеством выпущенной продукции, расстоянием (для транспортных средств), количеством циклов срабатывания, числом оборотов и др.

По результатам испытаний в отношении контролируемого показателя принимают одно из двух возможных решений:

соответствие установленным требованиям (приемка);

несоответствие установленным требованиям (браковка).

Планы испытаний, приведенные в ГОСТ 27.402—95, можно использовать также для контроля средних значений других величин, если допустима аппроксимация их распределений экспоненциальным распределением и значение приемочного уровня превышает значение браковочного уровня.

10.4.1. Виды, характеристики и ограничения планов испытаний

Исходными данными для выбора плана испытаний являются:

номинальное (заданное) значение риска поставщика (изготовителя) — α (вероятность ошибки 1-го рода, т. е. вероятность того, что при испытаниях бракуется партия годных изделий);

номинальное (заданное) значение риска потребителя — β (вероятность ошибки 2-го рода, т. е. вероятность того, что по результатам испытаний будет признана годной и принята партия негодных изделий);

приемочное значение средней наработки (приемочный уровень) — T_α;

браковочное значение средней наработки (браковочный уровень) — T_β;

разрешающий коэффициент D, равный отношению приемочного уровня к браковочному ($D = T_\alpha/T_\beta$).

Под риском поставщика (потребителя) понимают вероятность принятия решения о браковке изделий с приемочным уровнем T_α, под риском потребителя — вероятность принятия решения о приемке изделий с браковочным уровнем T_β.

В ГОСТ 27.402—95 приведены планы испытаний для значений исходных данных (курсивом выделены предпочтительные данные), указанных ниже.

$\alpha = \beta$	$D = T_\alpha/T_\beta$
0,10	*1,5; 2,0; 3,0; 5,0*
0,15	1,5; 2,0; 3,0
0,20	*1,5; 2,0; 3,0*
0,25	1,5; 2,0
0,30	*1,5; 2,0*

Допускается задавать исходные данные, отличные от представленных здесь. При этом значения рисков могут быть не равны друг другу ($\alpha \neq \beta$). Разрешающий коэффициент D может принимать любое значение в интервале *1,5—5,0*. Не рекомендуется задавать значения D меньше *1,5* и больше *3,0*.

По методу контроля различают:

одноступенчатые испытания (решение о соответствии или несоответствии уровня надежности партии изделий требуемому уровню принимается по результатам испытаний заранее определенного числа изделий или по заданной наработке, т. е. на основании обработки заранее запланированного объема информации);

последовательные испытания (объем наблюдений, необходимых для принятия решения о соответствии или несоответствии, не может быть заранее установлен и является случайной величиной);

комбинированные испытания, представляющие собой сочетание одноступенчатого и последовательного методов испытаний.

Планы испытаний задают границами приемки и браковки в виде таблиц значений и графиков (рис. 10.5), на которых границы изображают в координатах: ось абсцисс — суммарная учитываемая наработка, выраженная в долях приемочного уровня (t/T_α, где t — суммарная учитываемая наработка, выраженная в абсолютных единицах измерения); ось ординат — число учитываемых отказов r.

Характеристиками качества планов испытаний каждого вида являются:

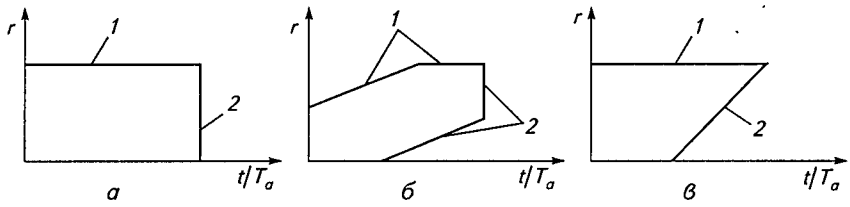


Рис. 10.5. Графики планов испытаний:

а — одноступенчатые испытания; *б* — последовательные испытания; *в* — комбинированные испытания; *1* — граница браковки; *2* — граница приемки

средняя ожидаемая суммарная наработка $T_0(T)$ — среднее значение (математическое ожидание) суммарной наработки испытуемых изделий до принятия решения о приемке или браковке;

средняя ожидаемая суммарная наработка до принятия решения о приемке $T_0^+(T)$ — среднее значение (математическое ожидание) суммарной наработки испытуемых изделий до принятия решения о приемке.

По указанным характеристикам при необходимости может быть определена еще одна характеристика качества плана испытаний — средняя ожидаемая наработка до принятия решения о браковке.

Основным ограничением при выборе плана испытаний является максимальная суммарная наработка изделий, которую определяют по максимально допустимой календарной продолжительности испытаний. При этом учитывают число одновременно испытываемых изделий, предполагаемый способ и продолжительность восстановления (ремонта) или замены отказавших изделий, возможные перерывы в проведении испытаний по любым техническим, организационным или иным причинам.

10.4.2. Методика испытаний и правила принятия решений

Изделие или несколько изделий подвергают испытательным воздействиям в соответствии с программой испытаний и последовательно суммируют учитываемую наработку и учитываемые отказы. На графике плана испытаний результат суммирования изображают в виде ступенчатой линии реализации процесса отказов (рис. 10.6).

Учитываемая наработка каждого изделия может быть измерена с помощью счетчика наработки, установленного на изделии. В этом случае суммарная учитываемая наработка изделий при k-м отказе равна сумме показаний счетчика:

$$T_k = \sum_{m=1}^{n} t_{k,m},$$

где n — общее число испытываемых изделий; $t_{k,m}$ — зарегистрированная счетчиком учитываемая наработка m-го изделия до k-го отказа.

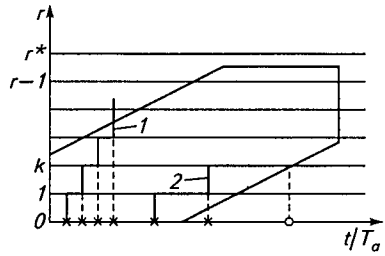


Рис. 10.6. График реализации процесса отказов при последовательных испытаниях:

r — число учитываемых отказов; r^* — предельное (браковочное) число отказов; х — моменты возникновения отказов; о — момент окончания испытаний; *1*, *2* – линии реализации процесса отказов

Суммарная учитываемая наработка изделий T^+ в момент принятия решения (о приемке), не совпадающий с моментом возникновения отказа, равна:

$$T^+ = \sum_{m=1}^{n} t_m^*,$$

где t_m^* — зарегистрированная счетчиком учитываемая наработка m-го изделия до момента принятия решения.

Если учитываемую наработку изделий регистрируют другими способами, то суммарную учитываемую наработку изделий при k-м отказе вычисляют по рекуррентной формуле

$$T_k = T_{k-1} + \sum_{m=1}^{n} \sum_{j} t_{m,j},$$

где T_{k-1} — суммарная учитываемая наработка изделий при $(k-1)$-м отказе (рис. 10.7); $T_{m,j}$ — j-й период учитываемой наработки m-го изделия после $(k-1)$-го отказа.

Суммарная учитываемая наработка изделий в момент принятия решения (о приемке), не совпадающий с моментом возникновения отказа, равна:

$$T^+ = T_r + \sum_{m=1}^{n} \sum_{j} t_{m,j},$$

где T_r — суммарная учитываемая наработка изделий до последнего отказа перед моментом принятия решения (о приемке); $t_{m,j}$ — j-й период учитываемой наработки m-го изделия после последнего отказа.

Приведенные выше формулы применяют также при испытаниях невосстанавливаемых (неремонтируемых) изделий независимо от того, осуществляют или не осуществляют замену отказавших изделий.

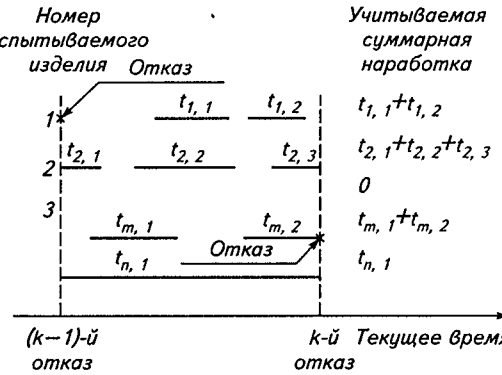


Рис. 10.7. Нумерация периодов учитываемой наработки изделий

Если общее количество испытываемых изделий остается постоянным в течение всей продолжительности испытаний, а восстановление (ремонт, замена) отказавших изделий требует незначительных затрат времени, то суммарную учитываемую наработку определяют по приближенной формуле

$$T^{+} = nt^{*},$$

где t^{*} — текущая (на рассматриваемый момент времени) учитываемая продолжительность испытаний, выраженная в единицах измерения наработок.

Учитываемую наработку и отказы суммируют до тех пор, пока не будет выполнено одно из следующих условий принятия решения для плана испытаний соответствующего вида, после чего испытание завершают:

для одноступенчатого плана испытаний условием приемки является достижение суммарной учитываемой наработки значения, установленного принятым планом испытаний; условием браковки является достижение предельного значения числа учитываемых отказов, установленного данным планом испытаний;

для последовательного усеченного плана испытаний условием приемки является достижение суммарной учитываемой наработки одного из значений, установленных принятым планом испытаний при достигнутом числе учитываемых отказов; условием браковки является достижение одного из предварительных значений числа учитываемых отказов, при которых значения суммарной учитываемой наработки меньше соответствующих значений, установленных данным планом;

для комбинированного плана испытаний условием приемки является достижение суммарной учитываемой наработки одного из значений, установленных принятым планом испытаний при достигнутом числе отказов; условием браковки является достиже-

ние предельного значения числа учитываемых отказов, установленного данным планом испытаний.

Графические условия завершения испытаний представляют собой первое достижение или пересечение линий реализации процесса отказов одной из границ плана испытаний (см. рис. 10.5).

10.4.3. Критерии выбора плана испытаний

План испытаний выбирают по результатам анализа таблиц и графиков сопоставляемых планов, приведенных в ГОСТ 27.402—95, а также с учетом табл. 10.4.

Одноступенчатые планы испытаний применяют в следующих случаях:

имеются жесткие ограничения на максимально допустимую продолжительность испытаний;

Таблица 10.4. **Соотношения свойств планов трех видов**

Свойства планов испытаний	Вид плана		
	одноступенчатый	последовательный усеченный	комбинированный
Средняя ожидаемая суммарная наработка	Максимальная	Близка к минимальной	Близка к минимальной
Средняя ожидаемая суммарная наработка до принятия решения о приемке	То же	То же	Минимальная
Максимальная суммарная наработка	Минимальная	Варьируется в широких пределах	Варьируется в широких пределах
Устойчивость риска поставщика к отклонениям от экспоненциального распределения на начальном этапе испытаний (из-за возможной приработки изделий)	Относительно устойчив	Неустойчив (возможно неконтролируемое увеличение риска изготовителя)	Относительно устойчив
Устойчивость риска поставщика к отклонениям от экспоненциального распределения на заключительном этапе испытаний (из-за возможного старения и/или износа)	То же	Неустойчив	Неустойчив
Диапазоны изменения продолжительности испытаний, количества испытываемых изделий, затрат на проведение испытаний. Организационные проблемы, связанные с контролем работоспособности и др.	Минимальные	Максимальные	Близки к максимальным

затруднен или невозможен непрерывный или частый периодический контроль работоспособности испытываемых изделий;

затраты на проведение испытаний незначительны;

возможны различные отклонения от экспоненциального распределения наработок изделия до отказа или между отказами на начальном и заключительном этапах испытаний.

Последовательные усеченные планы испытаний применяют в следующих случаях:

значительные затраты на проведение испытаний;

имеется достаточная уверенность в экспоненциальном распределении наработок между отказами или до отказа изделий в течение всей продолжительности испытаний.

Комбинированные планы испытаний применяют в следующих случаях:

значительные затраты на проведение испытаний;

имеются сомнения в экспоненциальной модели отказов на начальном этапе испытаний из-за возможной приработки изделий.

10.4.4. Расчет границ и характеристик планов испытаний

Расчет границ и характеристик планов испытаний выполняется по точным формулам (без привлечения статистического моделирования). На рис. 10.8 изображен план с произвольными границами приемки и браковки для предельного числа отказов $r^* = 5$. Оперативную характеристику $L(T)$, представляющую собой вероятность принятия решения о приемке при истинном значении средней наработки до отказа или на отказ, а также риски α и β

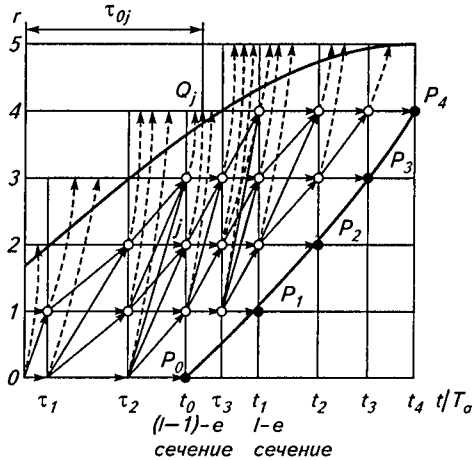


Рис. 10.8. График плана с произвольными границами

определяют путем расчета сумм вероятностей того, что испытания завершаются при i учитываемых отказах ($i < 5$) принятием решения о приемке (для различных значений контролируемого показателя T):

$$L(T/T_\alpha) = \sum_i [P_i(T/T_\alpha)];\ L(1) = 1 - \alpha;\ L(D^{-1}) = \beta.$$

Для расчета вероятностей P_i необходимо рассчитывать вероятности $P_{l,k}$ того, что линия реализации процесса отказов пройдет через внутренние точки плана, образованные пересечением горизонталей $k < r^*$ и вертикальных сечений, проведенных через точки пересечения границ плана с горизонталями (см. рис. 10.8). Вероятности $P_{l,k}$ рассчитывают последовательно: сначала в первом сечении, затем во втором и т. д. Формула для расчета вероятностей в l-м сечении:

$$P_{l,k}(T) = e^{-\Delta_l} \sum_{i=1}^{k} \left[q_{l,i} \frac{\Delta_l^{k-1}}{(k-1)!} \right],$$

где $q_{l,i}$ — вероятности в (l – 1)-м сечении, полученные на предыдущем шаге; $\Delta_l = \frac{t_l - t_{l-1}}{T}$ — параметр распределения Пуассона — нормированная разность суммарной учитываемой наработки в l-м и (l – 1)-м сечениях.

Средняя ожидаемая суммарная наработка изделий до принятия решения о приемке:

$$T_0^+ = \frac{\sum_{i=1}^{r^*-1} P_i t_i}{\sum_{i=1}^{r^*-1} P_i}.$$

Средняя ожидаемая суммарная наработка изделий:

$$T_0 = \sum_{i=1}^{r^*-1} (P_i t_i) + \sum_{j \in J} (Q_j \tilde{t}_{0j}),$$

где j — множество всех внутренних точек плана испытаний; Q_j — вероятность того, что линия реализации процесса отказов, выходящая из j-й внутренней точки некоторого сечения, достигнет границы браковки до следующего сечения; $\tilde{t}_{0j}$ — суммарная ожидаемая наработка изделий до принятия решения о браковке для j-й внутренней точки.

Среднюю ожидаемую суммарную наработку до принятия решения о браковке T_0^- определяют (при необходимости) из уравнения

$$T_0 = \sum_{i=0}^{r^*-1} (P_i T_0^+) + \left[1 - \sum_{i=0}^{r^*-1} (P_i T_0^-) \right].$$

10.4.5. Примеры планов испытаний

Характеристики пяти базовых планов контрольных испытаний на надежность объектов (изделий), соответствующие одному набору исходных данных ($\alpha = 0{,}1$; $\beta = 0{,}1$; $D = 1{,}5$), приведены на рис. 10.9, 10.10 и 10.11, а также в табл. 10.5, 10.6 и 10.7.

Значения наработок в таблицах и на графиках представлены в масштабе $1 : T_\alpha$. Для получения абсолютных значений наработок

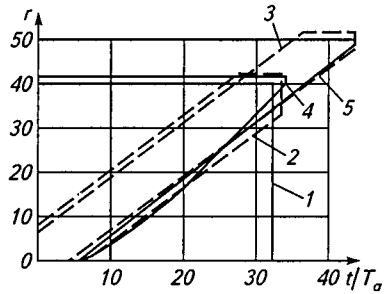


Рис. 10.9. График границ приемки и браковки:

1 — одноступенчатый план; *2, 3* — усеченные последовательные планы; *4, 5* — комбинированные планы

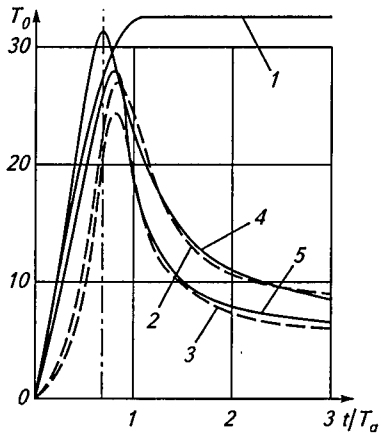


Рис. 10.10. График ожидаемой суммарной наработки T_0:

1 — одноступенчатый план; *2, 3* — усеченные последовательные планы; *4, 5* — комбинированные планы

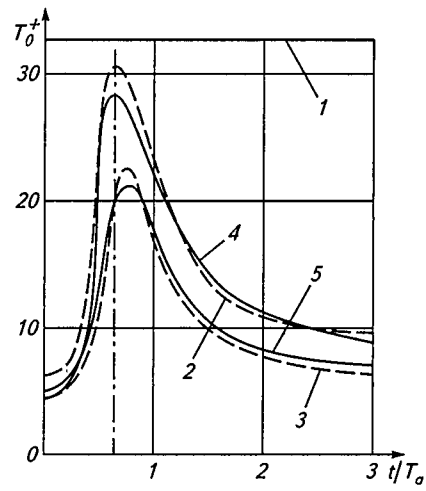


Рис. 10.11. График ожидаемой суммарной наработки до принятия решения о приемке T_0^+:

1 — одноступенчатый план; *2, 3* — усеченные последовательные планы; *4, 5* — комбинированные планы

Таблица 10.5. **Границы приемки и браковки***

Число учитываемых отказов	Учитываемая суммарная наработка									
	план 1		план 2		план 3		план 4		план 5	
	бракуют	принимают	бракуют	принимают	бракуют	принимают	бракуют	принимают	бракуют	принимают
0	—	32,168	—	6,570	—	4,504	—	5,486	—	4,826
1	—		—	7,381	—	5,315	—	6,833	—	5,612
2	—		—	8,192	—	6,126	—	7,985	—	6,399
3	—		—	9,003	—	6,937	—	9,033	—	7,186
4	—		—	9,814	—	7,748	—	10,014	—	7,972
5	—		—	10,625	—	8,557	—	10,945	—	8,759
6	—		—	11,436	—	9,370	—	11,837	—	9,546
7	—		—	12,247	0,499	10,181	—	12,697	—	10,332
8	—		—	13,058	1,310	10,992	—	13,531	—	11,119
9	—		0,760	13,869	2,121	11,803	—	14,342	—	11,905
10	—		1,571	14,680	2,932	12,614	—	15,133	—	12,692
11	—		2,382	15,491	3,743	13,425	—	15,905	—	13,479
12	—		3,193	16,302	4,554	14,235	—	16,660	—	14,265
13	—		4,004	17,112	5,365	15,046	—	17,401	—	15,052
14	—		4,814	17,923	6,176	15,857	—	18,127	—	15,839
15	—		5,625	18,734	6,986	16,668	—	18,840	—	16,625
16	—		6,436	19,545	7,797	17,479	—	19,541	—	17,412
17	—		7,247	20,356	8,608	18,290	—	20,230	—	18,199
18	—		8,058	21,167	9,419	19,101	—	20,908	—	18,985
19	—		8,869	21,978	10,230	19,912	—	21,575	—	19,772
20	—		9,680	22,789	11,041	20,723	—	22,231	—	20,559
21	—		10,491	23,600	11,852	21,534	—	22,878	—	21,345

Продолжение

Число учитываемых отказов	Учитываемая суммарная наработка									
	план 1		план 2		план 3		план 4		план 5	
	бракуют	принимают	бракуют	принимают	бракуют	принимают	бракуют	принимают	бракуют	принимают
22	—	32,168	11,302	24,411	12,663	22,345	—	23,514	—	22,132
23	—		12,113	25,222	13,474	23,156	—	24,141	—	22,918
24	—		12,924	26,033	14,285	23,967	—	24,759	—	23,705
25	—		13,735	26,844	15,096	24,778	—	25,368	—	24,492
26	—		14,546	27,655	15,907	25,588	—	25,967	—	25,278
27	—		15,357	28,466	16,718	26,399	—	26,558	—	26,065
28	—		16,167	29,276	17,529	27,210	—	27,139	—	26,852
29	—		16,978	30,087	18,339	28,021	—	27,712	—	27,638
30	—		17,789	30,898	19,150	28,832	—	28,276	—	28,425
31	—		18,600	31,709	19,961	29,643	—	28,831	—	29,212
32	—		19,411	32,520	20,772	30,454	—	29,377	—	29,998
33	—		20,222	33,000	21,583	31,265	—	29,914	—	30,785
34	—		21,033	33,000	22,394	32,076	—	30,441	—	31,572
35	—		21,844	33,000	23,205	32,887	—	30,960	—	32,358
36	—		22,655	33,000	24,016	33,698	—	31,469	—	33,145
37	—		23,466	33,000	24,827	34,509	—	31,969	—	33,931
38	—		24,277	33,000	25,638	35,320	—	32,458	—	34,718
39	—		25,088	33,000	26,449	36,131	—	32,938	—	35,505
40	Бракуют при числе учитываемых отказов 40 и более		25,899	33,000	27,260	36,942	—	33,408	—	36,291
41			Бракуют при числе учитываемых отказов 41 и более		28,071	37,752	Бракуют при числе учитываемых отказов 41 и более		—	37,078
42					28,882	38,563			—	37,865

43	29,693	39,374	—	38,651
44	30,503	40,185	—	39,438
45	31,314	40,996	—	40,225
46	32,125	41,807	—	41,011
47	32,936	42,618	—	41,798
48	33,747	43,371	—	42,585
49	34,558	43,371	—	43,371
50	35,369	43,371	Бракуют при числе учитываемых отказов 50 и более	
51	36,180	43,371		
	Бракуют при числе учитываемых отказов 52 и более			

*План 1 — одноступенчатый, планы 2 и 3 — усеченные последовательные, планы 4 и 5 — комбинированные.

Таблица 10.6. **Значения ожидаемой суммарной наработки (T_0) и ожидаемой суммарной наработки до принятия решения о приемке (T_0^+) для планов испытаний 1—5**

T/T_α	План 1		План 2		План 3		План 4		План 5	
	T_0	T_0^+	T_0	T_0^+	T_0	T_0^+	T_0	T_0^+	T_0	T_0^+
0,200	8,000	32,168	2,250	7,110	1,805	4,874	8,200	5,534	10,000	5,267
0,400	16,000		6,659	12,491	5,333	7,471	16,400	9,542	19,999	8,291
0,600	23,960		17,264	29,931	14,420	15,871	24,454	28,032	29,391	16,668
0,800	30,065		27,101	28,740	24,425	22,390	27,876	26,549	29,717	21,393
1,000	**31,918**		**24,635**	**24,249**	**19,376**	**18,402**	**23,467**	**22,676**	**20,173**	**18,088**
1,200	32,148		19,188	19,096	13,602	13,511	18,679	18,555	13,913	13,704
1,400	32,166		15,490	15,481	10,675	10,671	15,550	15,538	11,011	10,998
1,600	32,168		13,308	13,307	9,128	9,128	13,535	13,534	9,493	9,492
1,800	32,168		11,955	11,955	8,196	8,196	12,162	12,162	8,572	8,572
2,000	32,168		11,051	11,051	7,576	7,576	11,177	11,177	7,954	7,954
2,200	32,168		10,406	10,406	7,134	7,134	10,438	10,438	7,512	7,512
2,400	32,168		9,923	9,923	6,803	6,803	9,866	9,866	7,179	7,179
2,600	32,168		9,549	9,549	5,546	5,546	9,410	9,410	6,919	6,919
2,800	32,168		9,249	9,249	6,341	6,341	9,039	9,039	6,711	6,711
3,000	32,168		9,004	9,004	6,173	6,173	8,732	8,732	6,541	6,541

Таблица 10.7. **Оперативная характеристика $L(T/T_\alpha)$ планов испытаний 1—5**

T/T_α	План 1	План 2	План 3	План 4	План 5
0,200	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,400	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001
0,600	0,0228	0,0226	0,0296	0,0228	0,0290
0,800	0,4658	0,4654	0,4485	0,4643	0,4442
1,000	0,8991	0,9000	0,9000	0,9000	0,9000
1,200	0,9898	0,9899	0,9896	0,9902	0,9920
1,400	0,9992	0,9992	0,9987	0,9993	0,9996
1,600	0,9999	0,9999	0,9997	0,9999	1,0000
1,800	1,0000	1,0000	0,9999	1,0000	1,0000
2,000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
2,200	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
2,400	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
2,600	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
2,800	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
3,000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

нужно табличные значения умножить на приемочное значение средней наработки на отказ или до отказа T_α.

Величины средней ожидаемой суммарной наработки $T_0(T)$ и средней ожидаемой суммарной наработки до принятия решения о приемке $T_0^+(T)$ последовательных усеченных и комбинированных планов указаны в табл. 10.6 в строке при $T/T_\alpha = 1{,}000$.

Истинные значения рисков α' и β' для усеченных последовательных и комбинированных планов испытаний совпадают с номинальными значениями α и β, указанными в табл. 10.4, а для одноступенчатого плана они представлены ниже:

Исходные данные:
номинальные риски
α 0,10
β 0,10
D 1,5
Предельная суммарная учитываемая наработка 32,168
Предельное (браковочное) число отказов 40
Истинные риски:
α' 0,1009
β' 0,1009

Глава 11

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ НАДЕЖНОСТИ НА СТАДИИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ

11.1. Методы прогнозирования

Определение показателей надежности на стадии проектирования является наиболее интересной и важной задачей в теории надежности. Эта задача имеет огромное значение для достижения наибольшей эффективности использования оборудования. С учетом прогноза надежности возможны рациональный выбор варианта проекта и перспективное планирование ремонтного хозяйства предприятия. Прогноз надежности на стадии проектирования обходится значительно дешевле (~ в 1000 раз), чем на стадии изготовления и эксплуатации, потому что не привлекаются значительный станочный парк и дорогая рабочая сила.

Существует три группы методов прогноза надежности на стадии проектирования.

Первая группа — *теоретические вероятностно-аналитические методы, или методы математического моделирования.* Математическое моделирование — это процесс создания математической модели, т. е. описание математическими знаками и символами изучаемого сложного процесса. Неопределенные явления можно описать по-разному, т. е. составить несколько математических моделей.

Вероятностно-аналитические методы — это приложение теоретических положений теории вероятности к инженерным зада-

чам. Эти методы имеют для реальной практики значительный недостаток: некоторые из них могут быть использованы только в том случае, если имеются аналитические выражения для распределений случайных величин. Вывести и получить аналитические выражения для распределений случайных величин обычно очень сложно, поэтому на стадии проектирования, когда дается прикидочная оценка показателей надежности, эти методы не всегда годятся, хотя вычисление вероятности нахождения случайной величины в заданных пределах ее значений, обеспечивающих нормальное безотказное функционирование используемого объекта, в математическом отношении — весьма простая операция, если имеется закон распределения этой случайной величины. В последнем случае имеем:

$$P(X_{\min\,доп} \le X \le X_{\max\,доп}) = R = \int_{X_{\min\,доп}}^{X_{\max\,доп}} \varphi(X)\mathrm{d}X, \qquad (11.1)$$

где R — надежность, т. е. вероятность нахождения случайной величины X в допустимых пределах $X_{\min\,доп}$, $X_{\max\,доп}$ (минимально допустимое и максимально допустимое значения).

Значит, задача подсчета надежности сводится к нахождению теоретической непрерывной и дискретной плотности вероятности состояния одной (X) или нескольких (X_1, X_2, ..., X_n) случайных величин. Знание распределения $\varphi(X)$ — необходимое условие для расчетчика. Перечислим наиболее распространенные теоретические расчетно-аналитические методы:

1) методы, основанные на известных законах распределения для показателей надежности системы в целом;

2) методы, основанные на известных законах распределения для показателей надежности отдельных элементов системы;

3) упрощенный метод на основе принятия нормального закона распределения для показателей надежности отдельных элементов системы;

4) метод статистического моделирования, или метод Монте-Карло, на основе любых законов распределения параметров системы;

5) комбинаторно-матричный метод с любыми распределениями параметров системы.

Вторая группа — *экспериментальные и экспериментально-аналитические методы — физическое моделирование.* К этим методам относятся:

1) методы, основанные на сборе и обработке ретроспективной и текущей информации о надежности объекта;

2) методы, основанные на специальных испытаниях объекта на надежность в нормальных условиях эксплуатации и на ускоренных или форсированных испытаниях;

3) методы, основанные на испытаниях моделей объекта в нормальных условиях эксплуатации и на ускоренных испытаниях.

Третья группа — *эвристические методы, или методы эвристического моделирования* (*эвристика* — наука, занимающаяся изучением природы мыслительных процессов человека в ходе решения различных задач). Среди этих методов отметим следующие:

1) метод экспертных, или балльных, оценок. Выбирается комиссия, состоящая из опытных, высокопрофессиональных экспертов, которые путем выставления баллов оценивают рассматриваемый показатель надежности. Затем проводится математическая обработка результатов оценки (коэффициент конкордации и др.). Этот хорошо известный метод используется, например, при оценке спортивных соревнований (гимнастика, фигурное катание, бокс и др.);

2) мажоритарный метод, или метод голосования, основанный на использовании мажоритарной функции. Мажоритарная функция принимает два значения: «*да*» или «*нет*» — «1» или «0», причем значение «1» принимает тогда, когда число переменных, входящих в нее и принимающих значение «1», больше числа переменных, принимающих значение «0». В противоположном случае функция принимает значение «0».

Все перечисленные методы являются недетерминированными, основанными на статистике, субъективными. Значит, ответ является неопределенным. Но несмотря на это, эти методы позволяют сравнивать по надежности различные варианты системы, выбрать из них оптимальную систему, найти ее слабые места и выработать рекомендации по оптимизации надежности и эффективности функционирования объекта.

Если невозможно испытать систему, можно прогнозировать надежность, комбинируя испытания отдельных элементов системы с аналитическими методами прогнозирования. Прогноз надежности позволяет провести расчеты по обеспечению запасными частями, организовать техническое обслуживание и ремонт, а значит, обеспечить рациональную эксплуатацию объекта.

Чем сложнее система, тем больший эффект дают расчетные методы на всех этапах разработки и эксплуатации.

11.2. Метод статистических испытаний, или метод Монте-Карло

Из всех перечисленных выше методов математического моделирования наибольший интерес, на наш взгляд, представляет метод Монте-Карло. Этот метод является универсальным для нахождения закона распределения параметра состояния объекта, характеризующего надежность функционирования любого объекта, по известным законам распределения величин, влияющих на определяющий параметр. Рассмотрим кратко этот метод. Он нашел широкое применение во всех областях науки и техни-

ки. Свое название «Монте-Карло» метод получил от города Монте-Карло в карликовом княжестве Монако, который знаменит на весь мир своими игорными домами, рулеткой. Рулетка как датчик случайных чисел для игры явилась прототипом для создания генератора случайных чисел, необходимых для работы по этому методу.

Идея метода Монте-Карло очень проста. Покажем это на упрощенном отвлеченном примере.

Допустим, что надо определить площадь фигуры произвольного контура внутри прямоугольника *ABCD* (рис. 11.1).

Известно много способов определения площади. Можно определить приборами: планиметром, интегратором; если известно функциональное уравнение, то можно проинтегрировать его; можно разбить фигуру на квадратики и их подсчитать; можно взвесить вырезанную из бумаги фигуру и, зная массу единицы площади такой бумаги, определить площадь по массе вырезанной фигуры. А есть еще один очень интересный способ — он и лег в основу метода Монте-Карло.

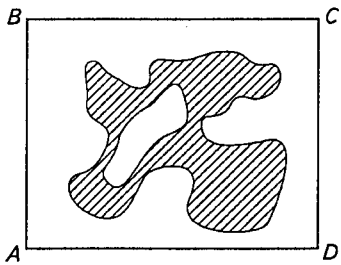


Рис. 11.1. Фигура произвольного контура (заштрихована) внутри прямоугольника *ABCD*

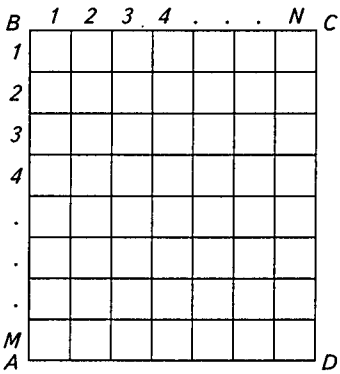


Рис. 11.2. Сетка квадратов (к объяснению метода Монте-Карло)

Представим себе, что рис. 11.1 — это мишень, и мы в нее бросаем или стреляем случайным образом, причем вероятность выстрела в любой участок прямоугольника *ABCD* (площадь *ABCD* известна) одинакова, т. е. плотность вероятности выстрела в прямоугольник имеет равномерное распределение. Тогда отношение числа выстрелов, попавших в измеряемый контур, к общему числу выстрелов, произведенных в прямоугольник *ABCD*, будет представлять не что иное, как долю площади от *ABCD*, которую занимает исследуемая фигура, т. е. доля попавших в фигуру выстрелов от всех произведенных есть доля площади фигуры от всей площади *ABCD*. Естественно, что это имеет место при большом числе выстрелов. Вот эти выстрелы и есть статистические испытания. Конечно, вовсе не надо на самом деле производить выстрелы или бросать в цель какие-либо предметы. Можно поступить следующим образом. Разобьем прямоугольник *ABCD* на квадратики (рис. 11.2).

Если пронумеровать все деления так, как это делается в известной детской игре «морской бой», то каждая клеточка получит вполне определенный адрес. Значит, вместо выстрела мы можем воспользоваться парами цифр, первая из которых обозначает порядковый номер строчки, а вторая — порядковый номер столбика, или наоборот. Но пары цифр должны быть случайными, чтобы попадания были равномерно распределены по полю *ABCD*. Таким образом, задача статистических испытаний сводится к задаче набора случайных чисел, распределенных равномерно от набора 1—1 до *M—N*. Процедура получения набора случайных, равномерно распределенных чисел известна давно, и в настоящее время в литературе по теории вероятности и надежности приводятся таблицы, которые используются при решении многообразных задач теории надежности. Однако для решения этих задач используются таблицы не только с равномерно распределенными числами, но и с такими, которые распределены по экспоненциальному, нормальному или любому другому закону.

Продолжим рассмотрение метода Монте-Карло. Предположим, что надежность функционирования аппарата определяется некоторым параметром, причем надежное функционирование этого аппарата осуществляется только в диапазоне допустимых минимального $U_{\min \text{ доп}}$ и максимального $U_{\max \text{ доп}}$ значений параметра U. Сам параметр U определяется с помощью какого-либо алгоритма, последовательного набора расчетных формул, а может, и одной формулой типа

$$U = U(C_1, C_2, ..., C_m; K_1, K_2, ..., K_n; X_1, X_2, ..., X_r). \qquad (11.2)$$

Группа параметров C_i — константы (например, π, e и др.) — математические, физические, химические и т. д.

Группа параметров K_i — величины конструктивные, проектные и т. д. — такие, которые приводятся в техническом задании, традиционно назначаются в аналогичных устройствах и объектах. Например, для ректификационной колонны — это число тарелок, коэффициент ценообразования, КПД тарелки и др.

Группа параметров X_i представляет случайные величины, например температура окружающего воздуха, атмосферное давление, прочность материала и т. д. Тогда, если в аналитическое выражение определения параметра U входят случайные числа, сам параметр U также является случайной величиной. Значит, для анализа надежности исследуемого объекта необходимо проанализировать распределения параметра U и вычислить долю, которую составляют допустимые режимы, — это и будет искомая надежность или вероятность функционирования в допустимых пределах.

Можно найти законы распределения параметров $\varphi(X_i)$. Каким образом? Для многих параметров, которыми оперирует разработчик аппарата или машины, уже известны такие распределения.

Это распределения температуры для данной местности, направления и силы ветров, температуры воды в водоемах и др. Известны также в настоящее время вероятные свойства большинства конструкционных материалов, распределения размеров проката металлов и т. д.

Многие статистические характеристики, в том числе и распределения, могут быть определены на действующих или опытных установках. В конце этой главы показано, как это делается.

Таким образом, тем или иным путем можно найти законы распределения параметров $\varphi(X_i)$ и, следовательно, получить таблицы случайных чисел, распределенных по этим законам. Таким образом, имеется r таблиц значений параметров X_i:

$$\begin{aligned} X_1 &\in \{X_{11}, X_{21}, ..., X_{S1}\}; \\ X_2 &\in \{X_{12}, X_{22}, ..., X_{S2}\}; \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ X_r &\in \{X_{1r}, X_{2r}, ..., X_{Sr}\}. \end{aligned} \tag{11.3}$$

Естественно, что в комплексе (11.3) может быть и необязательно S числовых значений, их может быть больше или меньше.

Следующий этап решения задачи Монте-Карло — это этап многократного решения формулы (11.2) путем использования данных (11.3). Таким образом, находим значение искомой характеристики U_1. Затем ту же операцию нужно проделать второй раз — получим значение U_2, и так далее для получения U_3, U_4, ..., U_N. Получаем неупорядоченный вариационный ряд

$$U_1, U_2, ..., U_N, \tag{11.4}$$

который можно обработать статистически, как это показано ниже. Для этого из ряда (11.4) находят минимальное ($U_{\min}$) и максимальное ($U_{\max}$) значения показателя U.

Размах возможной вариации ΔU:

$$\Delta U = U_{\max} - U_{\min}.$$

Интервал ΔU разбивают на Z разрядов, тогда ширина каждого разряда будет

$$\Delta h = \Delta U / Z. \tag{11.5}$$

Далее находят число значений U, принадлежащих каждому разряду:

$$N_1, N_2, ..., N_Z; \tag{11.6}$$

при этом

$$N = \sum_{1}^{Z} N_i. \tag{11.7}$$

Далее находят статистические вероятности, или относительные частоты:

$$P_i = N_i/N. \tag{11.8}$$

Контрольным является соотношение

$$\sum_{1}^{Z} P_i = 1. \tag{11.9}$$

В каждом из Z разрядов находят его среднее значение $U_{i\,\text{ср}}$, и это дает возможность представить параметр U как случайную величину, которая задана в виде таблицы для однозначного соответствия между значением случайной величины ($U_{1\,\text{ср}}$, $U_{2\,\text{ср}}$, ..., $U_{Z\,\text{ср}}$) и вероятностью (P_1, P_2, ..., P_Z):

$$U = \begin{Bmatrix} U_{1\text{ср}}, \ldots, U_{Z\,\text{ср}} \\ P_1, P_2, \ldots, P_Z \end{Bmatrix}. \tag{11.10}$$

Получилось дискретное эмпирическое распределение значений показателя U, которое для аппроксимации следует обобщить непрерывным распределением.

Аппроксимирующий закон распределения в аналитическом виде может послужить ценнейшим материалом для определения надежности аналогичных объектов.

На рис. 11.3 построено полученное распределение показателя U — плотность распределения $\varphi(U)$ и функция распределения $F(U)$.

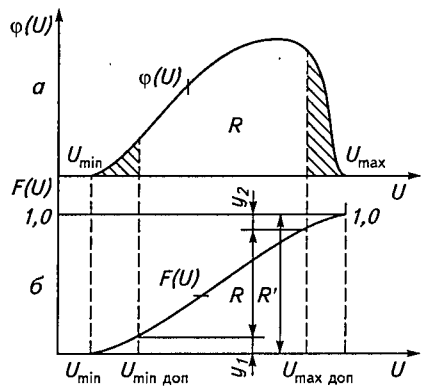


Рис. 11.3. Распределение показателя U:

а — плотность распределения $\varphi(U)$; *б* — функция распределения $F(U)$

На рис. 11.3, *а* показана область распределения между допустимыми значениями U. Это область, соответствующая надежным режимам (отмечена буквой R). Области вне R (заштрихованы) — это области ненадежных, недопустимых или даже опасных режимов функционирования. Таким образом, можно составить прогноз надежности R:

$$R = \int_{U_{\min\,доп}}^{U_{\max\,доп}} \varphi(U)\mathrm{d}U, \tag{11.11}$$

или

$$R = 1 - \int_{U_{\min}}^{U_{\min доп}} \varphi(U)\mathrm{d}U - \int_{U_{\max\,доп}}^{U_{\max}} \varphi(U)\mathrm{d}U. \tag{11.12}$$

На рис. 11.3, *б* надежность R определяется отрезком, равным

$$R = R' - y_1 - y_2, \tag{11.13}$$

где y_1 и y_2 — значения функции распределения $\varphi(U)$, соответствующие $U_{\min\,доп}$ и $U_{\max\,доп}$.

Таким образом, получен прогноз надежности функционирования исследуемого объекта, но только на начальный период эксплуатации. А надо прогнозировать надежность и на второй период эксплуатации, и на третий и т. д., т. е. необходимо получить кривую изменения надежности во времени.

Считаем, что полученное значение $R = R_1$ — это показатель надежности на период Δt_1. Требуется найти R_2, R_3 и т. д. Очевидно, что для этого всю процедуру метода Монте-Карло надо повторить, потом выполнить в третий раз и т. д. Но надо учесть, что какой-то из параметров X_i будет иметь во втором периоде другое распределение, чем в первом периоде, и т. д. Также могут изменяться конструктивные, проектные параметры, например температура по сезонам, гидравлическое сопротивление в трубах из-за отложений накипи, линейные размеры деталей под напряжением из-за ползучести; могут произойти коррозия, эрозия и др. Таким образом, необходимо методом Монте-Карло получить несколько соотношений типа (11.2); их можно записать следующим образом:

$$U(\Delta t_1) = U[C_1 C_2, \ldots, C_m; K_1(\Delta t_1), K_2(\Delta t_1), \ldots, K_n(\Delta t_1); X_1(\Delta t_1), X_2(\Delta t_1), \ldots, X_r(\Delta t_1)];$$

$$U(\Delta t_2) = U[C_1 \ldots C_m; K_1(\Delta t_2), \ldots K_n(\Delta t_2); X_1(\Delta t_2), X_2(\Delta t_2), \ldots, X_r(\Delta t_2)];$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \tag{11.14}$$

$$U(\Delta t_\omega) = U[C_1, \ldots, C_m; K_1(\Delta t_\omega), K_2(\Delta t_\omega), \ldots, K_n(\Delta t_\omega); X_1(\Delta t_\omega), X_2(\Delta t_\omega), \ldots, X_r(\Delta t_\omega)].$$

Или это можно записать так:

$$U(\Delta t_j) = U\,[C_1, \ldots, C_m;$$
$$K_1(\Delta t_j), \ldots, K_n(\Delta t_j);$$
$$X_1(\Delta t_j), \ldots, X_r(\Delta t_j)]. \quad (11.15)$$

Следовательно, «разыграв» уравнение (11.15) ω раз, получим кривую $R(t)$ — изменение надежности во времени для $\omega = 4$ (рис. 11.4).

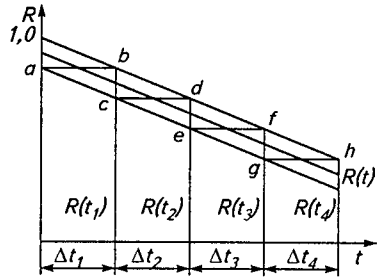


Рис. 11.4. Изменение надежности во времени

На рис. 11.4 построена ступенчатая линия изменения надежности *abcdefgh*, а также линия оптимистического прогноза *bdfh* и линия пессимистического прогноза *aceg* надежности. Можно пользоваться также линией, проведенной через середины интервалов времени Δt_j, эта линия и принимается в качестве оценки изменения надежности во времени $R(t)$.

В конце этой главы о прогнозировании надежности опишем вкратце один из методов получения информации о законе распределения какого-либо параметра, характеризующего процесс в химическом аппарате, на основе показаний соответствующих приборов, установленных на аналогичном оборудовании.

Допустим, имеется запись параметра X во времени, выполненная записывающим прибором. На рис. 11.5, *а* представлена такая

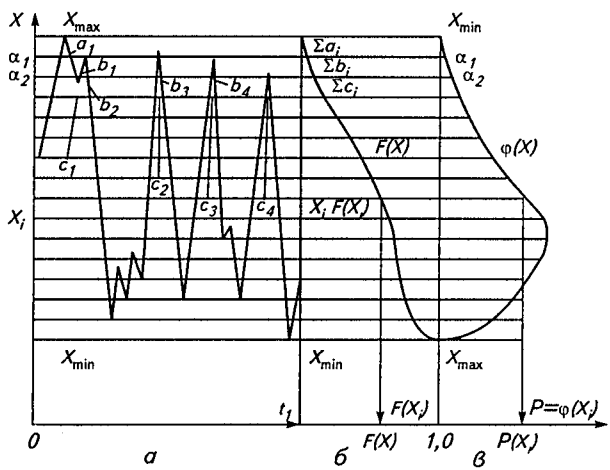


Рис. 11.5. Обработка информации об эмпирическом распределении параметра X на основе показаний прибора:

а — запись параметра X во времени; *б* — функция распределения параметра X; *в* — плотность распределения вероятности параметра X

запись, здесь легко увидеть минимальное и максимальное значения параметра X, которые имели место за период записи от момента 0 до момента t. Проведем на этом графике несколько горизонтальных сечений α_1—α_1, α_2—α_2 и т. д.

Просуммируем на каждой из линий сечения отрезки $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \ldots$; $b_1 + b_2 + b_3 + \ldots$; $c_1 + c_2 + c_3 + \ldots$ и полученные суммарные отрезки в любом масштабе обложим на рис. 11.5, *б*. Если соединить вершины этих суммарных отрезков, получим кривую — функцию распределения параметра X.

На рис. 11.5, *в* построена кривая плотности распределения вероятности параметра X. Кривая $\varphi(X)$ строится любым из методов, например методом графического дифференцирования кривой на рис. 11.5, *б*, или графически, когда на сечении α_1 откладывается $\sum a_i$, на сечении α_2 — разность сумм $\sum b_i - \sum a_i$, на сечении α_3 — разность сумм $\sum c_i - \sum b_i$.

Таким образом, можно строить кривую распределения по показаниям приборов, установленных на аналогичном оборудовании.

11.3. Комбинаторно-матричный метод

Метод Монте-Карло используется для решения многомерных задач. Однако когда рассматривается влияние на исследуемый объект всего двух или трех случайных величин, можно применить другой метод, который не требует больших вычислений и быстро приводит к определению искомой надежности. Такой метод основан на полном расчете всего возможного набора вариантов случайных величин, точнее — на расчете всех вариантов надежной работы или всех вариантов ненадежной работы. Для удобства расчета вариантов необходимо воспользоваться табличной записью, записью в виде матрицы, поэтому метод и называется комбинаторно-матричным.

Пусть состояние объекта определяется двумя независимыми величинами X и Y, причем известны их плотности распределения $\varphi(X)$ и $\varphi(Y)$.

Имеем зависимость следующего типа:

$$U = KXY, \tag{11.16}$$

где U — основной параметр, определяющий надежность объекта; X — случайная величина, изменяющаяся в пределах от $X_{\min}$ до $X_{\max}$; Y — случайная величина, изменяющаяся в пределах от $Y_{\min}$ до $Y_{\max}$; K — коэффициент.

Так как известны законы распределения случайных величин X и Y, то можно составить таблицы однозначного соответствия между числовыми значениями случайных величин и вероятностями, с которыми эти значения могут иметь место в реальной обстановке:

$$\varphi(X) = \begin{Bmatrix} X_1 X_2, \ldots, X_n \\ P(X_1), P(X_2), \ldots, P(X_n) \end{Bmatrix}; \tag{11.17}$$

		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
		$P(X_1)$	$P(X_2)$	$P(X_3)$	$P(X_4)$	$P(X_5)$	$P(X_6)$
Y_1	$P(Y_1)$						
Y_2	$P(Y_2)$						
Y_3	$P(Y_3)$			$P(X_3)\cdot P(Y_3)$	$P(X_4)\cdot P(Y_3)$	$P(X_5)\cdot P(Y_3)$	
Y_4	$P(Y_4)$			$P(X_3)\cdot P(Y_4)$	$P(X_4)\cdot P(Y_4)$	$P(X_5)\cdot P(Y_4)$	
Y_5	$P(Y_5)$			$P(X_3)\cdot P(Y_5)$	$P(X_4)\cdot P(Y_5)$	$P(X_5)\cdot P(Y_5)$	
Y_6	$P(Y_6)$						

Рис. 11.6. Комбинаторная матрица (к порядку расчета)

$$\varphi(Y)=\begin{Bmatrix} Y_1, Y_2, \ldots, Y_m \\ P(Y_1), P(Y_2), \ldots, P(Y_n) \end{Bmatrix}. \qquad (11.18)$$

Для подсчета вероятности надежных режимов работы объекта построена комбинаторная матрица, как это представлено на рис. 11.6. Здесь два входа: один — это распределение случайной величины X, т. е. величины X_i и соответствующие им вероятности, второй вход — это распределение случайной величины Y, т. е. величины Y_i и соответствующие им вероятности. На пересечении этих значений находятся ячейки, представляющие собой вероятности сложных событий, заключающихся в одновременном наступлении событий X_i и Y_i. Так как случайные величины X и Y взаимно независимы, то вероятность такого совместного события определяется перемножением вероятностей $P(X_i)$ и $P(Y_i)$. В каждом конкретном случае не надо заполнять все клетки матрицы (см. рис. 11.6). На матрице необходимо отметить область допустимых значений X и Y. Пусть, к примеру,

$$X_{\min} = X_3;\ X_{\max} = X_5;$$
$$Y_{\min} = Y_3;\ Y_{\max} = Y_5.$$

Вероятность надежного состояния изделия U, характеризуемого числовыми значениями величин X и Y, находящимися в допустимых областях значений, определяют суммированием вероятностей пребывания в каждой клетке допустимого поля:

$$P(X,Y) = \Sigma[P(X_i)\cdot P(Y_j)], \qquad (11.19)$$

где i, j соответствуют допустимому полю.

11.4. Пример решения задачи методом Монте-Карло

Рассмотрим пример решения задачи методом Монте-Карло (на примере расчета теплообменника — выпарного аппарата).

Надежность любого теплообменного аппарата определяется прежде всего величиной коэффициента теплопередачи:

$$K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \sum \frac{\delta_i}{\lambda_i}} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{\delta_{загр}}{\lambda_{загр}}},$$

где α_1 — коэффициент теплоотдачи (при конденсации и кипении) (α_1 = 6000 ÷ ÷10 000 Вт/м^2); α_2 — коэффициент теплоотдачи конвекцией (α_2 = 400 ÷ 1200 Вт/м^2); λ_i — коэффициент теплопроводности; аппарат выполнен из углеродистой и нержавеющей сталей и других материалов, поэтому λ_1 = 46,5 Вт/(м · град) — для углеродистой стали, λ_2 = 17,5 Вт/(м · град) — для нержавеющей стали, λ_3 = 93,0 Вт/(м · град) — для латуни, λ_4 = 384,0 Вт/(м · град) — для меди, λ_5 = 64,0 Вт/(м · град) — для бронзы; δ_i — толщина стенки трубы, мм; по стандарту на трубы δ_i = 2,0; 2,5; 3,0; 3,5; 4,0; 5,0; 6,0 мм; $\lambda_{загр}$ — коэффициент теплопроводности накипи (загрязнения) меняется в зависимости от обрабатываемых материалов; $\lambda_{загр}$ = 0,15 ÷ 3,0 Вт/(м · град); $\delta_{загр}$ — толщина накипи (меняется в зависимости от продолжительности работы и количества чисток за это время); $\delta_{загр}$ = 0,1 ÷ 2,0 мм.

Составляем выборки (ряды) значений $X_i(\lambda, \alpha, \delta)$ (в любом порядке, для любого значения внутри диапазона указанных выше значений):

α_1{6000, 6500, 7000, 7500, 8000, 8500, 9000, 9500, 10000};
α_2{400, 450, 500, 550, 600, 650, 700, 750, ..., 1100, 1150, 1200};
$\lambda_{загр}${0,15; 0,45; 0,75; 1,05; 1,35; 1,65; 1,95; 2,25; 2,55; 2,85; 3,0};
$\delta_{загр}${0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9; 1,1; 1,3; 1,5; 1,7; 1,9; 2,0}.

Решаем основное уравнение [$K = \varphi(\alpha, \lambda_{загр}, \delta_{загр}$], выбирая случайным образом значения X_i из таблиц (любое одно значение из каждой строчки).

Получаем ряд (n — число членов ряда):

$K_1, K_2, K_3, K_4, ..., K_n$ (не менее 20—30 чисел). В нашем случае n = 30.

Произведем статистическую обработку ряда.

Размах ряда $\Delta K = K_{max} - K_{min}$.

Возьмем Z разрядов (Z = 8 ÷ 10) при ширине ряда $\Delta h = \Delta K/Z$.

В нашем случае число разрядов вариации случайной величины Z = 8, ширина разряда Δh = 25.

Частота попадания значений K_i по разрядам $n_1, n_2, n_3, ..., n_z$ (проверка $n = \sum_1^z n_i$).

Относительная частота P_i: $P_i = n_i/n$ (проверка $\sum_1^Z P_i = 1$).

В каждом из Z разрядов найдем $K_{i\,ср}$ и составим таблицу (табл. 11.1) для соответствия между значением случайной величины ($K_{1\,ср}$,

Таблица 11.1. **Комбинаторная матрица события**

z	Значения				$K_{i\,ср}$	n	P_i	$F^*(K)$
1	$225 < K_i > 250$	$K_0 = 245{,}416$			245,4	1	0,033	0,033
2	$250 < K_i > 275$	$K_1 = 256{,}391$	$K_2 = 266{,}764$		261,6	2	0,067	0,1
3	$275 < K_i > 300$	$K_3 = 276{,}584$	$K_4 = 285{,}894$	$K_5 = 294{,}733$	285,7	3	0,1	0,2
4	$300 < K_i > 325$	$K_6 = 303{,}135$	$K_7 = 311{,}133$	$K_8 = 318{,}754$	311,0	3	0,1	0,3
5	$325 < K_i > 350$	$K_9 = 326{,}024$ $K_{12} = 345{,}96$	$K_{10} = 332{,}968$	$K_{11} = 339{,}607$	336,1	4	0,133	0,433
6	$350 < K_i > 375$	$K_{13} = 352{,}046$ $K_{16} = 368{,}857$	$K_{14} = 357{,}88$ $K_{17} = 374{,}025$	$K_{15} = 363{,}479$	363,3	5	0,167	0,6
7	$375 < K_i > 400$	$K_{18} = 378{,}996$ $K_{21} = 392{,}836$	$K_{19} = 383{,}782$ $K_{22} = 397{,}123$	$K_{20} = 388{,}392$	388,2	5	0,167	0,767
8	$400 < K_i > 425$	$K_{23} = 401{,}26$ $K_{26} = 412{,}852$ $K_{29} = 423{,}349$	$K_{24} = 405{,}256$ $K_{27} = 416{,}465$	$K_{25} = 409{,}118$ $K_{28} = 419{,}962$	421,6	7	0,233	1,0
						$\Sigma = 30$	$\Sigma = 1{,}0$	

$K_{2\,ср}, \ldots, K_{Z\,ср}$) и вероятностью ($P_1, P_2, \ldots, P_Z$) появления реальных случайных событий:

$$K = \begin{cases} K_{1ср}, K_{2ср}, \ldots, K_{Z\,ср}; \\ P_1, P_2, \ldots, P_Z. \end{cases}$$

Получили дискретное эмпирическое распределение значений показателя K в виде таблицы однозначного соответствия числового значения K и вероятности этого значения.

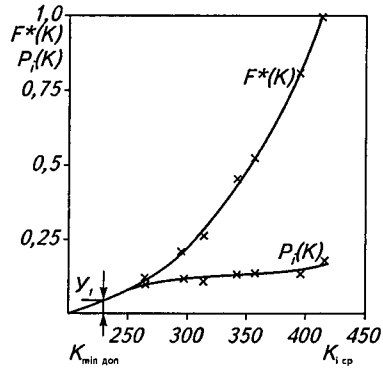


Рис. 11.7. Эмпирическая вероятность $P_i(K)$ и эмпирическая функция распределения $F^*(K)$

Для обобщения следует дискретное значение аппроксимировать непрерывным и описать его аналитически.

Построим распределение величины K — эмпирическую вероятность $P_i(K)$ и эмпирическую функцию распределения $F^*(K)$ (рис. 11.7).

Прогноз надежности:

$$R = \int_{K_{\min доп}}^{K_{\max}} \varphi(K)\mathrm{d}K; \; R = 1 - Y_1;$$

$$R = 1 - \int_{K_{\max}}^{K_{\min доп}} \varphi(K)\mathrm{d}K;$$

$$K_{\min доп} = 150 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{град)}; \; K_{\max доп} = K_{\max};$$

$$R = 1 - Y_1 = 1 - 0{,}03 = 0{,}97;$$

$$K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \sum \frac{\delta_i}{\lambda_i}} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_{загр}}{\lambda_{загр}}};$$

$$K_i = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_{1i}} + \frac{1}{\alpha_{2i}} + \frac{\delta_{загр\,i}}{\lambda_{загр\,i}} + \frac{\delta_i}{\lambda_i}}.$$

11.5. Пример решения задачи комбинаторно-матричным методом

Решение задачи выполнено на ЭВМ.

Дано эмпирическое распределение показателя U, определяемого по уравнению $U = KXY$. Коэффициент $K = 1$. Интервал: $U_{\min} = (2; 0{,}2)$, $U_{\max} = (4; 0{,}4)$.

Составим общую таблицу распределения вероятностей показателя U (рис. 11.8).

Определим надежность (вероятность безотказной работы) системы в выделенном интервале:

$$P_c = \sum_{(i,j)} P_{XY} = 0{,}2.$$

				$X_1 =$	1	$X_2 =$	2	$X_3 =$	3	$X_4 =$	4	$X_5 =$	5
				$P_{X1} =$	0,25	$P_{X2} =$	0,2	$P_{X3} =$	0,1	$P_{X4} =$	0,2	$P_{X5} =$	0,25
$Y_1 =$	0,1	$P_{Y1} =$	0,5	$U_{11} = X_1 Y_1 =$	0,1	$U_{21} = X_2 Y_1 =$	0,2	$U_{31} = X_3 Y_1 =$	0,3	$U_{41} = X_4 Y_1 =$	0,4	$U_{41} = X_5 Y_1 =$	0,5
				$P_{X1} \cdot P_{Y1} =$	0,125	$P_{X2} \cdot P_{Y1} =$	0,1	$P_{X3} \cdot P_{Y1} =$	0,05	$P_{X4} \cdot P_{Y1} =$	0,1	$P_{X5} \cdot P_{Y1} =$	0,125
$Y_2 =$	0,2	$P_{Y2} =$	0,2	$U_{12} = X_1 Y_2 =$	0,2	$U_{22} = X_2 Y_2 =$	0,4	$U_{32} = X_3 Y_2 =$	0,6	$U_{42} = X_4 Y_2 =$	0,8	$U_{52} = X_5 Y_2 =$	1
				$P_{X1} \cdot P_{Y2} =$	0,05	$P_{X2} \cdot P_{Y2} =$	0,04	$P_{X3} \cdot P_{Y2} =$	0,02	$P_{X4} \cdot P_{Y2} =$	0,04	$P_{X5} \cdot P_{Y2} =$	0,05
$Y_3 =$	0,3	$P_{Y3} =$	0,1	$U_{13} = X_1 Y_3 =$	0,3	$U_{23} = X_2 Y_3 =$	0,06	$U_{33} = X_3 Y_3 =$	0,9	$U_{43} = X_4 Y_3 =$	1,2	$U_{53} = X_5 Y_3 =$	1,5
				$P_{X1} \cdot P_{Y3} =$	0,025	$P_{X2} \cdot P_{Y3} =$	0,02	$P_{X3} \cdot P_{Y3} =$	0,01	$P_{X4} \cdot P_{Y3} =$	0,02	$P_{X5} \cdot P_{Y3} =$	0,025
$Y_4 =$	0,4	$P_{Y4} =$	0,1	$U_{14} = X_1 Y_4 =$	0,4	$U_{24} = X_2 Y_4 =$	0,8	$U_{34} = X_3 Y_4 =$	1,2	$U_{44} = X_4 Y_4 =$	1,6	$U_{54} = X_5 Y_4 =$	2
				$P_{X1} \cdot P_{Y4} =$	0,025	$P_{X2} \cdot P_{Y4} =$	0,02	$P_{X3} \cdot P_{Y4} =$	0,01	$P_{X4} \cdot P_{Y4} =$	0,02	$P_{X5} \cdot P_{Y4} =$	0,025
$Y_5 =$	0,5	$P_{Y5} =$	0,1	$U_{15} = X_1 Y_5 =$	0,5	$U_{25} = X_2 Y_5 =$	1	$U_{35} = X_3 Y_5 =$	1,5	$U_{45} = X_4 Y_5 =$	2	$U_{55} = X_5 Y_5 =$	2,5
				$P_{X1} \cdot P_{Y5} =$	0,025	$P_{X2} \cdot P_{Y5} =$	0,02	$P_{X3} \cdot P_{Y5} =$	0,01	$P_{X4} \cdot P_{Y5} =$	0,02	$P_{X5} \cdot P_{Y5} =$	0,025

Рис. 11.8. Комбинаторная матрица события U (к примеру решения задачи комбинаторно-матричным методом)

ПРИЛОЖЕНИЯ К ЧАСТИ I

П.1. Значения функции $\varphi_0(x)$

x	$\varphi_0(x)$									
	до значащих цифр	значащие цифры									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,	3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	0,	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	0,	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	0,	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3725	3712	3697
0,4	0,	3683	3668	3653	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	0,	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	0,	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	0,	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	0,	2827	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	0,	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	0,	2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	0,	2179	2155	2131	2107	2089	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	0,	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	0,	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	0,	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	0,	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	0,	1109	1096	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0,0	9405	9246	9089	8933	8780	8628	8478	8329	8183	8038
1,8	0,0	7895	7754	7614	7477	7341	7206	7074	6943	6814	6687
1,9	0,0	6562	6438	6316	6195	6077	5959	5844	5730	5618	5508
2,0	0,0	5399	5292	5186	5082	4980	4879	4780	4682	4586	4491
2,1	0,0	4398	4307	4217	4128	4041	3955	3871	3788	3706	3626
2,2	0,0	3547	3470	3394	3319	3246	3174	3103	3034	2965	2898
2,3	0,0	2833	2768	2705	2643	2586	2522	2643	2406	2349	2294
2,4	0,0	2239	2186	2134	2083	2033	1984	1936	1888	1842	1797
2,5	0,0	1753	1709	1667	1625	1585	1545	1506	1468	1431	1394
2,6	0,0	1358	1324	1289	1256	1223	1191	1160	1130	1100	1071
2,7	0,0	1042	1014	0987	0961	0935	0909	0885	0861	0837	0814
2,8	0,00	7915	7996	7483	7274	7071	6873	6679	6491	6307	6127
2,9	0,00	5952	5782	5616	5454	5296	5143	4993	4847	4705	4567
3,0	0,00	4432	4301	4173	4049	3928	3810	3695	3584	3475	3370
3,5	0,00	4432	3267	2384	1723	1232	0873	0612	0425	0292	0199
4,0	$0,0^3$	1338	0893	0589	0385	0249	0160	0101	0064	0040	0024
5,0	$0,0^5$	149	0897	0536	0317	0186	0108	0062	0035	0020	0011

Примечание. В «шапке» таблицы цифры 0, ..., — сотые доли x.

П.2. Значения функции $F_0(x)$

x	$F_0(x)$									
	до значащих цифр	значащие цифры									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,	5000	5040	5080	5120	5160	5199	5239	5279	5319	5359
0,1	0,	5398	5438	5478	5517	5557	5596	5636	5675	5714	5753
0,2	0,	5793	5832	5871	5910	5948	5987	6026	6064	6103	6141
0,3	0,	6179	6217	6255	6293	6331	6368	6406	6443	6480	6517
0,4	0,	6554	6591	6628	6664	6700	6736	6772	6808	6844	6879
0,5	0,	6915	6950	6985	7019	7054	7088	7123	7157	7190	7224
0,6	0,	7251	7291	7324	7357	7389	7422	7454	7486	7517	7549
0,7	0,	7580	7611	7642	7673	7704	7734	7764	7794	1823	7852
0,8	0,	7881	7910	7939	7967	7995	8023	5051	8078	8106	8133
0,9	0,	8159	8186	8212	8238	8264	8289	8315	8340	8365	8389
1,0	0,	8413	8438	8461	8485	8508	8531	8554	8517	8599	8621
1,1	0,	8643	8665	8686	8708	8729	8749	8770	8790	8810	8830
1,2	0,	8849	8869	8888	8907	8925	8944	8962	8980	8997	9015
1,3	0,9	0320	0490	0658	0824	0988	1149	1308	1466	1621	1774
1,4	0,9	1924	2073	2220	2364	2507	2647	2785	2922	3056	3189
1,5	0,9	3319	3448	3574	3699	3822	3943	4062	4179	4295	4408
1,6	0,9	4520	4630	4738	4845	4950	5053	5154	5254	5352	5449
1,7	0,9	5543	5637	5728	5818	5907	5994	6080	6164	6246	6327
1,8	0,9	6407	6485	6562	6637	6712	6784	6856	6826	6995	7062
1,9	0,9	7128	7193	7257	7320	7381	7441	7500	7558	7615	7670
2,0	0,9	7725	7778	7831	7882	7932	7982	8080	8077	8124	8169
2,1	0,9	8214	8257	8300	8341	8382	8422	8461	7500	8537	8574
2,2	0,9	8610	8645	8679	8713	8745	8778	8809	8840	8870	8899
2,3	0,9	8928	8956	8983	9010	9036	9061	9086	9111	9134	9158
2,4	0,99	1802	2024	2240	2451	2656	2854	3053	3244	3431	3611
2,5	0,99	3790	3963	4132	4297	4457	4614	4766	4915	5060	5201
2,6	0,99	5339	5473	5603	5731	5855	5975	6093	6207	6319	6427
2,7	0,99	6533	6636	6736	6838	6928	7020	7110	7197	7282	7365
2,8	0,99	7445	7523	7599	7673	7744	7814	7882	7948	8012	8074
2,9	0,99	8134	8193	8250	8305	8359	8411	8462	8511	8559	8605
3,0	0,99	8650	8694	8736	8777	8817	8856	8893	8930	8965	8999
3,1	$0,9^3$	0324	0646	0957	1260	1260	1836	2112	2378	2636	2886

x	$F_0(x)$										
	до значащих цифр	значащие цифры									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3,2	$0{,}9^3$	3129	3363	3590	3810	3810	4230	4429	4623	4810	4991
3,3	$0{,}9^3$	5166	5335	5499	5658	5811	5959	6103	6242	6346	6505
3,4	$0{,}9^3$	6631	6752	6869	6982	7091	7197	7299	7398	7493	7585
3,5	$0{,}9^3$	7674	7760	7842	7922	7999	8074	8146	8215	8282	8347
3,6	$0{,}9^3$	8409	8469	8527	8583	8637	8689	8739	8787	8834	8879
3,7	$0{,}9^3$	8922	8964	9004	9043	9080	9116	9150	9184	9216	9247
3,8	$0{,}9^4$	2765	3052	3327	3593	3848	4094	4331	4558	4777	4988
3,9	$0{,}9^4$	5190	5385	5573	5753	5926	6092	6252	6406	6554	6696
4,0	$0{,}9^4$	6833	6964	7090	7211	7327	7439	7546	7649	7748	7843
4,1	$0{,}9^4$	7934	8022	8106	8186	8264	8338	8409	8477	8542	8605
4,2	$0{,}9^4$	8665	8723	8778	8832	8882	8931	8978	9023	9066	9107
4,3	$0{,}9^5$	1460	1837	2198	2544	2876	3193	3497	3788	4066	4332
4,4	$0{,}9^5$	4588	4832	5065	5288	5502	5706	5902	6089	6268	6439
4,5	$0{,}9^5$	6602	6759	6908	7051	7187	7318	7442	7561	7675	7784
4,6	$0{,}9^5$	7888	7987	8081	8172	8258	8340	8419	8494	8466	8634
4,7	$0{,}9^5$	8699	8761	8821	8877	8931	8983	9032	9079	9124	9166
4,8	$0{,}9^6$	2067	2454	2822	3173	3508	3827	4131	4420	4696	4958
4,9	$0{,}9^6$	5208	5446	5673	5888	6094	6289	6475	6652	6821	6981
5,0	$0{,}9^6$	7134	7278	7416	7548	7672	7791	7904	8011	8113	8210
5,1	$0{,}9^6$	8302	8389	8412	8551	8626	8698	8765	8830	8891	8949
5,2	$0{,}9^7$	004	056	105	152	197	240	280	318	354	388
5,3	$0{,}9^7$	667	452	481	509	539	560	584	606	628	648
5,4	$0{,}9^7$	421	685	702	718	734	748	762	775	787	799
5,5	$0{,}9^7$	810	821	831	840	849	857	865	873	880	886
5,6	$0{,}9^7$	893	899	905	910	915	920	924	929	933	936
5,7	$0{,}9^8$	40	44	47	50	53	55	58	60	63	65
5,8	$0{,}9^8$	67	69	71	72	74	75	77	78	79	81
5,9	$0{,}9^8$	82	83	84	85	86	87	87	88	89	90
6,0	$0{,}9^8$	90	—	—	—	—	—	—	—	—	—

$$F_0(-x) = 1 - F_0(x)$$

Примечания: 1. В «шапке» таблицы цифры 0, ..., 9 — сотые доли x; 2. Запись $0{,}9^3$ означает 0,999, $0{,}9^4$—0,9999, ..., $0{,}9^8$—0,99999999 и т. п.

П.3. Значения функции exp(−x)

x	exp(−x)									
	до значащих цифр	значащие цифры									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,	—	9900	9802	9704	9608	9512	9418	9324	9231	9139
0,1	0,	9048	8958	8869	8781	8694	8607	8521	8437	8353	8270
0,2	0,	8187	8106	8025	7945	7866	7788	7710	7634	7558	7483
0,3	0,	7408	7334	7621	7189	7118	7047	6977	6907	6839	6771
0,4	0,	6703	6636	6570	6505	6440	6376	6313	6250	6188	6126
0,5	0,	6065	6005	5945	5886	5827	5770	5712	5655	5599	5543
0,6	0,	5488	5433	5379	5326	5273	5220	5168	5117	5066	5016
0,7	0,	4966	4916	4867	4819	4771	4724	4677	4630	4584	4538
0,8	0,	4493	4449	4404	4360	4317	4274	4232	4189	4148	4107
0,9	0,	4066	4025	3985	3945	3906	3867	3829	3791	3753	3716
1,0	0,	3679	3642	3606	3570	3534	3499	3465	3430	3396	3362
1,1	0,	3329	3296	3263	3230	3198	3166	3135	3104	3073	3042
1,2	0,	3012	2982	2952	2923	2894	2865	2836	2808	2780	2753
1,3	0,	2725	2698	2671	2645	2618	2592	2567	2541	2516	2491
1,4	0,	2466	2441	2417	2393	2369	2346	2322	2299	2276	2254
1,5	0,	2231	2209	2187	2165	2144	2122	2101	2080	2060	2039
1,6	0,	2019	1999	1979	1959	1940	1920	1901	1882	1864	1845
1,7	0,	1827	1809	1791	1773	1755	1738	1720	1703	1686	1670
1,8	0,	1653	1636	1620	1604	1588	1572	1557	1541	1526	1511
1,9	0,	1496	1481	1466	1451	1437	1423	1409	1395	1381	1367
2,0	0,	1353	1340	1327	1313	1300	1287	1275	1262	1249	1237
2,1	0,	1225	1212	1200	1188	1177	1165	1153	1142	1130	1119
2,2	0,	1108	1097	1086	1075	1065	1054	1043	1033	1023	1013
2,3	0,	1003	0993	0983	0973	0963	0954	0944	0935	0926	0916
2,4	0,0	9072	8981	8892	8804	8716	8629	8544	8458	8374	8291
2,5	0,0	8208	8127	8046	7966	7887	7808	7730	7654	7577	7502
2,6	0,0	7427	7354	7280	7208	7136	7065	6995	6925	6856	6788
2,7	0,0	6721	6654	6587	6522	6457	6393	6329	6266	6204	6142
2,8	0,0	6081	6020	5961	5901	5843	5784	5727	5670	5614	5558
2,9	0,0	5502	5448	5393	5340	5287	5234	5182	5130	5079	5029
3,0	0,0	4979	4929	4880	4832	4784	4736	4689	4642	4596	4550

Примечание. В «шапке» таблицы цифры 0, ..., 9 — сотые доли x.

П.4. Значения χ^2 в зависимости от P и R

R \ P	0,99	0,98	0,95	0,90	0,80	0,70	0,50	0,30	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,001
1	0,000	0,001	0,004	0,016	0,064	0,148	0,455	1,074	1,642	2,71	3,84	5,41	6,64	10,83
2	0,020	0,040	0,102	0,211	0,446	0,713	1,386	2,41	3,22	4,60	5,99	7,82	9,21	13,83
3	0,115	0,185	0,352	0,584	1,005	1,424	2,37	3,66	4,64	6,25	7,82	9,84	11,34	16,27
4	0,297	0,429	0,711	1,064	1,649	2,20	3,36	4,88	5,99	7,78	9,49	11,67	13,28	18,46
5	0,554	0,752	1,145	1,610	2,34	3,00	4,35	6,06	7,29	9,24	11,07	13,39	15,09	20,50
6	0,872	1,134	1,635	2,20	3,07	3,83	5,35	7,23	8,56	10,64	12,59	15,03	16,81	22,50
7	1,239	1,564	2,17	2,83	3,82	4,67	6,35	8,38	9,80	12,02	14,07	16,62	18,48	24,30
8	1,646	2,03	2,73	3,49	4,59	5,53	7,34	9,52	11,03	13,36	15,51	18,17	20,10	26,10
9	2,09	2,53	3,32	4,17	5,38	6,39	8,34	10,66	12,24	14,68	16,92	19,68	21,70	27,90
10	2,56	3,00	3,94	4,86	6,18	7,27	9,34	11,78	13,44	15,99	18,31	21,20	23,20	29,60
11	3,06	3,61	4,58	5,58	6,99	8,15	10,34	12,90	14,63	17,28	19,68	22,60	24,70	31,30
12	3,57	4,18	5,23	6,13	7,81	9,02	11,34	14,01	15,81	18,55	21,00	24,10	26,20	32,90

П.5. Значения критерия Колмогорова

λ^*	$P(\lambda^*)$	λ^*	$P(\lambda^*)$	λ^*	$P(\lambda^*)$
0,0	1,000	0,7	0,711	1,4	0,040
0,1	1,000	0,8	0,544	1,5	0,022
0,2	1,000	0,9	0,393	1,6	0,012
0,3	1,000	1,0	0,270	1,7	0,006
0,4	0,997	1,1	0,178	1,8	0,003
0,5	0,964	1,2	0,112	1,9	0,002
0,6	0,864	1,3	0,068	2,0	0,001

П.6. Значения критерия Краскела—Уоллиса для малых выборок

N	n_1	n_2	n_3	H	P
6	2	2	2	4,571	0,067
	3	2	1	4,286	0,100
7	3	2	2	4,714	0,048
				4,464	0,105
7	3	3	1	5,143	0,043
				4,571	0,100
7	4	2	1	4,821	0,057
				4,018	0,114
8	3	3	2	6,250	0,011
				5,139	0,061
				4,556	0,100
8	4	2	2	6,000	0,014
				5,125	0,052
				4,458	0,100
8	4	3	1	5,208	0,050
				4,056	0,093
8	5	2	1	5,000	0,048
				4,200	0,095
9	3	3	3	6,489	0,011
				5,600	0,050
				4,622	0,100
9	4	3	2	6,444	0,008
				5,400	0,051
				4,444	0,102
11	5	3	3	7,079	0,009
				5,649	0,049
				4,533	0,097
11	5	4	2	7,118	0,010
				5,268	0,050
				4,518	0,101
11	5	5	1	7,309	0,009
				5,127	0,046
				4,036	0,105
12	4	4	4	7,654	0,008
				5,692	0,049
				4,500	0,104
12	5	4	3	7,445	0,010
				5,631	0,050
				4,549	0,099
9	4	4	1	6,667	0,010
				4,967	0,048
				4,067	0,102
9	5	2	2	6,553	0,008
				5,040	0,056
				4,293	0,122
9	5	3	1	6,400	0,012
				4,960	0,048
				4,018	0,095
10	4	4	2	6,873	0,011
				5,236	0,052
				4,445	0,103
10	4	3	3	6,746	0,010
				5,727	0,050
				4,700	0,101
10	5	3	2	6,822	0,010
				5,251	0,049
				4,495	0,101
10	5	4	1	6,955	0,008
				4,986	0,044
				3,987	0,098
11	4	4	3	7,144	0,010
				5,576	0,051
				4,477	0,102
12	5	5	2	7,269	0,010
				5,246	0,051
				4,508	0,100
13	5	4	4	7,760	0,010
				5,618	0,050
				4,619	0,100
13	5	5	3	7,543	0,009
				5,626	0,051
				4,545	0,100
14	5	5	4	7,791	0,010
				5,643	0,050
				4,520	0,101
15	5	5	5	7,980	0,010
				5,780	0,049
				4,560	0,100

П.7. Значения критерия Фишера

ν_2	P	ν_1														
		1	2	3	4	6	8	10	12	15	30	50	100	120	200	500
1	0,05	$0,0^262$	0,054	0,099	0,130	0,167	0,188	0,201	0,211	0,220	0,240	0,248	0,254	0,255	0,257	0,259
	0,1	0,020	0,117	0,181	0,220	0,265	0,280	0,304	0,315	0,325	0,347	0,356	0,362	0,364	0,366	0,368
	0,25	0,172	0,389	0,494	0,553	0,617	0,650	0,670	0,684	0,698	0,727	0,738	0,747	0,749	0,752	0,754
	0,5	1,00	1,50	1,71	1,82	1,94	2,00	2,04	2,07	2,09	2,15	2,17	2,18	2,18	2,19	2,19
	0,75	5,83	7,50	8,20	8,58	8,98	9,10	9,32	9,41	9,49	9,67	9,74	9,78	9,80	9,82	9,84
	0,9	39,9	49,5	53,6	55,8	58,2	59,4	60,2	60,7	61,2	62,3	62,7	63,0	63,1	63,2	63,3
	0,95	161	200	216	225	234	239	242	244	246	250	252	253	253	254	254
2	0,05	$0,0^250$	0,053	0,105	0,144	0,194	0,224	0,244	0,257	0,272	0,302	0,314	0,324	0,326	0,329	0,332
	0,1	0,020	0,111	0,183	0,231	0,289	0,321	0,342	0,356	0,371	0,402	0,415	0,424	0,426	0,429	0,438
	0,25	0,133	0,333	0,439	0,500	0,568	0,604	0,626	0,641	0,657	0,689	0,702	0,711	0,713	0,716	0,719
	0,5	0,667	1,00	1,13	1,21	1,28	1,32	1,34	1,36	1,38	1,41	1,42	1,43	1,43	1,44	1,44
	0,75	2,57	3,00	3,15	3,23	3,31	3,35	3,38	3,39	3,41	3,44	3,45	3,47	3,47	3,48	3,48
	0,9	8,53	9,00	9,16	9,24	9,33	9,37	9,39	9,41	9,42	9,46	9,47	9,48	9,48	9,49	9,49
	0,95	18,5	19,0	19,2	19,2	19,3	19,4	19,4	19,4	19,4	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5
3	0,05	$0,0^246$	0,052	0,108	0,152	0,210	0,246	0,270	0,287	0,304	0,342	0,358	0,370	0,373	0,377	0,382
	0,1	0,019	0,109	0,185	0,239	0,304	0,342	0,367	0,384	0,402	0,439	0,455	0,467	0,469	0,474	0,476
	0,25	0,122	0,317	0,424	0,489	0,561	0,600	0,624	0,641	0,658	0,693	0,708	0,719	0,721	0,724	0,728
	0,5	0,585	0,881	1,00	1,06	1,13	1,16	1,18	1,20	1,21	1,24	1,25	1,26	1,26	1,26	1,27
	0,75	2,02	2,28	2,36	2,39	2,42	2,44	2,44	2,45	2,46	2,47	2,47	2,47	2,47	2,47	2,47
	0,9	5,54	5,46	5,39	5,34	5,28	5,25	5,23	5,22	5,20	5,17	5,15	5,14	5,14	5,14	5,14
	0,95	10,1	9,55	9,28	9,12	8,94	8,85	8,79	8,74	8,70	8,62	8,58	8,55	8,55	8,54	8,53
4	0,05	$0,0^244$	0,052	0,110	0,157	0,221	0,261	0,288	0,307	0,327	0,372	0,391	0,407	0,409	0,413	0,418
	0,1	0,018	0,108	0,187	0,243	0,314	0,356	0,384	0,403	0,424	0,467	0,485	0,500	0,502	0,508	0,510

Продолжение

ν_2	P	ν_1														
		1	2	3	4	6	8	10	12	15	30	50	100	120	200	500
	0,25	0,117	0,309	0,418	0,484	0,568	0,601	0,627	0,645	0,664	0,702	0,718	0,731	0,733	0,737	0,740
	0,5	0,549	0,828	0,941	1,00	1,06	1,09	1,11	1,13	1,14	1,16	1,18	1,18	1,18	1,19	1,19
	0,75	1,81	2,00	2,05	2,05	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08
	0,9	4,54	4,32	4,19	4,11	4,01	3,95	3,92	3,90	3,87	3,82	3,80	3,78	3,78	3,77	3,76
	0,95	7,71	6,94	6,59	6,39	6,16	6,04	5,96	5,91	5,86	5,75	5,70	5,66	5,65	5,65	5,64
6	0,05	$0,0^243$	0,052	0,112	0,182	0,233	0,279	0,311	0,334	0,358	0,413	0,437	0,457	0,460	0,467	0,472
	0,1	0,017	0,107	0,189	0,249	0,327	0,375	0,406	0,429	0,453	0,505	0,526	0,546	0,548	0,556	0,559
	0,25	0,111	0,302	0,413	0,481	0,561	0,606	0,635	0,654	0,675	0,718	0,736	0,751	0,753	0,758	0,762
	0,5	0,515	0,780	0,886	0,942	1,00	1,04	1,05	1,06	1,07	1,10	1,11	1,11	1,12	1,12	1,12
	0,75	1,62	1,76	1,78	1,79	1,78	1,78	1,77	1,77	1,76	1,75	1,74	1,74	1,74	1,74	1,74
	0,9	3,78	3,46	3,29	3,18	3,05	2,98	2,94	2,90	2,87	2,80	2,77	2,75	2,74	2,73	2,73
	0,95	5,99	5,14	4,76	4,53	4,28	4,15	4,05	4,00	3,91	3,81	3,75	3,71	3,70	3,69	3,68
8	0,05	$0,0^242$	0,052	0,113	0,166	0,241	0,291	0,326	0,351	0,379	0,441	0,469	0,493	0,496	0,505	0,510
	0,1	0,017	0,107	0,190	0,253	0,335	0,386	0,421	0,445	0,472	0,531	0,556	0,578	0,581	0,588	0,595
	0,25	0,109	0,298	0,411	0,481	0,563	0,610	0,640	0,661	0,684	0,730	0,751	0,767	0,769	0,775	0,780
	0,5	0,499	0,757	0,860	0,915	0,971	1,00	1,02	1,03	1,04	1,07	1,07	1,08	1,08	1,09	1,09
	0,75	1,54	1,66	1,67	1,66	1,65	1,64	1,63	1,62	1,62	1,60	1,59	1,58	1,58	1,58	1,58
	0,9	3,46	3,11	2,92	2,81	2,67	2,59	2,54	2,50	2,46	2,38	2,35	2,32	2,32	2,31	2,30
	0,95	5,32	4,46	4,07	3,84	3,58	3,44	3,35	3,28	3,22	3,08	3,02	2,97	2,97	2,95	2,94
10	0,05	$0,0^241$	0,052	0,114	0,168	0,246	0,299	0,336	0,363	0,393	0,462	0,493	0,518	0,523	0,532	0,541
	0,1	0,017	0,106	0,191	0,255	0,340	0,394	0,430	0,457	0,486	0,549	0,578	0,602	0,605	0,614	0,621
	0,25	0,107	0,296	0,409	0,480	0,563	0,613	0,645	0,667	0,691	0,740	0,762	0,779	0,782	0,788	0,793
	0,5	0,490	0,743	0,845	0,899	0,954	0,983	1,00	1,01	1,02	1,05	1,06	1,06	1,06	1,07	1,07

	0,75	1,49	1,60	1,60	1,59	1,58	1,56	1,55	1,54	1,53	1,51	1,50	1,49	1,49	1,49	1,48
	0,9	3,28	2,92	2,73	2,61	2,46	2,38	2,32	2,28	2,24	2,16	2,12	2,09	2,08	2,07	2,06
	0,95	4,96	4,10	3,71	3,48	3,22	3,07	2,98	2,91	2,85	2,70	2,64	2,59	2,58	2,56	2,55
	0,05	0,0241	0,052	0,114	0,169	0,250	0,305	0,343	0,372	0,401	0,478	0,518	0,541	0,545	0,556	0,565
12	0,1	0,016	0,106	0,192	0,257	0,344	0,400	0,438	0,466	0,496	0,564	0,595	0,621	0,625	0,633	0,641
	0,25	0,106	0,295	0,408	0,480	0,566	0,616	0,649	0,671	0,695	0,748	0,771	0,789	0,792	0,799	0,804
	0,5	0,484	0,735	0,835	0,888	0,943	0,972	0,989	1,00	1,01	1,03	1,04	1,05	1,05	1,05	1,06
	0,75	1,46	1,56	1,56	1,55	1,53	1,51	1,50	1,49	1,48	1,45	1,44	1,43	1,43	1,43	1,42
	0,9	3,18	2,81	2,61	2,48	2,33	2,21	2,19	2,15	2,11	2,01	1,97	1,94	1,93	1,92	1,91
	0,95	4,75	3,89	3,49	3,26	3,00	2,85	2,75	2,69	2,62	2,47	2,40	2,35	2,34	2,32	2,31
	0,05	0,0241	0,051	0,115	0,170	0,254	0,311	0,351	0,382	0,416	0,496	0,535	0,565	0,571	0,581	0,592
15	0,1	0,016	0,106	0,192	0,258	0,348	0,406	0,446	0,475	0,507	0,581	0,614	0,641	0,647	0,658	0,667
	0,25	0,105	0,293	0,407	0,480	0,568	0,618	0,652	0,678	0,701	0,757	0,782	0,802	0,805	0,812	0,813
	0,5	0,478	0,726	0,826	0,878	0,933	0,960	0,977	0,989	1,00	1,02	1,03	1,04	1,04	1,04	1,04
	0,75	1,43	1,52	1,52	1,51	1,48	1,46	1,45	1,44	1,43	1,40	1,39	1,38	1,37	1,37	1,36
	0,9	3,07	2,70	2,49	2,36	2,21	2,12	2,06	2,02	1,97	1,87	1,83	1,79	1,79	1,77	1,76
	0,95	4,54	3,68	3,29	3,06	2,79	2,64	2,54	2,48	2,40	2,25	2,18	2,12	2,11	2,10	2,08
	0,05	0,0240	0,051	0,116	0,174	0,263	0,325	0,370	0,406	0,445	0,543	0,592	0,637	0,644	0,658	0,676
30	0,1	0,016	0,106	0,193	0,262	0,357	0,420	0,464	0,497	0,534	0,623	0,667	0,704	0,710	0,725	0,735
	0,25	0,103	0,290	0,405	0,480	0,571	0,625	0,661	0,688	0,716	0,780	0,810	0,835	0,839	0,848	0,856
	0,5	0,466	0,709	0,807	0,858	0,912	0,939	0,955	0,966	0,978	1,00	1,01	1,02	1,02	1,02	1,02
	0,75	1,38	1,45	1,44	1,42	1,39	1,37	1,35	1,34	1,32	1,28	1,26	1,25	1,24	1,24	1,23
	0,9	2,88	2,49	2,28	2,14	1,98	1,88	1,82	1,77	1,72	1,61	1,55	1,51	1,50	1,48	1,47
	0,95	4,17	3,32	2,92	2,69	2,42	2,27	2,16	2,09	2,01	1,84	1,76	1,70	1,68	1,66	1,64
	0,05	0,0240	0,051	0,116	0,175	0,265	0,329	0,376	0,412	0,454	0,558	0,613	0,658	0,669	0,685	0,704
40	0,1	0,016	0,106	0,194	0,263	0,360	0,424	0,469	0,504	0,542	0,636	0,683	0,724	0,731	0,747	0,762

Продолжение

ν_2	P	ν_1														
		1	2	3	4	6	8	10	12	15	30	50	100	120	200	500
	0,25	0,103	0,290	0,405	0,480	0,572	0,627	0,664	0,691	0,720	0,787	0,819	0,846	0,851	0,861	0,870
	0,5	0,463	0,705	0,802	0,854	0,907	0,934	0,950	0,961	0,972	0,994	1,00	1,01	1,01	1,01	1,02
	0,75	1,36	1,44	1,42	1,40	1,37	1,35	1,33	1,31	1,30	1,25	1,23	1,21	1,21	1,20	1,19
	0,9	2,84	2,44	2,23	2,09	1,93	1,83	1,76	1,71	1,66	1,54	1,48	1,43	1,42	1,41	1,39
	0,95	4,00	3,15	2,76	2,53	2,25	2,10	1,99	1,92	1,84	1,65	1,56	1,48	1,47	1,44	1,41
60	0,05	$0,0^240$	0,051	0,116	0,176	0,267	0,333	0,382	0,419	0,463	0,575	0,633	0,690	0,700	0,719	0,746
	0,1	0,016	0,106	0,194	0,264	0,362	0,428	0,475	0,510	0,550	0,650	0,703	0,750	0,758	0,776	0,793
	0,25	0,102	0,289	0,405	0,480	0,573	0,629	0,667	0,695	0,725	0,795	0,830	0,860	0,865	0,877	0,888
	0,5	0,461	0,701	0,798	0,849	0,901	0,928	0,945	0,956	0,967	0,989	0,998	1,00	1,01	1,01	1,01
	0,75	1,35	1,42	1,41	1,38	1,35	1,32	1,30	1,29	1,27	1,22	1,20	1,17	1,17	1,16	1,15
	0,9	2,79	2,39	2,18	2,04	1,87	1,77	1,71	1,66	1,60	1,48	1,41	1,36	1,35	1,33	1,31
	0,95	4,00	3,15	2,76	2,53	2,25	2,10	1,99	1,92	1,84	1,65	1,56	1,48	1,47	1,44	1,41
120	0,05	$0,0^239$	0,051	0,117	0,177	0,270	0,337	0,388	0,427	0,473	0,594	0,661	0,727	0,740	0,767	0,785
	0,1	0,016	0,105	0,194	0,265	0,365	0,432	0,480	0,518	0,560	0,667	0,726	0,781	0,791	0,815	0,838
	0,25	0,102	0,288	0,405	0,481	0,574	0,631	0,670	0,699	0,730	0,805	0,843	0,877	0,884	0,897	0,911
	0,5	0,458	0,697	0,793	0,844	0,896	0,923	0,939	0,950	0,961	0,983	0,992	1,00	1,00	1,00	1,01
	0,75	1,34	1,40	1,39	1,37	1,33	1,30	1,28	1,25	1,24	1,19	1,17	1,14	1,13	1,12	1,11

0,9	2,75	2,35	2,13	1,99	1,82	1,72	1,65	1,60	1,55	1,41	1,34	1,27	1,26	1,24	1,21
0,95	3,92	3,07	2,68	2,45	2,18	2,02	1,91	1,83	1,75	1,55	1,45	1,37	1,35	1,32	1,28

Примечания. 1. Критерий Фишера — $F(\nu_1, \nu_2)$, где числа степеней свободы $\nu_1 = k - 1$, $\nu_2 = N - k$ [см. уравнение (5.13)]; P — вероятность F-распределения.

2. Запись $0,0^262$, например, означает 0,0062.

3. Для уровня значимости $\alpha < 0,5$ значения таблицы обратны значениям, соответствующим $1 - \alpha$ (с перестановкой ν_1 и ν_2). Отсутствующие в таблице величины можно получить интерполяцией. В случае объема выборки $n > 30$ хорошим приближением для процентилей F_α служит формула $\lg F_\alpha(\nu_1, \nu_2) \approx a(h - b)^{-1/2} - cg$, где $h = 2\nu_1\nu_2/(\nu_1, \nu_2)$, $g = (\nu_2 - \nu_1)/(\nu_1, \nu_2)$, а параметры a, b, c в зависимости от α задаются таблицей:

Параметр	Значения параметров a, b, c в зависимости от α					
	$\alpha = 0,50$	$\alpha = 0,75$	$\alpha = 0,90$	$\alpha = 0,95$	$\alpha = 0,975$	$\alpha = 0,99$
a	0	0,5859	1,1131	1,4287	1,7023	2,0206
b	—	0,58	0,77	0,95	1,14	1,40
c	0,290	0,355	0,527	0,681	0,846	1,073

П.8. Значения критерия Фридмана для малых выборок

$k = 3$							
$n = 2$		$n = 3$		$n = 4$		$n = 5$	
S	P	S	P	S	P	S	P
0	1,000	0,000	1,000	0,0	1,000	0,0	1,000
1	0,833	0,667	0,944	0,5	0,931	0,4	0,954
3	0,500	2,000	0,528	1,5	0,653	1,2	0,691
4	0,167	2,667	0,361	2,0	0,431	1,6	0,522
		4,667	0,194	3,5	0,273	2,8	0,367
		6,000	0,028	4,5	0,125	3,6	0,182
				6,0	0,069	4,8	0,124
				6,5	0,042	5,2	0,093
				8,0	0,0046	6,4	0,039
						7,6	0,024
						8,4	0,0085
						10,0	0,00077

$n = 6$		$n = 7$		$n = 8$		$n = 9$	
S	P	S	P	S	P	S	P
0,00	1,000	0,000	1,000	0,00	1,000	0,000	1,000
0,33	0,956	0,286	0,964	0,25	0,967	0,222	0,971
1,00	0,740	0,857	0,768	0,75	0,794	0,667	0,814
1,33	0,570	1,143	0,620	1,00	0,654	0,889	0,865
2,33	0,430	2,000	0,486	1,75	0,531	1,556	0,569
3,00	0,252	2,571	0,305	2,25	0,355	2,000	0,398
4,00	0,184	3,429	0,237	3,00	0,285	2,667	0,328
4,33	0,142	3,714	0,192	3,25	0,236	2,889	0,278
5,33	0,072	4,571	0,112	4,00	0,149	3,556	0,187
6,33	0,052	5,429	0,085	4,75	0,120	4,222	0,154
7,00	0,029	6,000	0,052	5,25	0,079	4,667	0,107
8,33	0,012	7,143	0,027	6,25	0,047	5,556	0,069
9,00	0,0081	7,714	0,021	6,75	0,038	6,000	0,057
9,33	0,0055	8,000	0,016	7,00	0,030	6,222	0,048
10,33	0,0017	8,857	0,0084	7,75	0,018	6,889	0,031
12,00	0,00013	10,286	0,0036	9,00	0,0099	8,000	0,019
		10,571	0,0027	9,25	0,0080	8,222	0,016
		11,143	0,0012	9,75	0,0048	8,667	0,010
		12,286	0,00032	10,75	0,0024	9,556	0,0060

$n = 6$		$n = 7$		$n = 8$		$n = 9$	
S	P	S	P	S	P	S	P
		14,000	0,000021	12,00	0,0011	10,667	0,0035
				12,25	0,00086	10,889	0,0029
				13,00	0,00026	11,556	0,0013
				14,25	0,000061	12,667	0,00066
				16,00	0,0000036	13,556	0,00035
						14,000	0,0002
						14,222	0,000097
						14,889	0,000054
						16,222	0,000011
						18,000	0,0000006

$k = 4$

$n = 2$		$n = 3$		$n = 4$			
S	P	S	P	S	P	S	P
0,0	1,000	0,2	1,000	0,0	1,000	5,7	0,141
0,6	0,958	0,6	0,958	0,3	0,992	6,0	0,105
1,2	0,834	1,0	0,910	0,6	0,928	6,3	0,094
1,8	0,792	1,8	0,727	0,9	0,900	6,6	0,077
2,4	0,625	2,2	0,608	1,2	0,800	6,9	0,068
3,0	0,542	2,6	0,524	1,5	0,754	7,2	0,054
3,6	0,458	3,4	0,446	1,8	0,677	7,5	0,052
4,2	0,375	3,8	0,342	2,1	0,649	7,8	0,036
4,8	0,208	4,2	0,300	2,4	0,524	8,1	0,033
5,4	0,167	5,0	0,207	2,7	0,508	8,4	0,019
6,0	0,042	5,4	0,175	3,0	0,432	8,7	0,014
		5,8	0,148	3,3	0,389	9,3	0,012
		6,6	0,075	3,6	0,355	9,6	0,0069
		7,0	0,054	3,9	0,324	9,9	0,0062
		7,4	0,033	4,5	0,242	10,2	0,0027
		8,2	0,017	4,8	0,200	10,8	0,0016
		9,0	0,0017	5,1	0,190	11,1	0,00094
				5,4	0,158	12,0	0,000072

П.9. Значения критерия Стьюдента

Число степеней свободы	$t_{0,20}$	$t_{0,40}$	$t_{0,60}$	$t_{0,80}$	$t_{0,90}$	$t_{0,95}$	$t_{0,98}$	$t_{0,99}$
1	0,325	0,727	1,376	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657
2	0,289	0,617	1,061	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925
3	0,277	0,584	0,978	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841
4	0,271	0,569	0,941	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604
5	0,267	0,559	0,920	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032
6	0,265	0,553	0,906	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707
7	0,263	0,549	0,896	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499
8	0,262	0,546	0,889	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355
9	0,261	0,543	0,883	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250
10	0,260	0,542	0,879	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169
11	0,260	0,540	0,876	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106
12	0,259	0,539	0,873	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055
13	0,259	0,538	0,870	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012
14	0,258	0,537	0,868	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977
15	0,258	0,536	0,866	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947
16	0,258	0,535	0,865	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921
17	0,257	0,534	0,863	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898
18	0,257	0,534	0,862	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878
19	0,257	0,533	0,861	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861
20	0,257	0,533	0,860	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845
21	0,257	0,532	0,859	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831
22	0,256	0,532	0,858	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819
23	0,256	0,532	0,858	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807
24	0,256	0,531	0,857	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797
25	0,256	0,531	0,856	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787
26	0,256	0,531	0,856	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779
27	0,256	0,531	0,855	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771
28	0,256	0,530	0,855	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763
29	0,256	0,530	0,854	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756
30	0,256	0,530	0,854	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750
40	0,255	0,529	0,851	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704
60	0,254	0,527	0,848	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660
120	0,254	0,526	0,845	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617
∞	0,253	0,524	0,842	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576

П.10. Значения коэффициента корреляции Спирмена для малых выборок

$n = 4$		$n = 5$		$n = 6$		$n = 7$		$n = 8$		$n = 9$		$n = 10$	
s	Q_p	s	Q_p	s	Q_p	s	Q_p	s	Q_p	s	Q_p	s	Q_p
12	0,458	22	0,475	50	0,210	74	0,249	108	0,250	156	0,218	208	0,235
14	0,375	24	0,392	52	0,178	78	0,198	114	0,195	164	0,168	218	0,184
16	0,208	26	0,342	54	0,149	82	0,151	120	0,150	172	0,125	228	0,139
18	0,167	28	0,258	56	0,121	86	0,118	126	0,108	180	0,089	238	0,102
20	0,042	30	0,225	58	0,088	90	0,083	132	0,076	188	0,060	248	0,072
		32	0,175	60	0,068	94	0,055	138	0,048	196	0,038	258	0,048
		34	0,117	62	0,051	98	0,033	144	0,029	204	0,022	268	0,030
		36	0,067	64	0,029	102	0,017	150	0,014	212	0,011	278	0,017
		38	0,042	66	0,017	106	0,0062	156	0,0054	220	0,0041	288	0,0087
		40	0,0083	68	0,0083	110	0,0014	162	0,0011	228	0,0010	298	0,0036
				70	0,0014							308	0,0011
20		40		70		112		168		240		330	

Примечание. В таблице даны вероятности $P\{S_p \geq s\} = Q_p(s, n)$, где $S_p = \frac{n^3 - n}{6}(1 - \rho)$. В последней строке указаны значения $(n^3 - n)/3$.

П.11. Значения коэффициента корреляции Кендэлла для малых выборок

s	n				s	n		
	4	5	8	9		6	7	10
0	0,625	0,592	0,548	0,540	1	0,500	0,500	0,500
2	0,375	0,408	0,452	0,460	3	0,360	0,386	0,431
4	0,167	0,242	0,360	0,381	5	0,235	0,281	0,364
6	0,042	0,117	0,274	0,306	7	0,136	0,191	0,300
8		0,042	0,199	0,238	9	0,068	0,119	0,242
10		0,0083	0,138	0,179	11	0,028	0,068	0,190
12			0,089	0,130	13	0,0083	0,035	0,146
14			0,054	0,090	15	0,0014	0,015	0,108
16			0,031	0,060	17		0,0054	0,078
18			0,016	0,038	19		0,0014	0,054
20			0,0071	0,022	21		0,0002	0,036
22			0,0028	0,012	23			0,023
24			0,0009	0,0063	25			0,014
26			0,0002	0,0029	27			0,0083
28				0,0012	29			0,0046
30				0,0004	31			0,0023
					33			0,0011
					35			0,0005

Примечание. В таблице даны вероятности $P\{S_\tau \geq s\} = Q_\tau(s, n)$, где $S_\tau = \frac{n^2 - n}{2}\tau$.

П.12. Параметр потока отказов (ω) отдельных типов оборудования химических производств

	ω, $ч^{-1}$
Емкости, хранилища компонентов	$-(0{,}1 \div 1{,}0) \cdot 10^{-5}$
Насосы с электроприводом:	
центробежные	$-(25 \div 40) \cdot 10^{-5}$
погружные	$-(10 \div 15) \cdot 10^{-5}$
Реакторы с мешалкой	$-(5 \div 15) \cdot 10^{-5}$
Транспортер ленточный	$-(1 \div 6) \cdot 10^{-5}$
Теплообменник трубчатый	$-(3 \div 5) \cdot 10^{-5}$
Дробилки, грохоты, классификаторы	$-(2 \div 8) \cdot 10^{-4}$
Выпарные аппараты	$-(2 \div 6) \cdot 10^{-5}$
Абсорберы	$-(1 \div 4) \cdot 10^{-5}$
Газоходы, трубопроводы воды	$-(1 \div 4) \cdot 10^{-7}$
Элеваторы	$-(2 \div 5) \cdot 10^{-4}$
Вентиляторы	$-(1 \div 4) \cdot 10^{-4}$
Барабанные сушилки	$-(1 \div 5) \cdot 10^{-3}$
Сушилки с кипящим слоем	$-(1 \div 4) \cdot 10^{-4}$
Топки	$-(1 \div 8) \cdot 10^{-4}$
Дозаторы	$-(1 \div 6) \cdot 10^{-4}$
Циклоны	$-(1 \div 5) \cdot 10^{-5}$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ К ЧАСТИ I

1. Какова роль надежности в условиях экономического развития современного общества?
2. Что такое надежность? Сформулируйте ее проявления в различных свойствах.
3. Каким образом проблема надежности связана с проблемой обеспечения качества?
4. Дайте определение терминов «событие», «случайная величина», «вероятность». Какова математическая сущность теорем сложения и умножения вероятностей?
5. Перечислите основные характеристики случайных выборок. Каков их физический смысл?
6. В чем заключается особая роль нормального закона распределения в теории надежности?
7. При решении каких задач надежности и почему нашел практическое применение экспоненциальный закон распределения?
8. Чем отличается распределение Вейбулла от экспоненциального, а логарифмически нормальное от нормального?
9. Назовите основные достоинства и недостатки непараметрического подхода к анализу данных в теории надежности.
10. Дайте краткую характеристику математических моделей эффективности функционирования объектов.
11. Какими количественными показателями определяется надежность изделий?
12. Сформулируйте критерии выбора нормируемых показателей надежности.
13. Какие аналитические соотношения существуют между показателями надежности?
14. В чем заключается математическая сущность проверки однородности результатов наблюдений?
15. Какова последовательность проверки однородности результатов наблюдений по критерию Краскела—Уоллиса?
16. Какие задачи решают при однофакторном и двухфакторном дисперсионном анализе?
17. Поясните основную цель проведения корреляционного анализа показателей надежности.
18. Какими критериями руководствуются при проверке наличия связи между количественными характеристиками надежности?
19. Каким образом определяют доверительные интервалы для показателей надежности?
20. Каковы математическая и физическая сущность, достоинства и недостатки последовательного соединения элементов системы?
21. Каковы математическая и физическая сущность, достоинства и недостатки параллельного соединения элементов системы?
22. Дайте краткую характеристику методов, используемых при анализе структурной надежности: метода перебора, комбинаторно-матричного, путей и сечений.
23. Перечислите типы и виды резервирования. Каким образом в общем случае определяют число резервных элементов в системе?
24. Приведите примеры расчета надежности в случае нагруженного и ненагруженного резерва.
25. По каким критериям классифицируют определительные испытания на надежность?
26. С какой целью и каким образом проводят контрольные испытания на надежность?
27. Дайте краткую характеристику форсированным испытаниям на надежность.
28. Какова последовательность решения задачи «надежность — прочность» при резервировании?
29. Какова математическая сущность метода стохастического моделирования Монте-Карло?
30. Какие этапы включает процедура прогнозирования надежности комбинаторно-матричным методом?

ЛИТЕРАТУРА К ЧАСТИ I

Ахназарова С. Л., Кафаров В. В. Методы оптимизации эксперимента в химической технологии. — М.: Высшая школа, 1985. — 326 с.

Большев Л. Н., Смирнов Н. В. Таблицы математической статистики, 3-е изд., М., 1983.

Вероятность и математическая статистика: Энциклопедия / Под ред. Ю. В. Прохорова. — М.: Большая Российская энциклопедия, 1999. — 910 с.

Данилина Л. С., Шубин В. С. Форсирование испытания на надежность оборудования химических производств: Текст лекций. — М.: МИХМ, 1989. — 48 с.

Дружинин Г. В. Надежность автоматизированных производственных систем. — М.: Энергоатомиздат, 1986. — 480 с.

Жилинский И. Б. Основы надежности и долговечности. — М.: МИХМ, 1974. — 160 с.

Карташов Г. Д. Методы форсирования испытаний. — М.: Знание, 1977. — 52 с.

Карташов Г. Д. Основы теории форсированных испытаний. — М.: Знание, 1977. — 55 с.

Кенуй М. Г. Быстрые статистические вычисления. — М.: Статистика, 1979. — 69 с.

Мюллер П., Нойман П., Шторм Р. Таблицы математической статистики. — М.: Финансы и статистика, 1982. — 344 с.

Надежность и эффективность в технике. Справочник в 10-ти томах. — М.: Машиностроение, 1989.

Пешес А. Я. Основы теории ускоренных испытаний на надежность. — Минск: Наука и техника, 1972.

Примеры решения задач по расчету надежности оборудования химических производств / И. Б. Жилинский, А. С. Жихарев, Ф. В. Павлов, И. Г. Терновский, В. С. Шубин. Ч. 1. — М.: МИХМ, 1977. 80 с.

Проников А. С. Надежность машин. — М.: Машиностроение, 1978. — 590 с.

Рахмилевич З. З. Испытания и эксплуатация энерготехнологического оборудования. — М.: Химия, 1981. — 384 с.

Северцев Н. А., Шопкин В. Г., Ярыгин Г. А. Статистическая теория подобия: надежность технических систем. — М.: Наука, 1986. — 205 с.

Холлендер М., Вулф Д. Непараметрические методы статистики. — М.: Финансы и статистика, 1983. — 518 с.

Шор Я. Б., Кузьмин Ф. И. Таблица для анализа и контроля надежности. — М.: Советское радио, 1968. — 284 с.

Шубин В. С. Надежность оборудования химических производств: Учебное пособие. — М.: МИХМ, 1989. — 100 с.

ГОСТ 17510—79. Надежность изделий машиностроения. Система сбора и обработки информации. Планирование наблюдений.

ГОСТ 23.205—79. Обеспечение износостойкости изделий. Ускоренные ресурсные испытания с непериодическим форсированием режима.

ГОСТ 27.002—89. Надежность в технике. Термины и определения.

ГОСТ 27.003—90. Надежность в технике. Выбор и нормирование показателей надежности. Основные положения.

ГОСТ 27.203—83. Надежность в технике. Технологические системы. Общие требования к методам оценки надежности.

ГОСТ 27.402—95. Надежность в технике. Планы испытаний для контроля средней наработки до отказа (на отказ). Часть 1. Экспоненциальное распределение.

ГОСТ 27.410—87. Надежность в технике. Методы контроля показателей надежности и план контрольных испытаний на надежность.

ЭКСПЛУАТАЦИОННАЯ НАДЕЖНОСТЬ И БЕЗОПАСНОСТЬ ПРОМЫШЛЕННЫХ ОБЪЕКТОВ

Глава 12

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ОБОРУДОВАНИЯ

Анализ надежности оборудования на стадии эксплуатации в общем случае представляет собой набор процедур последовательного поэтапного уточнения оценок показателей надежности по мере отработки и модернизации конструкции и технологии изготовления элементов оборудования;

уточнения правил эксплуатации, системы технического обслуживания и ремонта, критериев отказов и предельных состояний машин и аппаратов;

накопления более полной и достоверной информации обо всех факторах, определяющих надежность, и применения более адекватных и точных методов расчета и расчетных моделей.

Оценка надежности на этапе эксплуатации включает:

идентификацию объекта, подлежащего анализу;

определение целей и задач анализа, номенклатуры и требуемых значений рассчитываемых показателей надежности;

выбор методов расчета, адекватных особенностям объекта, целям расчета, наличию необходимой информации об объекте и исходных данных для расчета;

составление расчетных моделей для каждого показателя надежности;

сбор исходных данных и вычисление значений показателей надежности.

12.1. Информационное обеспечение анализа надежности

Информационное обеспечение анализа надежности объединяет комплекс данных, идентифицирующих оборудование и характеризующих его техническое состояние. Основная составная часть информационного обеспечения анализа надежности — банк данных, представляющий собой совокупность средств для централизованного накопления и коллективного использования данных. Банк данных состоит из базы данных и системы управления базой данных.

База данных (БД) — сами данные, находящиеся в запоминающих устройствах ЭВМ и структурированные в соответствии с принятыми в данном банке данных правилами. Система управления базой данных (СУБД) — совокупность программных средств, обеспечивающих функционирование банка данных. С помощью СУБД производятся запись данных в банк данных, их выборка по запросам пользователей и прикладных программ, обеспечивается защита данных от искажений и от несанкционированного доступа и т. п.

Идентификация оборудования включает анализ следующей информации:

назначение, область применения и функции;

критерии качества функционирования, отказов и предельных состояний, возможные последствия отказов;

структура, взаимодействие и уровни нагруженности элементов оборудования, возможность перестройки структуры;

наличие, виды и способы резервирования;

типовая модель эксплуатации, устанавливающая перечень возможных режимов эксплуатации и выполняемых при этом функций, правила и частоту чередования режимов, продолжительность пребывания в каждом режиме, номенклатуру и параметры нагрузок и внешних воздействий в каждом режиме;

система технического обслуживания и ремонта, характеризуемая видами, периодичностью, организационными уровнями, способами выполнения, техническим оснащением и материально-техническим обеспечением работ;

уровень квалификации персонала.

Сбор информации о техническом состоянии оборудования в рамках предприятия рекомендуется проводить на двух уровнях: *заводском* — по журналам диспетчерской службы или других структурных подразделений и *цеховом* — путем непрерывного учета текущей информации. Получаемая в результате информационная избыточность, проявляющаяся в отображении одних и тех же данных в двух параллельных статистических выборках, обеспечивает ее достоверность и непрерывность.

Источником первичной информации может являться журнал учета технического состояния оборудования, заполняющийся цеховым персоналом, а в случае проведения ремонтов — бригадира-

ми ремонтных бригад или мастерами-механиками. Записи в журнале ведутся в свободной форме, главное — чтобы были понятны и правильно отражали фактическое состояние оборудования и проводимые технические мероприятия.

Источник вторичной информации — журнал регистрации отказов, заполняющийся сотрудниками сектора надежности (прошедшими курс соответствующего обучения), входящего в отдел главного механика (ОГМ) предприятия. Примерная форма журнала представлена в приложении П.13. Данные журнала регистрации отказов служат основой для периодической подготовки сводки об отказах и наработках оборудования.

Дополнительная информация, используемая для анализа надежности:

априорные данные о надежности объектов-аналогов по опыту их применения в близких условиях эксплуатации;

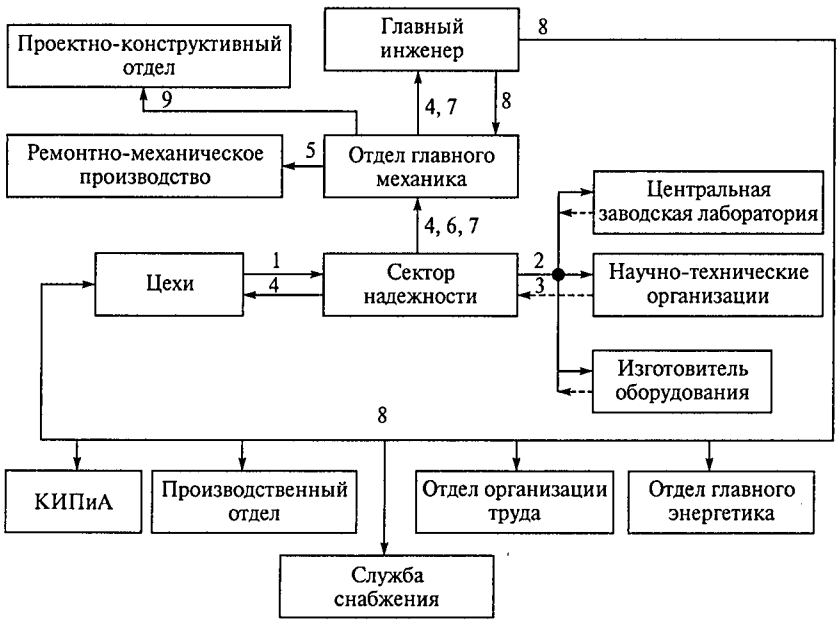


Рис. 12.1. Взаимодействие служб предприятия в системе надежности. Обозначение представляемых документов:

1 — журнал учета технического состояния оборудования; 2 — заявка на исследование причины отказа; 3 — акт исследования причины отказа; 4 — управляющая информация; 5 — график текущих ремонтов оборудования; 6 — донесения о проблемных вопросах надежности; 7 — проект программы повышения надежности (ППН); 8 — утвержденная ППН к исполнению; 9 — техническое задание на проектную разработку принятых технических решений. Пунктиром показан поток информации в обратном направлении — к сектору надежности

справочные данные по свойствам веществ и материалов, нормативам продолжительности (трудоемкости, стоимости) типовых операций технического обслуживания и ремонта;

результаты прочностных, электрических, тепловых и иных расчетов.

В результате обработки информации в цеха, ОГМ и главному инженеру выдается управляющая информация по двум формам.

В форму № 1 могут быть включены следующие показатели:

число отказов по каждой единице основного и вспомогательного оборудования;

суммарная и средняя трудоемкость устранения отказов;

количество простоев производства из-за отказов оборудования;

время простоя производства из-за отказов оборудования;

наработки на отказ.

В форме № 2 целесообразно представить показатели формы № 1 и результаты расчета всего комплекса показателей надежности оборудования.

Форма № 1 предназначена для оперативного контроля условий эксплуатации и качества технического обслуживания и ремонта оборудования, а также для принятия решений, направленных на обеспечение требуемой надежности оборудования непосредственно в цехах предприятия.

Форма № 2 содержит информацию, необходимую для перспективного планирования ремонтно-профилактических работ, корректировки фонда запасных частей, и является основой для разработки программ повышения надежности оборудования, координации работы служб предприятия.

Возможная схема взаимодействия служб предприятия в системе надежности приведена на рис. 12.1.

12.2. Математическое обеспечение анализа надежности

12.2.1. Проверка наличия закономерности в изменении данных

Для проверки возможного отклонения показателей надежности Y_i объектов исследований от чисто случайных совокупностей данных целесообразно использовать критерий Уоллиса—Мура, трактуемый как итерационный критерий разности знаков.

Если рассматриваемая последовательность имеет случайный характер, то знаки разностей $(Y_{i+1} - Y_i)$ образуют случайный ряд (нуль-гипотеза H_0). Альтернативная гипотеза: последовательность плюсов и минусов статистически значимо отличается от стохастической.

Критерий Уоллиса—Мура для проверки нуль-гипотезы H_0 при числе членов временного ряда $n \leq 30$ имеет вид

$$\hat{Z} = \frac{\left|h - \frac{2n-7}{3}\right| - 0{,}5}{\sqrt{\frac{16n-29}{90}}}, \qquad (12.1)$$

где h — общее число плюсовых и минусовых фаз или последовательностей одинаковых знаков (начальная и конечная фазы опускаются).

В случае выполнения гипотезы H_0 критерий Уоллиса—Мура имеет нормальное распределение. Для одностороннего или двухстороннего критерия $\hat{Z}$ гипотеза H_0 принимается, если

$$\hat{Z} < Z_\alpha,$$

где Z_α - квантиль уровня $(\alpha - 1)$ стандартного нормального распределения $N(0, 1)$; α — уровень значимости.

При числе членов ряда $n > 30$ поправка на непрерывность ряда может быть опущена, и

$$\hat{Z} = \frac{\left|h - \frac{2n-7}{3}\right|}{\sqrt{\frac{16n-29}{90}}}. \qquad (12.2)$$

Для проверки временных показателей надежности на тренд следует воспользоваться знаковым критерием Кокса—Стьюарта

$$\hat{Z} = \frac{|S - n/6|}{\sqrt{n/12}}, \qquad (12.3)$$

где S — сумма знаков разности («плюс» или «минус») при сравнении соответствующих наблюдений последней и первой третей ряда (в зависимости от того, наличие какого тренда проверяется — возрастающего или убывающего).

Формула (12.2) справедлива при $n > 30$, для коротких выборок выражение критерия Кокса—Стьюарта имеет вид

$$\hat{Z} = \frac{|S - n/6| - 0{,}5}{\sqrt{n/12}}. \qquad (12.4)$$

Нуль-гипотеза H_0 принимается, если $\hat{Z} < Z_\alpha$ на выбранном уровне значимости α.

В случае отсутствия тенденции изменения во времени ряды показателей надежности можно рассматривать как квазистационарные.

12.2.2. Выделение и удаление тренда

Для определения количественных характеристик уравнений регрессии (регрессора и свободного члена) используют комбинацию двух непараметрических методов: первоначальную оценку характеристик методом Кенуя и их уточнение по первичным остаткам, предложенное Мостеллером и Тьюки. При этом значения показателей надежности Y_i рассматриваются как отклик (зависимая переменная), а их порядковый номер i в ряду — как фактор, влияющий на отклик (независимая переменная).

Данная непараметрическая регрессионная модель в отличие от традиционного метода наименьших квадратов (МНК) обеспечивает получение устойчивых (робастных) оценок, а также постоянство остаточной дисперсии во всем интервале наблюдений, что делает ее применение более предпочтительным при прогнозировании.

Метод медиан Кенуя основан на разбиении общего числа наблюдений на три приблизительно равные группы, определении медианных точек в первой и последней из этих групп (Me_{i1}, Me_{y1} и Me_{i3}, Me_{y3}) и вычислении параметров уравнений регрессии в первом приближении.

Регрессор для первого приближения равен:

$$b_1 = \frac{Me_{y3} - Me_{y1}}{Me_{i3} - Me_{i1}}. \qquad (12.5)$$

Свободный член уравнения регрессии для первого приближения

$$a_1' = Me_{y1} - b_1 Me_{i1}. \qquad (12.6)$$

Чтобы исключить смещение оценок, свойственное методу Кенуя, необходимо сместить линию, описываемую уравнением регрессии, на одну треть расстояния между ней и медианной точкой для всей выборки (Me_i; Me_y). Для этого по уравнению регрессии определяется ордината, соответствующая абсциссе общей медианной точки,

$$J = a_1' + b_1 Me_i \qquad (12.7)$$

и корректируется значение свободного члена:

$$a_1 = a_1' + \frac{Me_y - J}{3}. \qquad (12.8)$$

Таким образом, уравнение регрессии первого приближения имеет вид:

$$\hat{Y}_{1i} = a_1 + b_1 i, \qquad (12.9)$$

где $\hat{Y}_{1i}$ — оценка зависимой переменной в первом приближении; i — порядковый номер переменной.

Уточнение коэффициентов, предложенное Мостеллером и Тьюки, осуществляется по первичным остаткам, вычисляемым по формуле

$$\Delta_i = Y_i - \hat{Y}_{1i}, \qquad (12.10)$$

для которых (остатков) также определяется регрессионная зависимость от t, для чего полностью повторяется описанная выше процедура. Затем регрессоры и свободные члены уравнений первого приближения и остатков попарно суммируются, и окончательное уравнение регрессии принимает вид:

$$\hat{Y}_{2i} = a_2 + b_2 i. \qquad (12.11)$$

В случае использования для выделения тренда нелинейных моделей исходные данные необходимо предварительно линеаризовать, т. е. преобразовать векторы зависимой и независимой переменных таким образом, чтобы преобразованная функциональная зависимость была линейной относительно входящих в нее величин.

На основании полученных уравнений регрессии производится исключение тренда, после чего временные ряды становятся квазистационарными.

При исключении трендов может быть использован метод Андерсена [см.: *Т. Андерсен.* Статистический анализ временных рядов: Пер. с англ. / Под ред. Ю. К. Беляева. — М.: Мир, 1976. — 758 с.]. Для этого отыскиваются так называемые «поворотные точки». Под поворотной точкой здесь понимается медианное значение показателя надежности на некотором временном отрезке периода наблюдений или фиксированная величина, которая предполагается незначительно отклоняющейся от возможного медианного значения показателя надежности за экстраполируемый период времени при прогнозировании. Определение поворотных точек не формализуемо и является прерогативой исследователя.

12.2.3. Анализ стохастической компоненты временных рядов

Анализ случайной составляющей временных рядов показателей надежности включает в себя следующие процедуры:

проверка однородности членов (данных наблюдений) квазистационарных временных рядов по критерию Краскела—Уоллиса, группирование статистических данных в укрупненные совокупности (см. главу 5);

оценка силы связи показателей надежности с помощью коэффициентов ранговой корреляции Спирмена и Кендэлла (см. главу 6);

доверительное оценивание выборочных средних однородных групп показателей надежности на основе метода, разработанного Кенуем (см. раздел 7.5).

12.3. Пример оценки показателей эксплуатационной надежности оборудования

В результате испытаний получены выборки текущих значений наработки (t_i, ч) и времени восстановления ($t_{вi}$, ч) холодильника-конденсатора в производстве азотной кислоты.

t_i	$t_{вi}$	t_i	$t_{вi}$	t_i	$t_{вi}$	t_i	$t_{вi}$	t_i	$t_{вi}$	t_i	$t_{вi}$
171	73	2175	100	1471	81	720	6	10	46	424	14
3291	1	3413	19	113	600	335	72	1025	192	980	42
1560	86	291	16	698	648	2400	22	304	21	804	2
5160	14	632	940	1044	61	1079	97	389	24	83	18
3594	552	480	134	582	20	492	23	1200	18	1961	216
8347	26	1212	48	1999	52	1471	64	698	720	815	4
1172	98	372	27	707	816	796	888	605	80	46	486

Проиллюстрируем применение математических методов, изложенных в разделе 12.2. Для рассматриваемых последовательностей данных (n = 42) при проверке наличия тенденции по критерию Уоллиса—Мура общее число плюсовых и минусовых фаз h (первая и последняя фазы опускаются) оказывается равным соответственно 31 и 29.

Подставляя соответствующие значения в формулу (12.2), получаем:

для наработки

$$\hat{Z} = \frac{\left|31 - \dfrac{2\cdot 42 - 7}{3}\right|}{\sqrt{\dfrac{16\cdot 42 - 29}{90}}} = 1{,}99 > 1{,}96;$$

результат значим на 5 %-м уровне, нуль-гипотеза H_0 о стохастичности данных отклоняется, следовательно, тренд существует;

для времени восстановления

$$\hat{Z} = \frac{\left|29 - \dfrac{2\cdot 42 - 7}{3}\right|}{\sqrt{\dfrac{16\cdot 42 - 29}{90}}} = 1{,}25 < 1{,}96;$$

результат не значим на 5 %-м уровне, нуль-гипотеза H_0 о стохастичности данных не отклоняется.

При определении наличия тенденции по критерию Кокса—Стьюарта, сравнивая попарно значения членов последней и первой третей временных рядов, получаем:

для наработки: 12 знаков разности «минус» и 2 знака разности «плюс». Проверка на убывающий тренд дает:

$$\widehat{Z} = \frac{|12 - 42/6|}{\sqrt{42/12}} = 2{,}67 > 1{,}96;$$

убывающая тенденция на 5 %-м уровне значимости установлена;

для времени восстановления: 8 знаков разности «минус» и 6 знаков разности «плюс». Проверка на убывающий тренд дает:

$$\widehat{Z} = \frac{|8 - 42/6|}{\sqrt{42/12}} = 0{,}53 < 1{,}96;$$

убывающая тенденция на 5 %-м уровне значимости не установлена.

Таким образом, полученные значения критериев Уоллиса—Мура и Кокса—Стьюарта свидетельствуют о наличии детерминированной составляющей во временном ряду наработки между отказами t_i и об отсутствии таковой в ряду $t_{\text{в}i}$.

Находим параметры уравнения убывающего тренда t_i.

Медианные точки в первой и последней группах временного ряда — соответственно (7,5, 1386) и (35,5, 651,5).

Регрессор для первого приближения:

$$b_1 = \frac{651{,}5 - 1386}{35{,}5 - 7{,}5} = -26{,}23.$$

Свободный член уравнения регрессии для первого приближения:

$$a_1' = 1386 - (-26{,}23) \cdot 7{,}5 = 1582{,}74.$$

Ордината, соответствующая абсциссе общей медианной точки:

$$J = 1582{,}74 - 26{,}23 \cdot 21{,}5 = 1018{,}75.$$

Скорректированное значение свободного члена:

$$a_1 = 1582{,}74 + \frac{800 - 1018{,}75}{3} = 1509{,}82.$$

Уравнение регрессии первого приближения имеет вид:

$$\widehat{Y}_{1i} = 1509{,}82 - 26{,}23i.$$

Окончательное уравнение тренда временного ряда наработки между отказами:

$$Y_{2i} = 1589{,}9 - 27{,}64i \text{ (ч)}.$$

В качестве поворотной точки примем медианное значение t_i для последней трети временного ряда: $Me_{y3} = 651{,}5$ ч.

Определим остатки по формуле

$$\delta_i = Me_{y3} - Y_{2i}$$

и просуммируем величины δ_i и t_i, получив квазистационарный временной ряд наработки между отказами.

Итоги корреляционного анализа показателей надежности холодильника-конденсатора (непараметрической проверки при $n = 42$ независимости показателей t_i и $t_{вi}$) приведены ниже:

Критерий Спирмена:
- ρ ..... –0,179
- P 0,257

Критерий Кендэлла:
- τ ..... –0,127
- P 0,237

Вывод: в результате процедуры проверки гипотезы H_0 об отсутствии связи между показателями надежности полученные значения самих коэффициентов корреляции и их уровней значимости не позволяют отвергнуть предположение о возможности их равенства нулю.

Итоги оценки показателей эксплуатационной надежности холодильника-конденсатора в производстве азотной кислоты (результаты процедуры доверительного оценивания выборочных средних показателей надежности на основе метода Кенуя) представлены ниже:

Средняя наработка на отказ, ч:
- 95%-я нижняя доверительная граница 630
- 95%-я верхняя доверительная граница 1576

Среднее время восстановления, ч:
- 95%-я нижняя доверительная граница 92
- 95%-я верхняя доверительная граница 284

Глава 13

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАДЕЖНОСТИ СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ МЕТОДОМ ДЕРЕВА ОТКАЗОВ

Дерево отказов (*Fault Tree*) — графическое представление структуры системы, упрощающее выявление комбинаций отказов (неполадок) оборудования, ошибок персонала и внешних (техно-

генных, природных и др.) воздействий, приводящих к основному событию — отказу системы или аварийной ситуации.

Метод изучения надежности сложных технических систем с помощью дерева отказов был разработан Х. А. Уотсоном из лаборатории «Белл телефоун» в 1961—1962 гг. и получил с тех пор широкое распространение в аэрокосмической, автомобильной, ядерной, химической, нефтегазовой, медицинской и ряде других отраслей промышленности многих стран мира.

Метод дерева отказов представляет собой подход к анализу надежности в высокой степени системный и в то же время достаточно гибкий, обеспечивающий возможность количественной и качественной оценки всего спектра факторов, влияющих на работоспособность объекта исследований.

Построение дерева отказов — определенный вид искусства в науке, требующий высокой квалификации специалистов, проводящих анализ надежности.

13.1. Краткая характеристика технологических систем

Большинство объектов химической и нефтеперерабатывающей индустрии представляет собой *технологические системы*, под которыми традиционно понимают совокупность функционально связанных средств технологического оснащения, предметов производства и людей, выполняющих в регламентированных условиях производства заданные технологические операции.

Элемент технологической системы — часть системы, условно принимаемая неделимой на данной стадии ее анализа.

Все технологические системы можно подразделить на четыре иерархических уровня:

технологические системы операции;
технологические системы процесса;
технологические системы производственного подразделения;
технологические системы предприятия.

Отказы технологических систем, являющиеся конечными событиями дерева отказов, классифицируются следующим образом.

По характеру нарушения работоспособности: функциональные или параметрические.

Функциональный отказ — отказ, в результате которого наступает прекращение функционирования системы, не предусмотренное регламентированными условиями производства.

Параметрический отказ — отказ, при котором сохраняется функционирование системы, но происходит выход значений одного или нескольких параметров технологического процесса за пределы, установленные в документации.

По наличию связи с другими объектами: собственный или вынужденный.

Собственный отказ — отказ, вызванный нарушением работоспособного состояния элементов системы и (или) функциональных связей между ними.

Вынужденный отказ — отказ, вызванный нарушением регламентированных для этой системы условий производства.

По параметрам и показателям качества: по параметрам продукции, по производительности или по затратам.

Отказ по параметрам продукции — отказ, в результате которого значение хотя бы одного параметра или показателя качества изготавливаемой продукции не соответствует требованиям, установленным в документации.

Отказ по производительности — отказ, в результате которого значение хотя бы одного параметра производительности технологической системы не соответствует значениям, установленным в документации.

Отказ по затратам — отказ, в результате которого значение хотя бы одного параметра материальных или стоимостных затрат не соответствует значениям, установленным в документации.

13.2. Построение дерева отказов системы

13.2.1. Основные принципы

Дерево отказов представляет собой дедуктивный тип анализа, при помощи которого выстраиваются в логическую цепь и представляются в графической форме те условия и факторы, которые могут способствовать определенному нежелательному событию или состоянию системы (называемому *вершиной событий*).

Начиная с вершины событий выявляются возможные причины или аварийные состояния следующего, более низкого функционального уровня системы. Последующая поэтапная идентификация нежелательного функционирования системы в направлении последовательно снижающихся уровней приводит к искомому уровню системы, которым является аварийное состояние компонента.

Таким образом, структура дерева отказов включает одно головное событие (отказ, аварию, инцидент), которое соединяется с набором соответствующих нижестоящих событий (ошибок, отказов, неблагоприятных внешних воздействий), образующих причинные цепи (сценарии отказа или аварии).

13.2.2. Графический аппарат

Графический аппарат дерева отказов составляют *символы событий* и *логические символы*, связывающие события на разных уровнях иерархии в соответствии с их причинными взаимосвязями.

Таблица 13.1. **Логические символы**

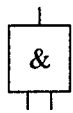
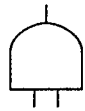
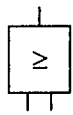
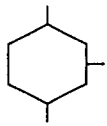
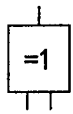
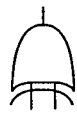
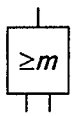
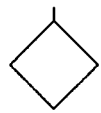
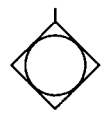
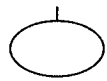
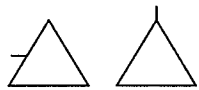
№ п/п	Рекомендуемое обозначение	Альтернативное обозначение	Название символа	Причинная взаимосвязь
1			«и»	Выходное событие происходит при одновременном наступлении всех входных событий
2			«или»	Выходное событие происходит, если случается любое из входных событий — либо одно, либо несколько в любых сочетаниях
3		—	«запрет»	Наличие входа вызывает появление выхода тогда, когда происходит условное событие
4			«исключающее «или»	Выходное событие происходит, если случается одно из входных событий (но не несколько)
5			«*m* из *n*»	Выходное событие происходит, если случается *m* из *n* входных событий

Таблица 13.2. **Символы событий**

№ п/п	Рекомендуемое обозначение	Содержание
1		Базовое (исходное) событие, обеспеченное достаточным количеством данных
2		Событие, недостаточно детально разработанное
3		Событие, разработанное в другом дереве отказов

Продолжение

№ п/п	Рекомендуемое обозначение	Содержание
4		Событие, вводимое логическим элементом
5		Условное событие, используемое с логическим знаком «запрет»
6		Событие, которое может случиться или не случиться
7		Событие, которое не может случиться
8		Символ перехода

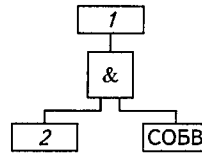
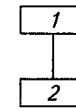
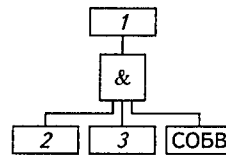
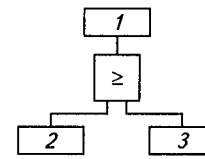
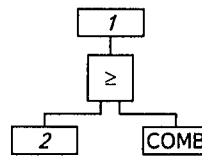
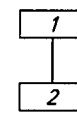
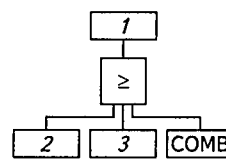
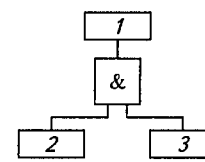
Обозначения логических символов приведены в табл. 13.1, а символов событий — в табл. 13.2.

Причинные связи, выраженные логическими знаками «и» и «или», являются детерминированными, поскольку появление выходного события полностью определяется входными событиями. Представление вероятностных причинных связей осуществляется с помощью знака «запрет» (см. табл. 13.1).

Символы перехода (см. табл. 13.2) используются для упрощения изображения дерева отказов, при этом треугольник «переход из» соединяется с логическим символом сбоку, а треугольник «переход в» — от вершины к логическому символу.

Входные события с очень большой вероятностью (СОБВ) (например, 0,9999) или очень малой вероятностью (СОМВ), существенно не изменяющие вероятность конечного события (вершины событий), рекомендуется сохранять в дереве отказов только при анализе надежности системы, требующем высокой степени детализации. В общем случае их следует исключать (табл. 13.3).

Таблица 13.3. **Варианты упрощений дерева отказов за счет событий с очень высокой или очень низкой вероятностью**

Событие, за счет которого производится упрощение	Причинные связи	
	первоначальные	упрощенные
Событие с очень высокой вероятностью (логический знак «и» с двумя входами)		
Событие с очень высокой вероятностью (логический знак «и» с тремя или большим числом входов)		
Событие с очень низкой вероятностью (логический знак «или» с двумя входами)		
Событие с очень низкой вероятностью (логический знак «или» с тремя или большим числом входов)		

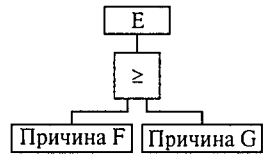
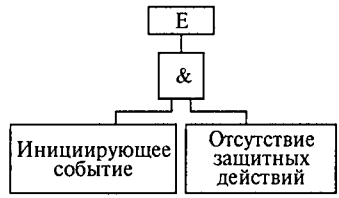
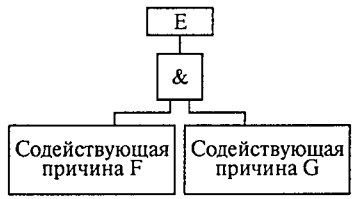
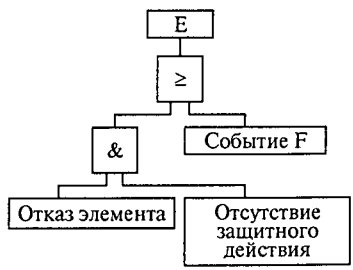
13.2.3. Эвристические правила

При построении дерева отказов используются несколько основных правил, проиллюстрированных в табл. 13.4, согласно которым необходимо:

1) заменять абстрактные события менее абстрактными, например событие «перегрузка разгонного двигателя» на событие «перегрузка разгонного двигателя в генераторном режиме»;

2) точно определять причины событий, например событие «закисление оборотной воды» заменять на событие «выход из строя трубчатки холодильников-конденсаторов» или «выход из строя змеевиков абсорбционной колонны»;

Таблица 13.4. **Эвристические правила построения дерева отказов**

№ п/п	Принцип построения	Соответствующая часть дерева отказов
1	Замена абстрактного события на эквивалентное, но менее абстрактное событие	
2	Указание ярко выраженных причин события	
3	Связывание инициирующего события с событием «отсутствие защитных действий»	
4	Определение совместно действующих причин события	
5	Точное указание отказавшего элемента	

3) связывать инициирующие события с событием типа «отсутствие защитных действий», например событие «перегрев» заменять на событие «недостаточное охлаждение» в сочетании с событием «отказ температурного регулятора»;

4) находить совместно действующие причины событий, например событие «пожар» заменять на два события — «утечка горючей жидкости» и «искрение»;

5) точно указывать место отказа элемента, например событие «неисправность в управляющем модуле» заменять на событие «неисправность в цепи 1» или «неисправность в цепи 2»;

6) детально разрабатывать отказы элементов системы, отслеживая события в обратном направлении.

13.3. Количественный и качественный анализ дерева отказов системы

13.3.1. Логико-математическое описание причинно-следственных связей

В основе количественного анализа дерева отказов лежат ключевые теоремы теории вероятности и теории множеств, согласно которым:

1) для любых n событий вероятность того, что произойдет хотя бы одно из них, составляет:

$$Q(X_1 \cup X_2 \cup ... \cup X_n) = \sum_{i=1}^{n} Q(X_i) - \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=i+1}^{n} Q(X_i \cap X_j) + \\ + \sum_{i=1}^{n-2} \sum_{j=i+1}^{n-1} \sum_{k=j+1}^{n} Q(X_i \cap X_j \cap X_k) + ... + \\ + (-1)^{n+1} Q(X_1 \cap X_2 \cap ... \cap X_n); \qquad (13.1)$$

2) для n несовместимых событий вероятность того, что произойдет хотя бы одно из них, равна:

$$Q(X_1 \cup X_2 \cup ... \cup X_n) = \sum_{i=1} Q(X_i); \qquad (13.2)$$

3) для любых n событий X_1, X_2, ..., X_n, у которых $Q(X_1 \cap X2 \cap ... \cap X_n) > 0$, справедливо соотношение

$$Q(X_1 \cap X_2 \cap ... \cap X_n) = Q(X_1) \cdot Q(X_2 | X_1) \cdot Q(X_3 | X_1 \cap X_2) \cdot ... \\ ... \cdot Q(X_n | X_1 \cap X_2 \cap ... X_{n-1}); \qquad (13.3)$$

4) вероятность совместного осуществления n независимых событий составляет

$$Q(X_1 \cap X_2 \cap ... \cap X_n) = Q(X_1) \cdot Q(X_2) ... Q(X_n). \qquad (13.4)$$

13.3.2. Поиск аварийных сочетаний

Исходные и неподразделяемые события соединены с конечным событием маршрутами (ветвями). Сложное дерево отказов имеет различные наборы исходных событий, при которых достигается конечное событие. Эти наборы называются *аварийными сочетаниями. Минимальным аварийным сочетанием* называют наименьший набор исходных событий, при которых наступает конечное событие. В деревьях отказов размер аварийного сочетания определяется числом исходных событий, соединенных символом «и».

Минимальная траектория — это наименьшая группа событий, без возникновения которых отказ системы не происходит. Минимальные траектории включают события, которые являются ключевыми для поддержания объекта в рабочем состоянии, иначе говоря, это события, наступление которых должно быть исключено для предотвращения конечного события.

Вероятность появления аварийного сочетания:

$$Q_{AB} = \prod_{i=1}^{n} Q(X_i), \qquad (13.5)$$

где $Q(X_i)$ — вероятность возникновения i-го исходного события (отказа i-го элемента системы) в данном аварийном сочетании; n — число исходных событий (элементов системы) в сочетании.

Аварийное сочетание, включающее другие сочетания, не является минимальным аварийным сочетанием.

Аварийные сочетания с единичными событиями, вероятность появления которых не слишком мала, создают основную потенциальную угрозу функционированию системы.

13.3.3. Расчет значимости и категорирование исходных событий

Вклад исходного события или аварийного сочетания в появление конечного события называют его *значимостью.*

Ранжирование исходных событий дерева отказов по значимости может быть выполнено в соответствии с коэффициентом значимости J_i:

$$J_i = \frac{\sum_{j=1}^{k} Q_{AB_j}}{Q_c}, \qquad (13.6)$$

где Q_{AB_j} — вероятность появления j-го аварийного сочетания, которое включает i-е исходное событие; Q_c — вероятность конечного события.

Категорирование исходных событий дерева отказов часто осуществляется путем сравнения коэффициента значимости i-го со-

бытия (J_i) со средним значением $J_{ср}$, рассчитанным для всей совокупности исходных событий с учетом многочисленных дополнительных характеристик события (опасность, тяжесть последствий, экономический урон и т. д.).

13.4. Пример расчета надежности системы методом дерева отказов

Проиллюстрируем применение метода дерева отказов для количественного и качественного анализа надежности сложной системы на примере двересъемных машин коксохимического производства, иерархическая структура и схема расположения основного оборудования которого приведены на рис. 13.1 и 13.2 соответственно.

Структура и кодовое обозначение механизмов двересъемной машины представлены на рис. 13.3.

Продолжительность определительных испытаний на надежность пяти двересъемных машин составила 10 200 ч, данные об отказах всех механизмов и устройств машин подчиняются закону Вейбулла.

Конечным событием в структуре дерева отказов является отказ коксовой машины, приводящий к отказу производства, исходными событиями — отказы механизмов и устройств. Это обусловлено тем, что детализация дерева отказов до элементарных составляющих привела бы к чрезмерной громоздкости и сложности его конфигурации, неоправданно большим затратам времени на проведение расчета. Исходные события, связанные с отказами электрической части, КИПиА и ошибками оператора, при построении дерева отказов не рассматриваются.

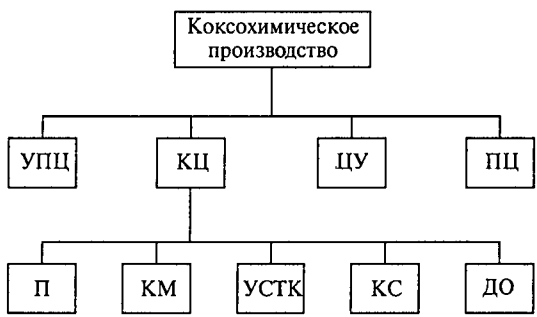


Рис. 13.1. Иерархическая структура коксохимического производства:

УПЦ — углеподготовительные цехи; КЦ — коксовые цехи; ЦУ — цехи управления; ПЦ — перерабатывающие цехи; П — коксовые печи; КМ — коксовые машины; УСТК — установки сухого тушения кокса; КС — коксосортировка; ДО — другие объекты

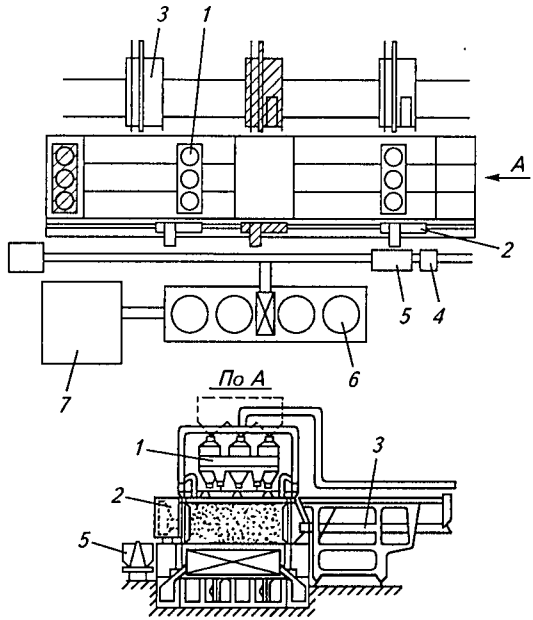


Рис. 13.2. Схема расположения основного оборудования коксохимического производства:

1 — углезагрузочная машина; *2* — двересъемная машина; *3* — коксовыталкиватель; *4* — электровоз; *5* — коксовозный вагон; *6* — установка сухого тушения кокса; *7* — коксосортировка

«Отказ коксохимического производства» (Z), связанный с невыполнением основных функций двересъемной машины, произойдет при наступлении одного из следующих событий:

не выдается коксовый пирог (T_1);

не обеспечивается загрузка (T_2);

не обеспечиваются ремонтные работы (T_3).

Таким образом, отказ производственного процесса можно представить в виде булевого выражения:

Рис. 13.3. Структура двересъемной машины:

1 — механизм передвижения; 2 — механизм отвода-подвода; 3 — механизм поворота двересъемного устройства; 4 — механизм съема двери; 5 — металлоконструкция; 6 — механизм передвижения корзины; 7 — механизм чистки двери; 8 — механизм чистки рам; 9 — механизм передвижения чистки рам

$$Z = T_1 \cup T_2 \cup T_3.$$

Событие «не выдается коксовый пирог» (T_1) произойдет при наступлении промежуточного события, когда «не выполняется съем двери» (F_1) или «не обеспечивается направление коксового пирога» (F_2) в коксовозный вагон:

$$T_1 = F_1 \cup F_2.$$

Промежуточное событие F_1 наступит при невыполнении заданных функций (отказе) следующих механизмов:

механизма передвижения (A_1);
механизма отвода-подвода дверей (A_2);
механизма поворота двересъемного устройства (A_3);
механизма съема двери (A_4);
металлоконструкции (A_5),

или при наступлении с некоторой временной задержкой события «недопустимое усилие съема двери» (G_1).

$$F_1 = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 \cup A_5 \cup G_1.$$

Событие G_1 произойдет, если «не выполнится чистка двери» (V_1) и «не выполнится чистка рам» (V_2). Исходными событиями для события V_1 будут:

отказ механизма отвода-подвода (A_2);
отказ механизма поворота (A_3);
отказ металлоконструкции (A_5);
отказ механизма чистки двери (A_7),

а для события (V_2) —

отказ механизма передвижения (A_1);
отказ механизма поворота (A_3);
отказ металлоконструкции (A_5);
отказ механизма чистки рам (A_8);
отказ механизма передвижения чистки рам (A_9).

Тогда

$$G_1 = V_1 \cap V_2,$$

где

$$V_1 = A_2 \cup A_3 \cup A_5 \cup A_7;$$

$$V_2 = A_1 \cup A_3 \cup A_5 \cup A_8 \cup A_9.$$

Для промежуточного события F_2 («не обеспечивается направление коксового пирога») исходными событиями являются:

отказ механизма передвижения (A_1);
отказ механизма поворота (A_3);
отказ металлоконструкции (A_5);
отказ механизма передвижения корзины (A_6);

$$F_2 = A_1 \cup A_3 \cup A_5 \cup A_6.$$

Таким образом,

$$T_1 = (A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 \cup A_5) \cup [(A_2 \cup A_3 \cup A_5 \cup A_7) \cap$$

$$\cap (A_1 \cup A_3 \cup A_5 \cup A_8 \cup A_9)] \cup (A_1 \cup A_3 \cup A_5 \cup A_6).$$

Событие T_2 произойдет только при «невозможности установки двери» (F_3) на камеру, т. е.

$$T_2 = F_3.$$

Исходными событиями для F_3 будут события A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, а также событие G_2 — «недопустимое усилие установки двери», которое наступит с временной задержкой, тогда событие F_3 можно представить в виде уравнения

$$T_2 = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 \cup A_5 \cup A_6 \cup G_2;$$

$$G_2 = V_1 \cap V_2.$$

Подставляя полученные выражения в уравнение для T_2, получим:

$$T_2 = (A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 \cup A_5 \cup A_6) \cup [(A_2 \cup A_3 \cup A_5 \cup A_7) \cap$$

$$\cap (A_1 \cup A_3 \cup A_5 \cup A_8 \cup A_9)].$$

Событие T_3 — «не обеспечены ремонтные работы» — приведет к отказу производственного процесса, так как «не выполняется замена двери» (F_4) или «не выполняются работы по армированию» (F_5):

$$T_3 = F_4 \cup F_5.$$

Событие F_4 произойдет при наступлении промежуточных событий «не выполняется съем двери» (V_3) или «не выполняется установка двери» (V_4).

$$F_4 = V_3 \cup V_4.$$

Исходными событиями для V_3 будут события A_1, A_2, A_3, A_5, а для V_4 — A_1, A_2, A_4, A_5, следовательно:

$$V_3 = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_5;$$

$$V_4 = A_1 \cup A_2 \cup A_4 \cup A_5.$$

Для события F_5 исходными событиями будут A_1, A_2, A_3, A_4, A_5:

$$F_5 = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 \cup A_5.$$

Из сказанного следует:

$$T_3 = (A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_5) \cup (A_1 \cup A_2 \cup A_4 \cup A_5) \cup (A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 \cup A_5).$$

Тогда

$$Z = \{(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 \cup A_5) \cup [(A_2 \cup A_3 \cup A_5 \cup A_7) \cap$$
$$\cap (A_1 \cup A_3 \cup A_5 \cup A_8 \cup A_9)] \cup (A_1 \cup A_3 \cup A_5 \cup A_6)\} \cup$$
$$\cup \{(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 \cup A_5 \cup A_6) \cup [(A_2 \cup A_3 \cup A_5 \cup A_7) \cap$$
$$\cap (A_1 \cup A_3 \cup A_5 \cup A_8 \cup A_9)]\} \cup [(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_5) \cup$$
$$\cup (A_1 \cup A_2 \cup A_4 \cup A_5) \cup (A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 \cup A_5)].$$

Полученное выражение позволяет провести последовательный анализ надежности двересъемной машины с учетом каждого конкретного вида отказа механизмов и устройств.

Дерево отказов двересъемной машины представлено на рис. 13.4.

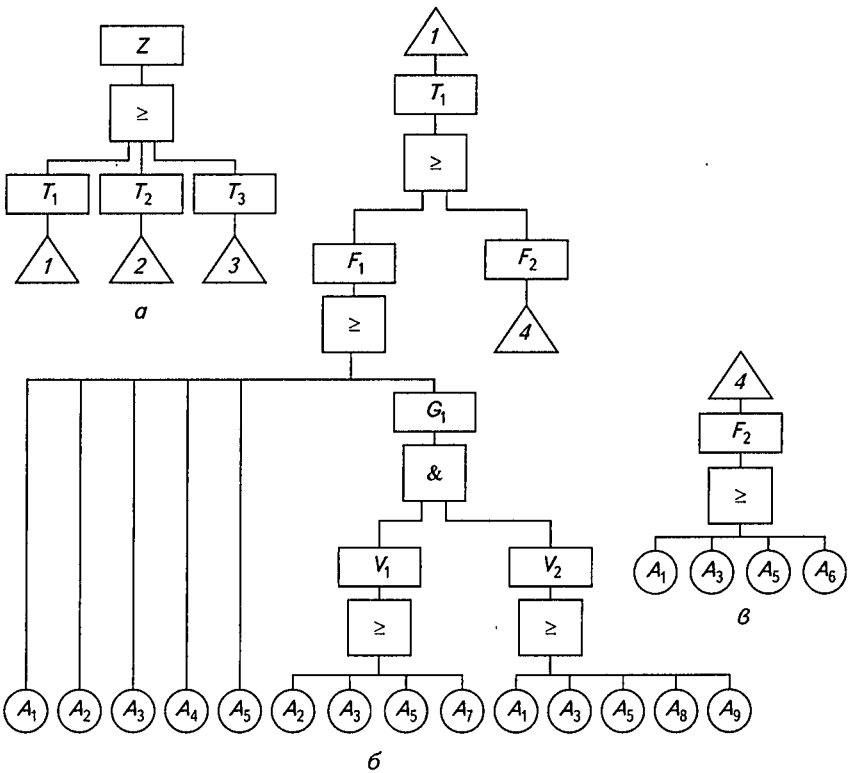
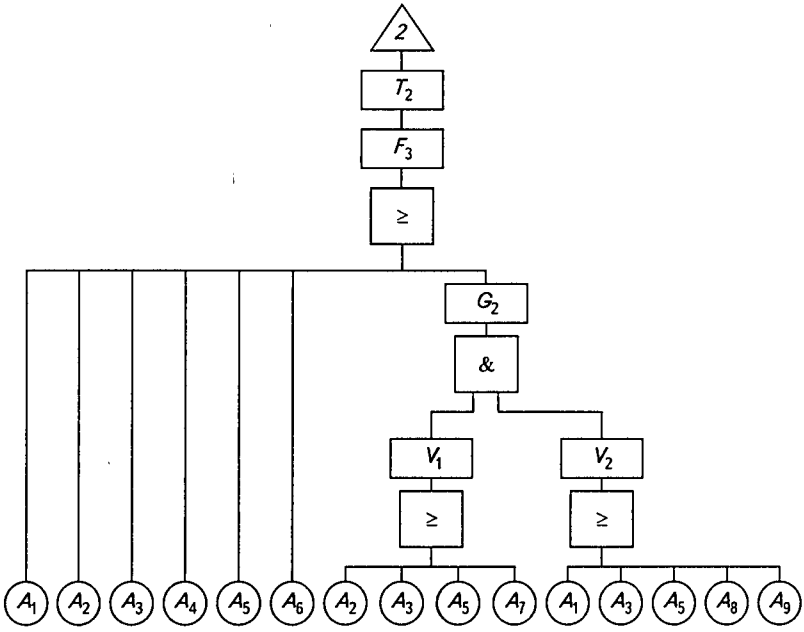
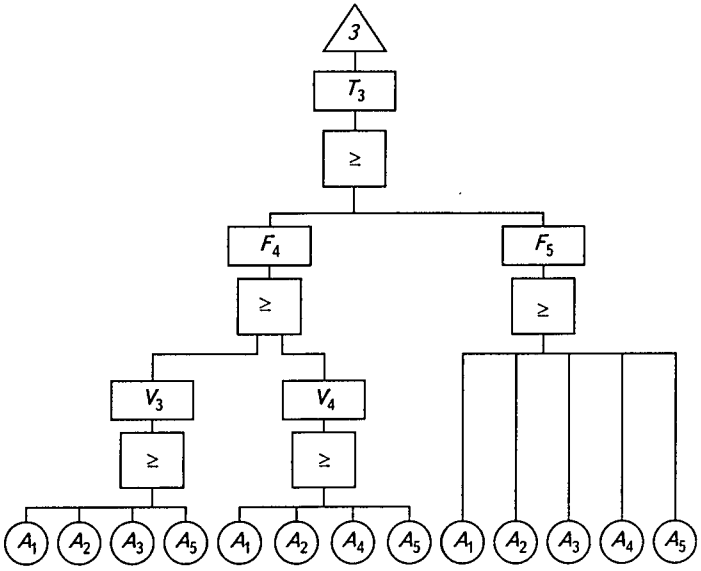


Рис. 13.4. Дерево отказов двересъемной машины:

а — головная ветвь; *б* — ветвь, соответствующая событию «не выдается коксовый пирог»; *в* — ветвь, соответствующая событию «не обеспечивается направление коксового пирога»; *г* — ветвь, соответствующая событию «не обеспечивается загрузка»; *д* — ветвь, соответствующая событию «не обеспечиваются ремонтные работы»


2
T_2
F_3
≥
G_2
&
V_1
V_2
≥
≥
A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6 A_2 A_3 A_5 A_7 A_1 A_3 A_5 A_8 A_9

г


3
T_3
≥
F_4
F_5
≥
≥
V_3
V_4
≥
≥
A_1 A_2 A_3 A_5 A_1 A_2 A_4 A_5 A_1 A_2 A_3 A_4 A_5

д

Общее число аварийных сочетаний для данного дерева 23, из которых 6 являются сочетаниями с отказом одного механизма (эти сочетания создают основную потенциальную угрозу надежности), а 17 — сочетаниями с отказом двух механизмов:

Аварийные сочетания с отказом одного механизма:

1) A_1; 2) A_2; 3) A_3; 4) A_4; 5) A_5; 6) A_6.

Аварийные сочетания с отказом двух механизмов:

1) A_1, A_2;
2) A_1, A_3;
3) A_1, A_5;
4) A_1, A_7;
5) A_2, A_3;
6) A_2, A_5;
7) A_2, A_8;
8) A_2, A_9;
9) A_3, A_5;
10) A_3, A_7;
11) A_3, A_8;
12) A_3, A_9;
13) A_5, A_7;
14) A_5, A_8;
15) A_5, A_9;
16) A_7, A_8;
17) A_7, A_9.

Результаты количественного анализа надежности механизмов двересъемной машины приведены в табл. 13.5, 13.6, 13.7 и 13.8. Расчет вероятности отказа механизмов машины (исходных событий) осуществлялся по стандартным формулам распределения Вейбулла (см. раздел 2.4.2).

Таблица 13.5. **Вероятность отказа механизмов двересъемной машины в течение месяца**

Событие (отказ механизма)	Номер машины				
	1	2	3	4	5
A_1	0,9979	0,9977	0,759	0,3476	0
A_2	0,2252	0,0129	0,1649	0,9105	0,9585
A_3	0,5571	0	0	0,9957	0
A_4	0,9999	0,9996	0,9977	0,9945	0,9993
A_5	0,9816	0	0,6719	0	0
A_6	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9973
A_7	0	0	0,1834	0	0
A_8	0	0	0	0	0
A_9	0	0	0	0	0

Таблица 13.6. **Вероятность появления аварийных сочетаний для механизмов двересъемной машины в течение месяца**

Сочетание отказов механизмов	Номер машины				
	1	2	3	4	5
A_1, A_7	0	0	0,1392	0	0
A_1, A_3	0,5559	0	0	0,3461	0
A_1, A_2	0,2247	0,0128	0,1251	0,3164	0
A_1, A_5	0,9795	0	0,5099	0	0
A_2, A_8	0	0	0	0	0
A_2, A_9	0	0	0	0	0
A_2, A_3	0,1254	0	0	0,9065	0

Продолжение

Сочетание отказов механизмов	Номер машины				
	1	2	3	4	5
A_2, A_5	0,2210	0	0,1107	0	0
A_3, A_8	0	0	0	0	0
A_3, A_9	0	0	0	0	0
A_3, A_5	0,5468	0	0	0	0
A_3, A_7	0	0	0	0	0
A_5, A_9	0	0	0	0	0
A_5, A_7	0	0	0,1232	0	0
A_5, A_8	0	0	0	0	0
A_7, A_8	0	0	0	0	0
A_7, A_9	0	0	0	0	0

Таблица 13.7. **Коэффициенты структурной значимости (J_i) механизмов двересъемной машины**

Событие (отказ механизма)	Номер машины				
	1	2	3	4	5
A_1	2,758	1,01	1,57	1,01	0
A_2	0,7963	0,0257	0,4	2,13	0,9585
A_3	1,785	0	0	2,248	0
A_4	0,9999	0,9996	0,9977	0,9945	0,9993
A_5	2,728	0	1,41	0	0
A_6	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9973
A_7	0	0	0,4458	0	0
A_8	0	0	0	0	0
A_9	0	0	0	0	0

Таблица 13.8. **Категорирование механизмов двересъемной машины**

Событие (отказ механизма)	Появление числа аварийных сочетаний		Коэффициент значимости*	Категория механизма
	с одним событием	с двумя событиями		
A_1	1	4	1,2695	1
A_2	1	5	0,8621	1
A_3	1	6	0,8066	1
A_4	1	0	0,9982	1
A_5	1	6	0,8276	1
A_6	1	0	0,9993	1
A_7	0	5	0,0891	2
A_8	0	4	0	2
A_9	0	4	0	2

* Средний коэффициент значимости равен 0,6502.

Глава 14

АНАЛИЗ РИСКА НА ОПАСНЫХ ПРОМЫШЛЕННЫХ ОБЪЕКТАХ

14.1. Общие положения

Значительное количество и энергоемкость используемых в химической и нефтеперерабатывающей промышленности опасных веществ, сложность технологий и режимов управления современным оборудованием требуют получения обоснованных оценок критериев безопасности производственных объектов, аварийность которых в России, несмотря на все принимаемые меры, остается достаточно высокой (рис. 14.1 и табл. 14.1).

Частью системного подхода к принятию политических решений и практических мер с целью предупреждения или уменьшения опасности промышленных аварий для жизни человека, заболеваний или травм, ущерба имуществу и окружающей среде, называемого в нашей стране обеспечением промышленной безопасности, является анализ риска.

Риск, или *степень риска*, — это сочетание частоты (или вероятности) и последствий определенного опасного события.

Риск оценивается соответствующими показателями (качественными или количественными), например ожидаемыми уровнями негативных последствий аварий за определенный промежу-

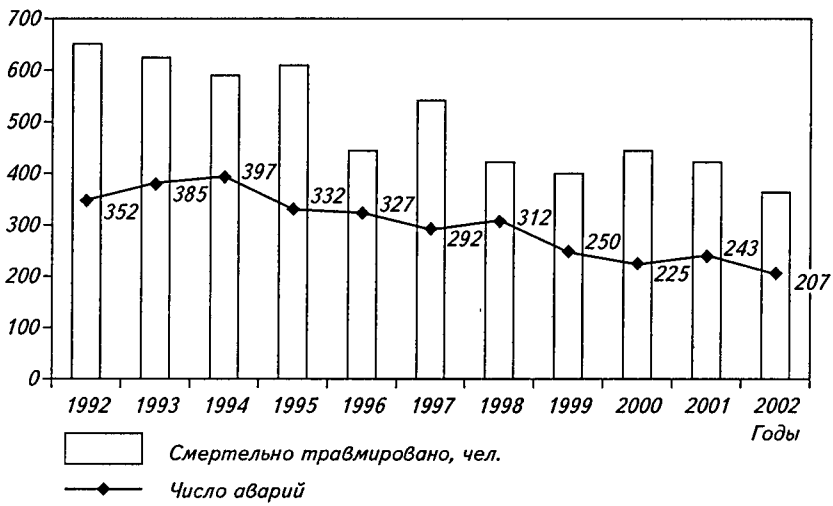


Рис. 14.1. Динамика аварийности и смертельного травматизма на предприятиях и объектах, поднадзорных Ростехнадзору

Таблица 14.1. **Динамика аварийности и травматизма в химической и нефтехимической промышленности***

Год	Общий объем производства, млн т	Число аварий	Количество смертельно травмированных, чел.	Удельный показатель аварийности, аварий/млн т	Удельный показатель смертельного травматизма, чел/млн т
1995	9,7	22	14	2,27	1,44
1996	13,1	16	7	1,22	0,534
1997	13,9	20	17	1,44	1,22
1998	13,5	20	9	1,48	0,66
1999	14,9	18	10	1,21	0,671
2000	15,42	18	14	1,167	0,908
2001	16,22	10	14	1,622	0,863
2002	20,41	12	11	0,588	0,539

* В показатели аварийности и травматизма в химической и нефтехимической промышленности входят данные по другим взрывопожаро- и химически опасным объектам (объекты водоподготовки МЖКХ, аммиачные холодильные установки и нефтебазы).

ток времени (ожидаемым ущербом, вероятностью возникновения аварий с определенными последствиями). Таким образом, риск бывает экономический, техногенный, экологический, социальный.

Приемлемый риск — риск, уровень которого допустим и обоснован. Риск эксплуатации промышленного объекта является приемлемым, если его величина настолько незначительна, что ради выгоды, получаемой от эксплуатации объекта, общество готово пойти на этот риск.

Анализ риска, или *риск-анализ*, — процесс идентификации опасностей и оценки риска для отдельных лиц или групп населения, имущества или окружающей среды. Анализ риска заключается в использовании всей доступной информации для идентификации (выявления) опасностей и оценки риска заранее определенного события, обусловленного этими опасностями.

К основным достоинствам анализа риска относятся:

систематическая идентификация потенциальных опасностей;

систематическая идентификация возможных видов отказов;

количественные оценки или ранжирование рисков;

оценка надежности возможных модификаций системы для снижения риска и достижения предпочтительных уровней ее надежности;

выявление факторов, обусловливающих риск, и слабых звеньев в системе;

более глубокое понимание устройства и функционирования системы;

сопоставление риска исследуемой системы с рисками альтернативных систем или технологий;

идентификация и сопоставление рисков и неопределенностей;

помощь в установлении приоритетов при совершенствовании санитарных требований и норм;

формирование базы для рациональной организации профилактического обслуживания, ремонта и контроля;

обеспечение возможности поставарийного расследования и мер по предупреждению аварий;

возможность выбора мер и приемов по обеспечению снижения риска.

14.2. Показатели риска

Ниже рассмотрены основные показатели риска, характеризующие опасности промышленных аварий.

1. *Коллективный риск* (Potential Loss of Life — PLL) — математическое ожидание M количества пострадавших или смертельно травмированных в результате аварий на рассматриваемой территории за определенное время:

$$R_{\text{кол}} = M(N) = \sum_{i=1}^{k} (N_i P_i),$$

где N_i — значения случайной величины N; P_i — вероятности значений случайной величины N (фактическое число пострадавших или погибших).

2. *Индивидуальный риск* (individual risk) — частота поражения отдельного индивидуума в результате воздействия исследуемых факторов опасности, математическое ожидание частного от деления числа пострадавших или погибших при аварии (N) на общее число рискующих (U):

$$R_{\text{инд}} = M\left(\frac{N}{U}\right) = \frac{R_{\text{кол}}}{U}.$$

При риск-анализе обычно оценивается индивидуальный риск для групп людей, характеризующихся одинаковым временем пребывания в различных опасных зонах и использующих одинаковые средства защиты (рабочие различных специальностей, население окружающих районов и др.).

3. *Потенциальный территориальный риск* — пространственное распределение частоты реализации негативного воздействия определенного уровня. Потенциальный риск не зависит от места расположения объекта и может меняться в широком интервале. На практике важно знать распределение потенциального риска для отдельных источников опасности и для отдельных сценариев аварий.

4. *Социальный риск* — интегральная функция распределения числа погибших [$F(N)$-кривая], равная вероятности P того, что случайная величина числа пострадавших или погибших N примет значение больше n:

$$\bar{F}(n) = \frac{\sum_{k=1}^{n} P(N_k \geq n)}{k},$$

где $\bar{F}(n)$ — среднее значение величины социального риска; n — недопустимое число пострадавших или погибших.

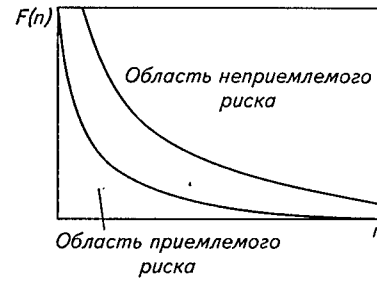


Рис. 14.2. Кривая социального риска

В настоящее время общепринятым подходом при определении приемлемости риска является использование двух кривых — приемлемого и неприемлемого социального риска; область между этими кривыми определяет промежуточную степень риска, вопрос о снижении которой следует решать, исходя из специфики производства и местных условий (рис. 14.2).

5. *Экологический риск* — зависимость площади зараженной поверхности от частоты аварии.

6. *Ожидаемый материальный ущерб* ($R_\$$) — математическое ожидание M материальных потерь G при аварии:

$$R_\$ = M(G) = \int_0^\infty gf(g)\mathrm{d}g,$$

где g — удельный материальный ущерб, долл.

7. *Полный* (*суммарный*) *ожидаемый ущерб* R_Σ — сумма математических ожиданий людских и материальных потерь при аварии:

$$R_\Sigma = H\sum_{i=1}^{k}(N_i P_i) + \int_0^\infty gf(g)\mathrm{d}g,$$

где H — стоимостная оценка человеческой жизни (страховые выплаты).

14.3. Процедура проведения риск-анализа

Процедура анализа риска в рамках процесса управления риском (рис. 14.3.) должна включать следующие основные этапы:

определение области применения риск-анализа;

идентификация опасностей и предварительная оценка последствий;

оценка величины риска;

корректировка и актуализация риск-анализа в случае необходимости.

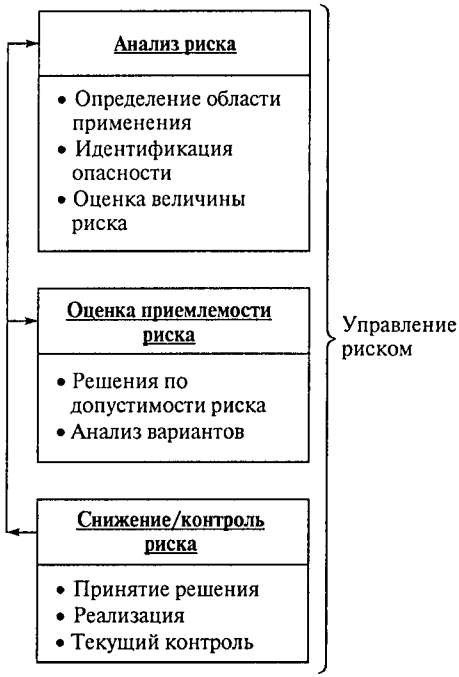


Рис. 14.3. Соотношения между анализом риска и другими действиями по управлению риском

14.3.1. Определение области применения риск-анализа

Определение области применения анализа риска включает в себя перечисленные ниже стадии.

1. Описание событий и/или проблем, повлекших проведение риск-анализа:

формулировка задач исследований, основанных на внушающих тревогу идентифицированных потенциальных опасностях;

определение критериев работоспособности/отказа системы; основными потенциально опасными моментами могут быть нежелательные состояния системы, например отказ системы, выброс ядовитого материала и т. п.

2. Описание исследуемой системы:

общее описание системы;

определение границ и областей контакта со смежными системами;

описание условий окружающей среды;

выделение видов энергии, материалов и информации, превышающих допустимые границы;

определение рабочих условий и состояний системы, на которые распространяется анализ риска, и соответствующие ограничения.

3. Подбор персонала для проведения риск-анализа — в состав данный группы рекомендуется включать специалистов промышленного объекта (или соответствующей проектной организации) и органов Ростехнадзора.

4. Установление источников, предоставляющих подробную информацию о всех технических, связанных с окружающей средой, правовых, организационных и человеческих факторах, имеющих отношение к анализируемым действиям и проблеме; в частности, должны быть описаны любые обстоятельства, касающиеся безопасности.

5. Описание используемых предложений и ограничивающих условий при проведении анализа.

6. Разработка формулировок решений, которые могут быть приняты, описание требуемых выходных данных, полученных по результатам исследований и от лиц, принимающих решения.

На разных этапах жизненного цикла опасного объекта могут определяться конкретные цели анализа риска.

На этапе размещения или проектирования целью риск-анализа могут быть:

выявление опасностей и количественная оценка риска с учетом воздействия поражающих факторов аварии на персонал, население, материальные объекты, окружающую природную среду;

обеспечение учета результатов риск-анализа при изучении приемлемости предложенных решений и выборе оптимальных вариантов размещения оборудования, объекта с учетом особенностей окружающей местности;

обеспечение информацией, необходимой для разработки инструкций, технологического регламента и планов ликвидации аварийных ситуаций, действий в чрезвычайных ситуациях;

оценка альтернативных конструкторских предложений.

На этапе эксплуатации и реконструкции целью риск-анализа могут быть:

сравнение условий эксплуатации объекта с соответствующими требованиями безопасности;

уточнение информации об основных опасностях;

разработка рекомендаций по организации деятельности органов Ростехнадзора (например, по обоснованию, изменению нормативных требований или решения о взятии объекта под надзор, по вопросам лицензирования, определения частоты проверок состояния безопасности производств и т. п.);

совершенствование инструкций по эксплуатации и техническому обслуживанию, планов локализации аварийных ситуаций и действий в чрезвычайных ситуациях;

оценка эффективности изменения в организационных структурах, приемах практической работы и технического обслуживания, в частности параметров безопасности.

На этапе вывода из эксплуатации (или ввода в эксплуатацию) целью риск-анализа могут быть:

выявление опасностей и оценка последствий аварий;

обеспечение информацией, необходимой для разработки, уточнения инструкций по выводу из эксплуатации (вводу в эксплуатацию).

14.3.2. Идентификация опасностей и предварительная оценка последствий

Основная задача этапа идентификации опасностей — выявление (на основе информации о безопасности данного объекта, данных экспертизы и опыта работы подобных систем) и четкое описание всех присущих системе опасностей. Под *опасностью* понимают источник потенциального ущерба, вреда или ситуацию, связанную с возможностью нанесения ущерба.

Предварительная оценка значения идентифицированных опасностей осуществляется на основе анализа последствий и изучения основных причин опасности. Обобщенные причины аварий на опасных промышленных объектах (в том числе на предприятиях химической, нефтехимической и нефтеперерабатывающей промышленности) перечислены в табл. 14.2.

Критерием опасности блоков технологической системы промышленного объекта является распределение опасных веществ и (или) их смесей с учетом возможности их неконтролируемого истечения (выброса), наличия источников их воспламенения (взрыва) и внешних (техногенных, природных) опасностей. *Опасными веществами* считают воспламеняющиеся, окисляющие, горючие, взрывчатые, токсичные, высокотоксичные вещества и вещества, представляющие опасность для окружающей природной среды.

Методы идентификации опасности в широком смысле делятся на три категории:

1. *Сопоставительные методы*, примерами которых являются составление ведомостей проверок, ранжирование опасностей на основе данных эксплуатации.

2. *Фундаментальные методы*, которые построены таким образом, чтобы стимулировать группу исследователей к использованию прогноза в сочетании с их знаниями для решения задачи идентификации опасностей путем постановки ряда вопросов типа «а что, если ... ?». Примерами методов данного типа являются исследования опасности и связанных с ней проблем (HAZOP), а также анализ видов и последствий отказов (FMEA).

3. *Методы индуктивного подхода*, такие, как построение логических диаграмм возможных последствий данного события (деревьев событий).

Таблица 14.2. **Причины аварий на опасных промышленных объектах**

№ п/п	Основные причины
	1. Технические причины
1.1	Неудовлетворительное состояние технических устройств, зданий, сооружений, в том числе: неудовлетворительное техническое состояние зданий и сооружений; неисправность технических устройств (оборудования); неисправность средств противоаварийной защиты, сигнализации или связи
1.2	Несовершенство технологии или конструктивные недостатки, в том числе: недостаточная изученность технологических процессов; несоответствие проектных решений условиям производства работ; конструктивное несовершенство технических устройств (оборудования); отсутствие средств противоаварийной защиты, сигнализации или связи; конструктивное несовершенство средств противоаварийной защиты, сигнализации или связи; отсутствие автоматизации опасных операций, механизации трудоемких работ
1.3	Нарушение технологии производства работ, в том числе: отступление от требований проектной (технологической) документации; нарушение регламента обслуживания технических устройств; нарушение регламента ремонтных работ; использование в технических устройствах конструкционных материалов или частей, не соответствующих проекту
	2. Организационные причины
2.1	Неправильная организация производства работ
2.2	Неэффективность производственного контроля за соблюдением требований промышленной безопасности
2.3	Умышленное отключение средств защиты, сигнализации или связи
2.4	Низкий уровень знаний требований промышленной безопасности
2.5	Нарушение производственной дисциплины, неосторожные (несанкционированные) действия исполнителей работ
2.6	Несовершенство технических требований

Предварительная оценка значения идентифицированных опасностей определяет выбор последующих действий:

принятие немедленных мер с целью исключения или уменьшения опасностей;

прекращение анализа, поскольку опасности или их последствия являются несущественными;

переход к оценке риска.

14.3.3. Оценка риска

Оценка риска включает в себя анализ частоты событий, анализ последствий выявленных событий и анализ неопределенностей результатов. Однако когда последствия незначительны или частота крайне мала, достаточно оценить один из параметров.

Для анализа и оценки частоты обычно применяют следующие подходы:

использование статистических данных по аварийности и надежности технологической системы, соответствующих типу объекта или виду деятельности (предыстория);

получение частот происходящих событий на основе аналитических или имитационных методов (дерево отказов, дерево событий и др.);

экспертная оценка путем учета мнения специалистов в данной области (методы Делфи, парных сопоставлений, классификации групп риска и др.).

Анализ последствий включает оценку воздействий на людей, имущество или окружающую среду. Для прогнозирования последствий необходимо оценить физические эффекты нежелательных событий (пожары, взрывы, выбросы токсичных веществ). В связи с этим необходимо использовать модели аварийных процессов и критерии поражения изучаемых объектов воздействия, понимать их ограничения.

Наиболее распространенными результатами вычислений при оценке риска являются:

прогнозируемая частота смертности или заболеваемости применительно к отдельному человеку (индивидуальный риск);

диаграммы частоты в зависимости от последствий ($F(N)$-кривые);

статистически ожидаемый размер потерь, экономических затрат или урона для окружающей среды от возникновения аварий;

распределение риска в соответствии с уровнем ущерба.

На этапе оценки риска необходимо проанализировать неопределенность и точность результатов. Имеется много неопределенностей, связанных с оценкой риска. Как правило, основными источниками неопределенностей являются недостатки информации по надежности оборудования (высокая погрешность значений) и человеческим ошибкам, а также принимаемые предположения, допущения используемых моделей аварийного процесса. Чтобы правильно интерпретировать результаты оценки риска, необходимо понимать неопределенности и их причины. Анализ неопределенности — это перевод неопределенности исходных параметров и предположений, использованных при оценке риска, в неопределенность результатов. Источники неопределенности должны быть идентифицированы и представлены в результатах.

При необходимости на заключительном этапе оценки проводится определение степени риска для всего объекта путем анализа и обобщения показателей риска выявленных событий.

14.4. Разработка рекомендаций по уменьшению риска

Меры по уменьшению риска могут иметь технический или организационный характер. В выборе типа предпринимаемых мер решающее значение имеет общая оценка действенности мер, имеющих влияние на риск.

На стадии эксплуатации опасного объекта организационные меры могут компенсировать ограниченные возможности для принятия крупных технических мер по уменьшению опасности.

При разработке мер по уменьшению риска необходимо учитывать, что вследствие возможной ограниченности ресурсов в первую очередь должны разрабатываться простейшие и связанные с наименьшими затратами рекомендации, а также меры на перспективу.

Во всех случаях, где это возможно, меры снижения вероятности аварии должны иметь приоритет над мерами уменьшения последствий аварий. Это означает, что выбор технических и организационных мер уменьшения опасности должен прежде всего преследовать цели:

а) уменьшения вероятности возникновения аварийной ситуации; сюда относятся:

меры уменьшения вероятности возникновения неполадки (отказа);

меры уменьшения вероятности перерастания неполадки в аварийную ситуацию;

б) уменьшения тяжести последствий аварии; сюда относятся:

меры, предусматриваемые при проектировании опасного объекта (например, выбор несущих конструкций);

меры, относящиеся к системам противоаварийной защиты и контроля;

меры, касающиеся организации, оснащенности и подготовленности противоаварийных служб.

Иными словами, в общем случае (при равной возможности реализации рекомендаций) первоочередными мерами обеспечения безопасности являются меры предупреждения аварии.

14.5. Методы риск-анализа

14.5.1. Основные сведения

При проведении анализа риска может использоваться широкий спектр методов, выбор которых определяется соображениями уместности и пригодности. В общем случае метод риск-анализа должен удовлетворять следующим требованиям:

быть научно обоснованным и соответствовать сложности и природе исследуемой системы;

давать результаты в форме, обеспечивающей понимание природы риска и способов его контроля;

быть типовым и обладать свойствами, обеспечивающими возможность прослеживания, повторения и контроля.

При выборе методов проведения анализа риска рекомендуется учитывать комплекс факторов, представленных на рис. 14.4.

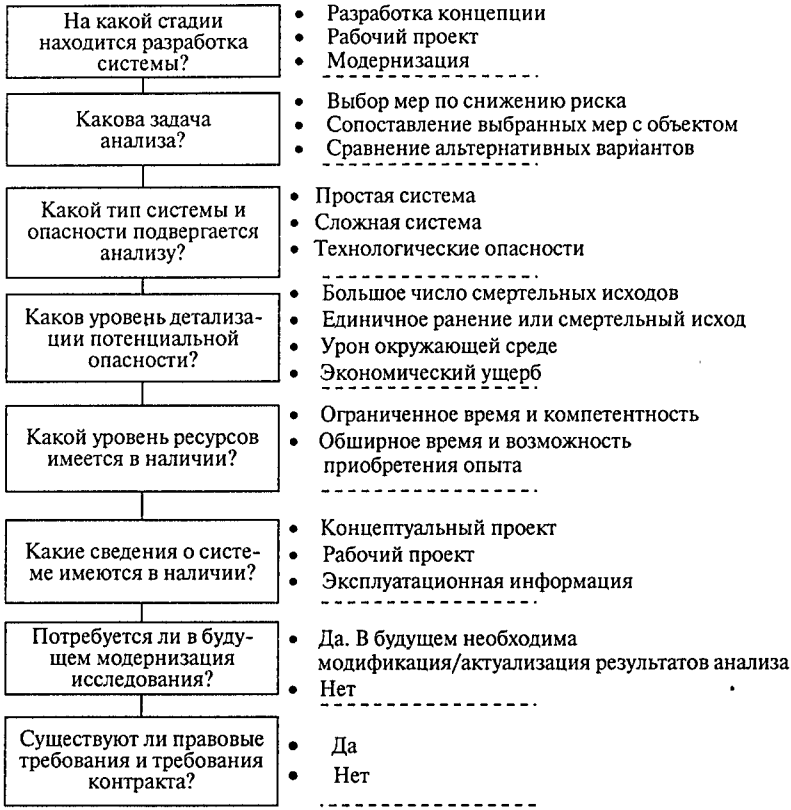


Рис. 14.4. Типовые рассуждения при выборе типа анализа риска и глубины его исследования

Таблица 14.3. **Наиболее распространенные методы, используемые при анализе риска**

Метод	Описание и применение
Анализ дерева событий (ETA)	Совокупность приемов идентификации опасности и анализа частот событий, в которых используется индуктивный подход с целью перехода от различных инициирующих событий к возможным исходам
Анализ видов и последствий отказов (FMEA); анализ видов, последствий и критичности отказов (FMECA)	Совокупность приемов идентификации главных источников опасности и анализа частот, с помощью которых анализируются все аварийные состояния данной единицы оборудования на предмет их влияния как на другие компоненты системы, так и на систему в целом
Анализ дерева отказов (FTA)	Совокупность приемов идентификации опасности и анализа частот нежелательного события, с помощью которых определяются все пути реализации события. Используется графическое изображение

Продолжение

Метод	Описание и применение
Исследование опасности и связанных с ней проблем (HAZOP)	Совокупность приемов идентификации фундаментальной опасности, при помощи которых оценивается каждая часть системы с целью обнаружения того, могут ли происходить отклонения от назначения конструкции и какие последствия это может повлечь
Анализ влияния человеческого фактора (HRA)	Совокупность приемов анализа частот события в области воздействия людей на показатели работы системы, при помощи которых определяется влияние ошибок человека на надежность
Предварительный анализ опасности (PHA)	Совокупность приемов идентификации опасности и анализа частот, используемых на ранней стадии проектирования с целью идентификации опасностей и оценки их критичности
Построение структурной схемы надежности (RBD)	Совокупность приемов анализа частот, на основе которых создается модель системы, резервов ее применения и нагружения для оценки надежности системы

Таблица 14.4. **Дополнительные методы, используемые при анализе риска**

Метод	Описание и применение
Классификация групп риска по категориям	Классификация видов риска по категориям в порядке приоритетности групп риска
Составление ведомостей проверок	Составление перечней типовых опасных веществ и/или источников потенциальных аварий, которые нуждаются в рассмотрении. С их помощью можно оценивать соответствие законам и стандартам
Общий анализ отказов	Метод предназначен для установления того, возможен ли случайный отказ (авария) ряда различных частей или компонентов в рамках системы, и для оценки его вероятного суммарного эффекта
Метод построения моделей описания последствий	Оценка воздействия события на людей, имущество или окружающую среду. Используются как упрощенные аналитические подходы, так и сложные компьютерные модели
Метод Делфи	Способ комбинирования экспертных оценок, которые могут обеспечивать проведение анализа частоты, моделирования последствий и/или оценки риска
Метод оценки индексов опасности	Совокупность приемов по идентификации/оценке опасности, которые могут быть использованы для ранжирования различных вариантов системы и определения менее опасных вариантов
Метод Монте-Карло и другие методы моделирования	Совокупность приемов анализа частоты, в которых используется модель системы для оценки вариаций исходных условий и допущений
Метод парных сопоставлений	Способ оценки и ранжирования совокупности рисков путем их попарного сравнения
Анализ данных по эксплуатации	Совокупность приемов, которые могут быть использованы для выявления потенциально проблемных областей, а также для анализа частоты, основанного на данных об авариях, о надежности и проч.
Анализ скрытых процессов	Метод выявления скрытых процессов и путей, которые могли бы привести к наступлению непредвиденных событий

Перечни наиболее распространенных и дополнительных методов риск-анализа приведены в табл. 14.3 и 14.4 соответственно. Методы могут применяться самостоятельно или в дополнение друг к другу, причем качественные методы могут включать количественные критерии риска. Полный количественный анализ риска может включать все указанные методы.

14.5.2. Предварительный анализ опасности

Предварительный анализ опасности (Process Hazards and Analysis — PHA) представляет собой индуктивный метод исследований, задачей которого является идентификация опасностей, опасных ситуаций и событий, которые могут причинить вред некой деятельности или системе. Чаще всего его принято проводить на ранней стадии разработки проекта промышленного объекта, когда информации по структуре, конструкции, деталям и рабочим процедурам очень мало. Данный метод может оказаться полезным также в тех случаях, когда анализируются существующие системы или устанавливаются приоритеты опасностей, где обстоятельства препятствуют использованию более обширной совокупности технических приемов.

При проведении PHA вырабатывается перечень опасностей и опасных ситуаций общего характера посредством рассмотрения следующих факторов:

а) используемые или производимые материалы и их способность вступать в реакции;

б) применяемое оборудование;

в) условия окружающей среды;

г) схема расположения;

е) области контакта и взаимодействия между компонентами системы и т. д.

Реализация данного метода завершается определением сценариев аварии, качественной оценкой возможного вреда или ущерба здоровью, который мог бы быть нанесен, и идентификацией возможных исправительных мер. Результаты анализа представляют различными способами, например в виде таблиц или деревьев событий.

14.5.3. Анализ дерева событий

Возникновение и развитие крупных аварий часто характеризуется комбинацией случайных локальных событий, возникающих с различной частотой на разных стадиях (отказы оборудования, человеческие ошибки, внешние воздействия, разрушение, выброс, пролив вещества, рассеяние веществ, воспламенение, взрыв, интоксикация и т. д.). Для выявления причинно-следственных свя-

зей между этими событиями используют логико-графический метод анализа дерева событий (АДС, или Event Tree Analysis — ETA).

Анализ дерева событий — алгоритм построения последовательности событий, исходящих из основного события (аварийной ситуации), т. е. развития аварийной ситуации (рис. 14.5). АДС представляет собой индуктивный тип анализа, в котором основным задаваемым вопросом является «что случится, если ...?». Предполагается, что каждое событие в последовательности представляет собой исправность или неисправность.

Вероятности на дереве событий являются условными вероятностями. Частота каждого сценария развития аварийной ситуации рассчитывается путем умножения частоты основного события на вероятность конечного события (например, аварии с разгерметизацией аппарата с пожаровзрывоопасным веществом в зависимости от условий могут развиваться как с воспламенением, так и без воспламенения вещества).

Подготовка и разработка достаточно точного дерева событий занимает много времени и требует определенного опыта. Процедура выполнения этой работы иллюстрируется схемой, приведенной на рис. 14.6.

Построение дерева событий и анализ исследуемого объекта производятся следующим образом.

1. Определяют аварийное инициирующее событие. Данное событие четко формулируют, приводят признаки его точного распознавания. Для определения целесообразно пользоваться методами идентификации опасности, т. е. рассматривать проектную документацию на ремонт оборудования, диспетчерские журналы или другую аналогичную информацию. Если аварийное событие сразу определить не удается, то производится анализ работы технологического процесса с учетом изменения состояний работоспособности оборудования, нарушений и ошибок операторов и т. д.

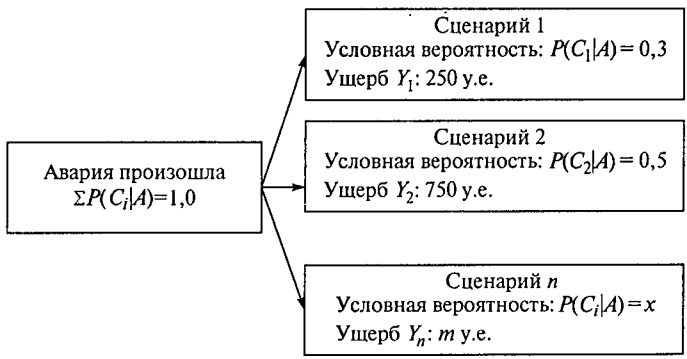


Рис. 14.5. Схема анализа развития аварии методом дерева событий (вертикальная черта означает условную вероятность)

Рис. 14.6. Последовательность построения дерева событий

Примеры инициирующего события для объектов химической технологии: разрыв реактора, выход реакции из-под контроля, пожар на технологической линии.

2. Проводят сбор сведений о работе системы, подлежащей анализу. Вся информация, которая может помочь разобраться в работе системы, должна быть собрана и изучена: принципиальные схемы, карты технологического процесса, схемы трубопроводов и приборного оснащения, технологический регламент, инструкции и т. д.

3. После определения инициирующего аварийного события последовательно определяют те события, которые при определенных условиях могут им быть инициированы, а затем для каждого из этих событий рассматривают условия, его вызывающие.

4. Квалифицированные эксперты проверяют правильность построения дерева событий. Цель этой контрольной проверки — убедиться в том, что:

а) дерево событий отвечает поставленным целям;

б) система и ее действие описываются полно и ясно;

в) входные события логических схем необходимы и достаточны для образования выходных событий.

Подобная экспертная проверка снижает вероятность субъективных ошибок разработчиков, повышает точность и полноту описания аварийной ситуации.

5. Качественно и количественно исследуют дерево событий. Качественный анализ заключается в сопоставлении различных маршрутов от инициирующего события к результирующим и определении критических (наиболее опасных) сценариев развития аварии. При количественном исследовании рассчитывают вероятность и частоту возникновения всех возможных событий.

6. Разрабатывают рекомендации по улучшению показателей безаварийности объекта исследований.

Недостатком метода дерева событий является то, что всегда существует вероятность упустить из виду некоторые важные инициирующие события. Более того, в случае дерева событий мы имеем дело только с состояниями успеха и отказа. Возникает трудность с включением запаздывающего успеха или возвратных событий.

Метод дерева событий является трудоемким и применяется, как правило, для анализа проектов или модернизации сложных технических систем и производств.

14.5.4. Анализ видов и последствий отказов

Анализ видов и последствий отказов (АВПО, или Failure Mode and Effects Analysis — FMEA) — формализованная, контролируемая процедура анализа промышленного объекта, заключающаяся в выделении на некотором уровне разукрупнения его структуры возможных (наблюдаемых) отказов разного вида, в моделировании причинно-следственных связей, обусловливающих их возникновение, и возможных (наблюдаемых) последствий этих отказов на данном и вышестоящих уровнях, а также в качественной оценке и ранжировании отказов по тяжести их последствий.

Анализ вида и последствий отказа можно расширить до количественного анализа вида, последствий и критичности отказа (АВПКО, или Failure Mode, Effects and Critical Analysis — FMECA).

Основные термины АВПКО:

Вид отказа — совокупность возможных или наблюдаемых отказов элемента и/или системы, объединенных в некоторую классификационную группу по общности одного или нескольких признаков (причины, механизм возникновения, внешние проявления и другие признаки, кроме последствий отказа).

Тяжесть последствий отказа — качественная или количественная оценка вероятного (наблюдаемого) ущерба от отказа элемента и/или системы.

Показатель критичности отказа — количественная характеристика критичности отказа, учитывающая его вероятность за время эксплуатации и тяжесть возможных последствий.

Критический отказ — отказ системы или ее элемента, тяжесть последствий которого в пределах данного анализа признана недопустимой и требует принятия специальных мер по снижению ве-

роятности этого отказа и/или возможного ущерба, связанного с его возникновением.

Критичный элемент — элемент системы, отказ которого может быть критическим.

Критичный технологический процесс — технологический процесс, применяемый при изготовлении и/или монтаже системы или ее элементов, нарушение параметров которого или вносимые в ходе которого дефекты могут быть причиной критического отказа.

АВПО (АВПКО) проводят одним из следующих методов:

структурный;

функциональный;

комбинированный.

Структурные методы относят к классу индуктивных (анализ «снизу вверх»), применяемых для относительно простых объектов, отказы которых могут быть четко локализованы, а последствия каждого отказа элементов выбранного начального уровня разукрупнения могут быть прослежены на всех вышестоящих уровнях структуры объекта.

Общая схема (алгоритм) АВПО (АВПКО) структурным методом включает следующие основные операции:

в соответствии с планом анализа устанавливают минимальный уровень разукрупнения, с которого начинают АВПО;

на основе функциональной блок-схемы объекта идентифицируют все элементы выбранного уровня разукрупнения;

для каждого идентифицированного элемента данного уровня на основе имеющихся классификаторов отказов, инженерного анализа, имеющихся априорных данных, опыта и знаний исследователя составляют перечень возможных видов отказов данного элемента;

для каждого вида отказов выбранного элемента определяют его возможные последствия на рассматриваемом и следующих уровнях структуры объекта;

для элементов, отказы которых определенного вида непосредственно приводят к отказу объекта или снижению качества его функционирования, оценивают категорию тяжести последствий отказов (при АВПО) или рассчитывают показатели критичности (при АВПКО);

повторяют описанные выше операции последовательно для элементов всех вышестоящих уровней разукрупнения. Последствия отказов элементов нижестоящего уровня, которые не могут быть выражены в виде влияния на функционирование элементов рассматриваемого уровня, считают самостоятельными видами отказов на данном уровне;

выделяют отказы, категория тяжести последствий или оценки показателей критичности которых превосходят пределы, установленные планом анализа, а элементы, соответствующие этим отказам, включают в перечень критичных элементов.

Для каждого критичного элемента:

определяют наличие и оценивают достаточность предусмотренных средств и методов обнаружения, локализации и индикации отказов;

определяют возможные меры, обеспечивающие сохранение работоспособности объекта при возникновении данного отказа (введение резервирования, перестраиваемая структура, изменение алгоритма функционирования), и оценивают целесообразность их применения;

определяют возможные меры по снижению вероятности отказов (применение в облегченном режиме, введение защиты от перегрузок, дополнительных проверок и испытаний в процессе изготовления и эксплуатации, введение профилактического обслуживания и плановых замен в эксплуатации и т. п.) и оценивают их эффективность;

определяют возможные способы предупреждения наиболее опасных последствий отказов (аварийная защита и сигнализация, специальные правила поведения персонала при возникновении отказов и т. п.).

Функциональные методы АВПО (АВПКО) относят к классу дедуктивных (анализ по схеме «сверху вниз»), применяемых для сложных многофункциональных объектов, отказы которых трудно априорно локализовать и для которых характерны сложные зависимые отказы.

Общая схема (алгоритм) АВПО (АВПКО) функциональным методом включает следующие операции:

идентифицируют все функции, выполняемые объектом;

для каждой функции на основе априорных данных, опыта исследователя, инженерного анализа и другими доступными способами определяют перечень возможных нарушений (отклонений) данной функции;

для каждого нарушения функции оценивают качественно тяжесть возможных последствий этого нарушения (путем АВПО) или количественно — ожидаемый ущерб (при проведении АВПКО);

выделяют критические нарушения функции, тяжесть возможных последствий которых или ущерб от которых превосходят пределы, установленные планом анализа;

для каждого выделенного критического нарушения, принимая его возникновение в качестве «вершинного события», строят дерево отказов, охватывающее отказы элементов всех уровней разукрупнения, вплоть до нижнего уровня, установленного планом анализа;

при помощи построенного дерева выделяют одиночные элементы, приводящие к критическому нарушению функций изделия, и сочетания элементов, совместные отказы которых ведут к указанному нарушению;

оценивают вероятности отказов одиночных элементов и вероятности выделенных комбинаций отказов элементов, с использо-

ванием которых при проведении АВПКО рассчитывают показатели критичности соответствующих отказов (сочетаний отказов);

составляют перечни критичных элементов в соответствии с общими правилами, изложенными выше.

Для сложных объектов АВПКО (АВПО) проводят, как правило, комбинированными методами, сочетающими элементы структурных и функциональных методов.

Независимо от применяемого метода АВПО (АВПКО) в качестве первого этапа анализа применяют:

составление перечня и описаний всех задач, выполняемых объектом в эксплуатации, и необходимых для реализации каждой задачи рабочих функций объекта в целом и его элементов, вплоть до установленного для данного этапа анализа или предельно возможного уровня разукрупнения. При этом идентифицируют все элементы заданного и вышестоящего уровней, участвующие в выполнении каждой функции объекта;

описание режимов и условий выполнения каждой задачи в виде временны́х диаграмм и циклограмм нагружения объекта и его элементов;

составление функциональной блок-схемы объекта и структурной схемы его надежности.

При категорировании отказов по тяжести их последствий должны учитываться следующие факторы в различных сочетаниях:

опасность отказа (с учетом немедленных и отдаленных последствий) для жизни и здоровья людей (в том числе не связанных непосредственно с эксплуатацией объекта), для окружающей среды, для целостности и сохранности самого объекта, другого имущества и материальных объектов;

влияние отказа на качество функционирования объекта и полноту выполнения им назначенных функций, возможный ущерб любого вида (материальный, моральный, политический и др.), обусловленный снижением качества функционирования объекта или невыполнением объектом определенных функций (поставленных задач);

скорость развития неблагоприятных последствий отказа, определяющая возможность принятия соответствующих мер защиты от них.

Пример возможной классификации отказов с учетом перечисленных факторов приведен в табл. 14.5.

Ранжирование отказов при АВПО осуществляется с использованием матриц «вероятность отказа — тяжесть последствий» (табл. 14.6).

Критичность отказов при АВПКО оценивают с использованием показателей, учитывающих для каждого анализируемого отказа объекта:

вероятность его возникновения за время эксплуатации;

Таблица 14.5. **Пример шкалы для установления категории тяжести последствий отказов**

Категория тяжести последствий отказов	Характеристика тяжести последствий отказов
IV	Отказ, который быстро и с высокой вероятностью может повлечь за собой значительный ущерб для самого объекта и/или окружающей среды, гибель или тяжелые травмы людей, срыв выполнения поставленной задачи
III	Отказ, который быстро и с высокой вероятностью может повлечь за собой значительный ущерб для самого объекта и/или для окружающей среды, срыв выполняемой задачи, но создает пренебрежимо малую угрозу жизни и здоровью людей
II	Отказ, который может повлечь задержку выполнения задачи, снижение готовности и эффективности объекта, но не представляет опасности для окружающей среды, самого объекта и здоровья людей
I	Отказ, который может повлечь снижение качества функционирования объекта, но не представляет опасности для окружающей среды, самого объекта и здоровья людей

условные вероятности наступления всех возможных неблагоприятных последствий отказа, если он может сопровождаться несколькими различными по характеру и тяжести последствиями;

размер возможного ущерба вследствие наступления каждого из ожидаемых последствий отказов.

Промежуточные и итоговые результаты анализа видов, последствий и критичности отказов представляются в виде таблиц с перечнем оборудования, видов и причин возможных отказов, ча-

Таблица 14.6. **Пример матрицы «вероятность отказа — тяжесть последствий»**

Ожидаемая частота возникновения отказа	Тяжесть последствий отказа			
	катастрофический отказ (категория IV)	критический отказ (категория III)	некритический отказ (категория II)	отказ с пренебрежимо малыми последствиями (категория I)
Частый отказ	A	A	A	C
Вероятный отказ	A	A	B	C
Возможный отказ	A	B	B	D
Редкий отказ	A	B	C	D
Практически невероятный отказ	B	C	C	D

Примечание. Ранги отказов: A — обязателен углубленный количественный анализ критичности; B — желателен количественный анализ критичности; C — можно ограничиться качественным анализом; D — анализ не требуется.

стот, последствий, критичности, средств обнаружения неисправности и рекомендаций по уменьшению опасности. Примеры форм рабочих листов для проведения АВПКО приведены в приложении П.14.

14.5.5. Исследование опасности

Метод анализа опасности и работоспособности (Hazard and Operability Study — HAZOP), применимый к процессам и периодического, и непрерывного действия, предназначен для изучения влияния отклонений технологических параметров (температуры, давления и др.) от регламентных значений с точки зрения возникновения опасности. Основная идея метода состоит в том, что существующие или развивающиеся неполадки проявляются в отклонении режимных переменных от наблюдаемой нормы.

Ключевыми задачами процедуры HAZOP являются:

а) составление полного описания объекта или процесса, включая предполагаемое состояние конструкции;

б) систематическая проверка каждой части объекта или процесса с целью обнаружения путей возникновения отклонений от проектного замысла;

в) принятие решения о возможности возникновения опасности или проблем, связанных с данными отклонениями.

На стадии эксплуатации промышленного объекта исследование HAZOP начинается с изучения режимных переменных и отклонений их от нормы. Для проведения проверки необходимо иметь полное описание технологического процесса, чтобы выявить, как может произойти отклонение от проектного режима работы, и решить, может ли это отклонение создать опасность. Проверке подвергается по очереди каждая часть анализируемого объекта. При проверке каждой части ставится ряд вопросов, сформулированных на основе ключевых слов-указателей, стимулирующих индивидуальное мышление исследователей и побуждающих к коллективному обсуждению. Конкретное сочетание этих слов с технологическими параметрами определяется спецификой производства.

Примерное содержание слов-указателей следующее:

НЕТ — отсутствие прямой подачи вещества, когда она должна быть;

БОЛЬШЕ (*МЕНЬШЕ*) — увеличение (уменьшение) значений режимных переменных (температуры, давления, потока) по сравнению с заданными;

ТАК ЖЕ, КАК — появление дополнительных компонентов (воздух, вода, примеси);

ДРУГОЙ — состояние, отличающееся от обычной работы установки (пуск, остановка, повышение производительности и т. д.);

ИНАЧЕ, ЧЕМ — полное замещение процесса, непредвиденное событие, разрушение, разгерметизация оборудования;

ОБРАТНЫЙ — логическая противоположность замыслу, появление обратного потока вещества.

Фактически слова-указатели используются для того, чтобы с помощью разработанных на их основе вопросов можно было бы изучить все возможные отклонения от проекта. При проверке обычно выявляется ряд отклонений, каждое из которых должно быть тщательно изучено для того, чтобы выяснить, что явилось причиной этих отклонений и какие последствия они могут иметь, и проводится систематическое исследование каждого отклонения от нормальных условий — как в прямом направлении (к каким последствиям эти отклонения могут привести), так и в обратном (каковы могут быть причины возникновения этих отклонений).

Некоторые из причин могут быть нереальными, поэтому последствия предполагаемых отклонений следует отвергнуть как не имеющие смысла. В некоторых случаях последствия могут быть незначительными, и в дальнейшем они не рассматриваются. Тем не менее возможны такие отклонения, причины которых вполне реальны, а последствия потенциально опасны. Эти потенциальные опасности следует фиксировать для принятия корректирующих мероприятий.

После проверки одной части объекта исследования и регистрации всех связанных с ней потенциальных опасностей проводится проверка следующих частей. Эта процедура повторяется до тех пор, пока не будет обследован весь объект.

В некоторых случаях, когда опасность может быть устранена с помощью решений, не оказывающих влияния на работу других элементов технологической системы, целесообразно провести модификацию конструкции потенциально опасного элемента, что, однако, не всегда осуществимо, например из-за недостатка или отсутствия необходимой информации о работе этого и связанных с ним элементов.

При подготовке рабочего проекта промышленного объекта применяется одна из наиболее распространенных форм HAZOP, носящая название HAZOP II.

Исследование HAZOP II предусматривает следующие этапы:

определение целей, задач и области применения исследования, например выделение опасности, характеризующейся только нелокальными последствиями или только локальными последствиями, участков объекта, подлежащих рассмотрению, и т. д.;

комплектование группы по исследованию HAZOP; данная группа должна состоять из проектировщиков и эксплуатационщиков, обладающих достаточной компетентностью для оценки последствий отклонений от условий функционирования системы;

сбор необходимой документации, чертежей и описаний технологического процесса. Сюда входят графики последовательности технологических операций; чертежи трубопроводов и измерительного оборудования; технические условия на оборудование, трубопроводы и измерительную аппаратуру; логические диаграммы управления технологическим процессом; проектные схемы; методики эксплуатации и технического обслуживания; методики реагирования на чрезвычайные ситуации и т. д.;

анализ каждой основной единицы оборудования и всего вспомогательного оборудования, трубопроводов и контрольно-измерительной аппаратуры с использованием документов, собранных на предыдущем этапе. В первую очередь определяется цель проектирования технологического процесса, затем производится коллективное обсуждение с использованием слов-указателей, приведенных выше, применительно к каждой линии и единице оборудования по отношению к таким переменным процесса, как температура, давление, расход, уровень и химический состав;

документальное фиксирование любого отклонения от нормы и соответствующих состояний, а также выявление способов обнаружения и/или предупреждения отклонения.

Результаты анализа представляют на специальных технологических листах (в таблицах).

Степень опасности отклонений может быть определена количественно путем оценки вероятности и тяжести последствий рассматриваемой ситуации по критериям критичности.

Отметим, что метод HAZOP помимо идентификации опасностей и их ранжирования позволяет выявить неясности и неточности в инструкциях по безопасности и способствует их дальнейшему совершенствованию. Недостатки метода связаны с затрудненностью его применения для анализа комбинаций событий, приводящих к аварии.

14.5.6. Анализ влияния человеческого фактора

Метод анализа влияния на надежность промышленных объектов человеческого фактора (Human Reliability Analysis — HRA) используется для оценки воздействия ошибок обслуживающего персонала на работоспособность и безопасность оборудования.

Многие технологические процессы содержат потенциальные возможности для человеческих ошибок, особенно в тех случаях, когда время для принятия решений очень мало. Иногда возможности персонала ограничиваются его действиями по предотвращению начальной неисправности, прогрессирующей в направлении аварии.

При помощи HRA идентифицируются разнообразные типы ошибочных действий, в том числе:

а) ошибка по оплошности, недосмотр, выразившийся в невыполнении требуемого действия;

б) ошибка несоответствия, которая может заключаться в следующем:

выполнение требуемого действия несоответствующим образом;

выполнение требуемого действия с неоправданно большим или слишком малым усилием либо без необходимой точности;

выполнение требуемого действия в неподходящее для него время;

неправильная очередность выполнения требуемых действий;

выполнение лишнего или ненужного действия вместо требуемого действия или в дополнение к нему.

HRA может включать в себя следующие этапы:

определение задачи, подлежащей анализу (Task Analysis — TA);

выявление ошибки персонала (Human Errors or Interactions — HEI), предполагающее идентификацию и описание возможных ошибочных действий при исполнении задачи (последствия и причины), предложение мер по снижению вероятности ошибки, совершенствованию перспектив исправления и/или уменьшения последствий ошибочных действий. Результаты HEI обеспечивают ценный вклад в управление риском даже в том случае, если не проводится никакая человеческая оценка ошибочных действий;

количественное определение влияния на надежность человеческого фактора (Human Reliability Quantifacation — HRQ). Целью HRQ является оценка вероятности правильного выполнения задачи или вероятности ошибочных действий, вероятности или частоты определенных последовательностей нежелательных событий или исходов, связанных с человеческим фактором.

14.6. Примеры применения методов анализа опасности и оценки риска

Качественный анализ опасности. В табл. 14.7 представлен фрагмент результатов исследования HAZOP цеха холодильно-компрессорных установок, включающих также экспертные балльные оценки вероятности возникновения рассматриваемого отклонения В, тяжести последствий Т и показателя критичности К = В + Т. Показатели В и Т определялись по 4-балльной шкале (балл, равный 4, соответствует максимальной опасности).

Анализ дерева событий. Пример дерева событий для количественного анализа различных сценариев аварии на установке переработки нефти приведен на рис. 14.7.

Показатели риска аварий на магистральных нефтепроводах. Основными количественными показателями риска аварий на магистральных нефтепроводах являются интегральные (по всей длине трассы) и удельные (на единицу длины) значения:

Таблица 14.7. **Образец рабочего листа исследования HAZOP**

Ключевое слово	Отклонение	Причины	Последствия	В	Т	К	Рекомендации
Меньше	Нет потока вещества	Разрыв трубопровода	Выброс аммиака	2	4	6	Установить систему аварийной сигнализации
		Отказ в системе электропитания	Опасности нет	3	1	4	Повысить надежность системы резервирования
Больше	Повышение давления нагнетания компрессора	Закрыт нагнетательный вентиль	Разрушение компрессора и выброс аммиака	1	2	3	Заменить реле давления, предохранительный и обратные клапаны
		Отсутствует или недостаточная подача воды на конденсатор	То же	1	2	3	—
		Наличие большого количества воздуха в конденсаторе	Образование взрывоопасной смеси	1	3	4	—
		Нет протока воды через охлаждающую рубашку компрессора	Разрушение компрессора и выброс аммиака	1	2	3	Установить реле температуры на компрессорах ВД и НД
		Чрезмерный перегрев паров аммиака на всасывании	То же	1	2	3	—
Меньше	Понижение давления всасывания	Повышенная производительность компрессора	Опасности нет	1	1	2	Проверить реле давления

частоты аварий (числа случаев) утечки нефти в год;

ожидаемых среднегодовых площадей разливов и потерь нефти от аварий;

ожидаемого ущерба (суммы ежегодных компенсационных выплат за загрязнение окружающей среды и стоимости потерянной нефти).

На рис. 14.8 представлено распределение ожидаемого ущерба вдоль трассы магистрального нефтепровода.

Оценки риска могут быть использованы при обосновании страховых тарифов при страховании ответственности за ущерб окру-

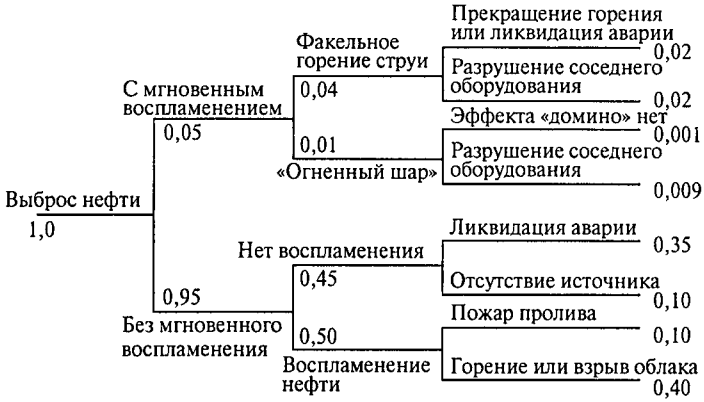


Рис. 14.7. Дерево событий для аварии на установке первичной переработки нефти. Числа — условные вероятности (см. описание метода дерева событий в данной главе)

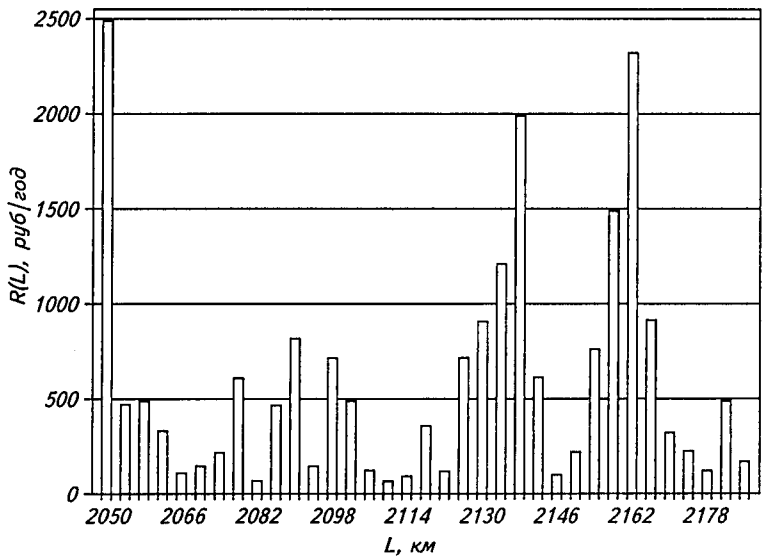


Рис. 14.8. Распределение ожидаемого ущерба вдоль трассы магистрального нефтепровода

жающей среде от аварий и выработке мер безопасности. В частности, линейные участки нефтепроводов с наиболее высокими показателями риска должны быть приоритетными при проведении внутритрубной диагностики или ремонта трубопроводов.

Глава 15

ОСТАТОЧНЫЙ РЕСУРС ОБОРУДОВАНИЯ: ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Продление сроков эксплуатации химико-технологического оборудования является огромным резервом повышения эффективности использования оборудования и экономии материальных ресурсов, но при этом возникает серьезная проблема обеспечения надежности и безопасности производства. Одним из основных аспектов решения этих проблем является разработка методологии оценки остаточного ресурса оборудования.

Определение остаточного ресурса эксплуатируемого объекта относится к классу задач индивидуального прогнозирования и включает решение таких научно-технических проблем, как оценка текущего состояния и развитие этого состояния в ближайшем будущем, оценка вероятностей наступления отказов и прогнозирование аварийных ситуаций, оценка риска по отношению к опасным аварийным ситуациям. На основе этого прогноза устанавливается предельно допустимый срок эксплуатации оборудования или назначается срок очередного контроля состояния исследуемого объекта.

Основой для прогнозирования остаточного ресурса служит следующая информация:

диагностические данные о состоянии объекта, данные текущего оперативного контроля в процессе эксплуатации;

данные о нагрузках и условиях воздействия окружающей среды на объект;

экспериментальные сведения об элементах, определяющих ресурс.

Существует два основных направления определения остаточного ресурса: первое основано на физических предпосылках, второе использует вероятностные методы оценки остаточного ресурса.

Использование чисто физических методов оценки остаточного ресурса ограничено из-за того, что физические методы, как правило, не учитывают многообразие реальных условий эксплуатации, в связи с этим значения показателей ресурса, рассчитанные на основе физических предпосылок, часто во много раз превышают значения, полученные путем обработки статистических данных.

Применение вероятностных методов оценки остаточного ресурса требует получения статистической информации о ресурсе анализируемых объектов, что затруднительно экономически и требует слишком продолжительного времени. Кроме того, необходимо выполнение условия статистической устойчивости, а это для изделий в единичном исполнении сомнительно.

Наиболее перспективным направлением определения остаточного ресурса является использование физических представлений о ресурсных свойствах с применением вероятностных методов.

В данном пособии предлагаются как статистические методы оценки остаточного ресурса, так и методы, основанные на учете основных физических воздействий, определяющих ресурс химико-технологического оборудования, а также методы, основанные на совместном использовании тех и других принципов.

15.1. Основные понятия и определения

Под остаточным (после времени t_k) ресурсом объекта понимается его наработка начиная с момента t_k до перехода в предельное состояние при установленных режимах применения и условиях эксплуатации.

Если t — наработка объекта от начала эксплуатации до перехода его в предельное состояние, то остаточный ресурс $t_{ост}(t_k)$ после момента времени t_k равен

$$t_{ост}(t_k) = t - t_k,$$

где $t \geq t_k$.

Поскольку $t_{ост}$ является случайной величиной, то для ее оценки используются следующие числовые характеристики:

средний остаточный ресурс $\overline{t}(t_k)$, определяемый как математическое ожидание остаточного ресурса после времени t_k;

гамма-процентный остаточный ресурс $t_{ост\,\gamma}(t_k)$, определяемый как наработка начиная с некоторого момента времени t_k, в течение которой безотказно проработавший объект будет иметь значение условной вероятности безотказной работы

$$\frac{P[t_k + t_{ост\gamma}(t_k)]}{P(t_k)} = \gamma,$$

где $0 < \gamma < 100$.

Средний остаточный ресурс определяется по формуле

$$\overline{t}_{ост}(t_k) = \frac{1}{P(t_k)} \int_{t_k}^{\infty} P(t_т)\mathrm{d}t, \qquad (15.1)$$

где $t_т$ — текущая наработка; t_k — наработка, начиная с которой определяется остаточный ресурс; $P(t_т)$ — вероятность безотказной работы за время $t_т$.

Гамма-процентный остаточный ресурс $t_{ост\,\gamma}(t_k)$ есть корень уравнения

$$P(t_т) = \gamma \qquad (15.2)$$

относительно $t = t_{\text{ост}\,\gamma}(t_k)$ при заданном значении γ. Гамма-процентный остаточный ресурс используется в том случае, когда продлеваемый период эксплуатации определяется по количеству отказов.

Оценки показателей среднего остаточного ресурса $\overline{t}_{\text{ост}}(t_k)$ и гамма-процентного остаточного ресурса $t_{\text{ост}\,\gamma}(t_k)$ могут быть получены из следующих соотношений:

$$\overline{t}_{\text{ост}}(t_k) \geq \frac{t - t_k}{P(t_k)}; \tag{15.3}$$

$$t_{\text{ост}\,\gamma}(t_k) \geq t_\gamma - t_k. \tag{15.4}$$

Для случая, когда вероятность безотказной работы $P(t_\text{т})$ в интервале $(0, t_k)$ выпукла книзу, т. е. $P''(t_\text{т}) > 0$, справедлива следующая оценка:

$$\overline{t}_{\text{ост}}(t_k) \geq \frac{t - 0{,}5t_k + [1 + P(t_k)]}{t_k}. \tag{15.5}$$

Для объектов с монотонно убывающей интенсивностью отказов во времени $\lambda(t_\text{т})$ справедливо соотношение

$$\overline{t}_{\text{ост}}(t_k) > \frac{1}{\lambda(t_k)}, \tag{15.6}$$

где $(t_k > 0)$.

Для объектов с монотонно возрастающей интенсивностью отказов во времени $\lambda(t_\text{т})$ справедливо соотношение

$$\overline{t}_{\text{ост}}(t_k) < \frac{1}{\lambda(t_k)}. \tag{15.7}$$

Если же нет отказов, то оценку $\overline{t}_{\text{ост}}(t_k)$ можно получить из соотношения

$$\overline{t}_{\text{ост}}(t_k) \geq t_\text{н} - t_k, \tag{15.8}$$

где $t_\text{н}$ — нижняя доверительная граница для среднего ресурса при некотором уровне доверительной вероятности α.

Отсюда ясны следующие пути оценки показателей остаточного ресурса: по формулам (15.1) и (15.2), предварительно установив функцию вероятности безотказной работы $P(t_\text{т})$, или из соотношений (15.3) — (15.8), предварительно определив показатели ресурса объектов t, t_γ и вероятность безотказной работы в момент времени t_k, т. е. $P(t_k)$.

15.2. Концепция и принципы оценки остаточного ресурса

Концепция и принципы оценки остаточного ресурса действующего оборудования основываются на комплексном научном решении проблемы с использованием последних достижений в области надежности, металловедения, механики разрушения и неразрушающих методов контроля. Комплексное научное решение сложной проблемы оправдывает себя как при использовании в мировой практике, так и в таких наукоемких отечественных отраслях, как авиастроение и атомная энергетика.

Расчет остаточного ресурса, основанный на комплексном подходе, проводится с учетом всех факторов, формирующих техническое состояние. Известно, что рассмотрение событий или явлений обособленно, изолированно друг от друга часто приводит к некорректным выводам. В то же время основой изучения является отдельно взятый объект, но в таком случае исследование должно дополняться системным подходом, учитывающим комплексное влияние факторов, воздействующих на исследуемый объект. Анализ результатов расчета позволяет выделить определяющий фактор, дающий наименьший остаточный ресурс.

При этом, как сказано выше, величина ресурса, полученная по определяющему фактору, в случае влияния на него других факторов уточняется. Поскольку возникают, как правило, сложные случаи, когда взаимное влияние факторов в количественном отношении недостаточно изучено, значение полученного ресурса снижают и назначают сокращенные сроки работы оборудования до перехода его в предельное состояние.

Остаточный ресурс оборудование может иметь не только до истечения расчетного (нормативного) срока службы, но и после него.

Это обусловлено действующими нормами и правилами расчета сроков службы оборудования, предусматривающими обеспечение прочности и износостойкости изделий при наиболее неблагоприятных режимах нагружения в заданных условиях эксплуатации, а также при минимальных уровнях механических характеристик конструкционных материалов, указанных в ГОСТ. Фактические режимы нагружения при соблюдении правил эксплуатации оказываются, как правило, менее напряженными, чем расчетные, что снижает интенсивность расходования заложенных запасов (по прочности, износу и коррозионной стойкости) и обеспечивает резерв по остаточному ресурсу оборудования.

Возможность прогнозирования остаточного ресурса обеспечивается при одновременном выполнении следующих условий:

известны параметры, определяющие техническое состояние оборудования (ПТС);

известны критерии предельного состояния оборудования;

имеется возможность периодического (или непрерывного) контроля значений ПТС.

По многим деградационным процессам (сплошной коррозии, изнашиванию, ползучести и др.) указанные условия выполняются. По другим видам повреждений (например, образованию трещин, межкристаллитной коррозии) не все условия, необходимые для прогнозирования остаточного ресурса по данной методике, могут выполняться; в таких случаях требуется проведение специальных исследований. Возможность эксплуатации сосудов, работающих под давлением, у которых выявлены дефекты, превышающие допустимые нормы, определяют специализированные научно-исследовательские организации в соответствии с ГОСТ 27.002—89.

Ресурс безопасной эксплуатации сосудов и аппаратов при прогнозировании определяется расчетом минимального (гамма-процентного) срока службы, возможного при самом неблагоприятном развитии процессов деградации. Гамма-процентным называется ресурс, обеспечиваемый с вероятностью (γ), близкой к единице.

При прогнозировании в зависимости от срока эксплуатации оборудования и степени его поврежденности применяют два подхода. При малом сроке эксплуатации (относительно нормативного) и незначительных размерах дефектов и повреждений (в пределах норм допустимых технологических дефектов) прогнозирование остаточного ресурса оборудования осуществляют на основе информации об эксплуатационных нагрузках и прочности конструкции.

При сроке эксплуатации, близком к нормативному, и (или) значительной поврежденности элементов оборудования дополнительно исследуют влияние повреждений на долговечность и безопасность оборудования.

В зависимости от возможностей получения информации применяют два вида моделей для прогнозирования ресурса: детерминированные и вероятностные. При использовании детерминированных моделей отклонения контролируемых параметров относят к погрешностям методов контроля, случайным помехам и при прогнозировании остаточного ресурса в расчетах учитывают с помощью коэффициентов запасов. При использовании вероятностных моделей колебания наблюдаемых параметров учитывают как дополнительную информацию, что позволяет повысить достоверность прогнозирования.

15.3. Анализ условий эксплуатации

Анализ условий эксплуатации проводят с целью определения возможности достоверного прогнозирования остаточного ресурса оборудования, выявления наиболее информативных параметров и источников получения исходных данных, необходимых для расчета.

Возможность прогнозирования остаточного ресурса имеется в тех случаях, когда критерии предельного состояния оборудования определены в числовых значениях и в ходе эксплуатации ведутся

измерения (периодические или непрерывные) и регистрация параметров оборудования, определяющих его предельное состояние.

Например, прогнозирование остаточного ресурса возможно, когда предельным состоянием аппарата, работающего с коррозионно-активной средой, является уменьшение толщины его стенок до расчетной величины (S_{min}). При эксплуатации периодически осуществляют контроль толщины стенок (см. приложения П.15.15, П.15.16).

Наиболее информативными параметрами для прогнозирования остаточного ресурса сосудов и аппаратов являются измеренные значения возникающих повреждений (глубина коррозии, величина эрозионного или механического износа, деформации ползучести), напряжений в основных элементах конструкции, физико-химических характеристик материалов, а также число циклов нагружения сосудов. Кроме того, для прогнозирования могут использоваться:

параметры сопутствующих процессов (уровень вибрации агрегатов, величина утечек в уплотнениях, температура узлов трения и др.);

технологические параметры (давление, температура, расход продукта, реагентов);

параметры функционирования оборудования (производительность, расход электроэнергии, КПД и т. п.).

В большинстве своем контролируемые технологические параметры процессов, протекающих в химической и нефтехимической промышленности, являются стационарными и немонотонными, так как подвергаются регулированию. Некоторые из них могут нести информацию об интенсивности деградации оборудования; в таких случаях при анализе записей параметров наблюдается их дрейф, т. е. постепенное смещение среднего значения. Если этот дрейф не устраняется регулированием технологического процесса и если определены предельно допустимые уровни параметров, то такие параметры могут быть использованы для прогнозирования ресурса оборудования.

Для выбора наиболее информативных параметров составляют полный перечень предельных состояний оборудования и контролируемых параметров, связанных с каждым предельным состоянием. Затем из этого перечня исключают зависимые (вторичные) параметры, если при контроле основных параметров обеспечивается получение достоверных данных в достаточном объеме.

По результатам анализа устанавливают необходимые источники получения исходных данных для прогнозирования: достаточно ли для этого имеющихся вахтовых журналов, ведомостей дефектов, контрольных карт, диаграмм и др. или следует планировать также специальные наблюдения за изменением эксплуатационных параметров.

15.4. Оценка технического состояния оборудования

15.4.1. Характерные повреждения сосудов и аппаратов

Повреждения сосудов и аппаратов возникают вследствие воздействия различных эксплуатационных факторов, влияние каждого из которых описывается своей закономерностью, поэтому прогнозирование их ресурса производят на основе всестороннего анализа.

Повреждения сосудов могут быть вызваны эрозионным истиранием стенок рабочей средой, коррозией металла (сплошной, или общей, межкристаллитной, язвенной, питтинговой, щелевой, контактной, структурно-собирательной, атмосферной, коррозионным растрескиванием и др.), усталостью, ползучестью, изменением физико-химических свойств металла и другими причинами.

Наиболее часто встречающимися повреждениями поверхностей нагрева являются: трещины и разрывы трубных элементов, которые могут быть вызваны различными причинами (загрязнения внутренних поверхностей, неравномерности температурного поля и др.). Перегрев металла вызывает изменение его структуры, ухудшение механических свойств, повышение окалинообразования.

Возможны также повреждения, вызванные нарушениями норм конструирования и изготовления.

Предельно допустимые значения повреждений, установленные в нормативно-технической документации, называют критериями предельного состояния.

15.4.2. Критерии предельных состояний (КПС) сосудов и аппаратов

Предельным состоянием сосуда (аппарата), подвергающегося при эксплуатации коррозионно-эрозионному разрушению, является уменьшение толщины его стенок до предельной (расчетной) величины, ниже которой не обеспечивается необходимый запас его несущей способности.

Глубина отдельных локальных повреждений (исключая трещины) может значительно превышать среднюю глубину повреждений без нарушения несущей способности аппарата. Допустимое количество (доля) повреждений на поверхности аппаратов и их размеры должны регламентироваться в зависимости от характера нагрузки на элементы оборудования и свойств применяемых материалов.

Для элементов теплообменников критерии отбраковки и нормируемые показатели надежности приведены в книге: *Краснов В. И., Максименко М. З.* Ремонт теплообменников. — М.: Химия, 1990. — 104 с.

Корпус, днище, фланцы и штуцера отбраковывают в следующих случаях:

если под действием коррозии и эрозии толщина стенки теплообменника достигнет расчетного значения;

при наличии дефектов сварных швов, обнаруженных неразрушающими методами, а также металлографическими исследованиями: трещин всех видов и направлений, расположенных в металле шва, по линии оплавления и в околошовной зоне основного металла, в том числе и микротрещин, выявленных при микроисследовании; межкристаллитной коррозии сварных швов и износа их толщины до отбраковочных размеров, коррозионного растрескивания;

при появлении трещин, а также неравномерных коррозионных язв общей площадью более 10 % от поверхности рассматриваемого элемента и глубиной, превышающей 50 % от первоначальной толщины его стенки;

если элементы теплообменника не выдержали испытания на прочность и плотность.

Трубные решетки отбраковывают при наличии трещин или коррозионного и эрозионного разрушения на глубину более 10 % от первоначальной толщины.

Элементы металлоконструкций отбраковывают при износе толщины их стенки на 30 % от проектной.

Для автоклавов установлены следующие критерии предельного состояния (предельных дефектов):

механический износ (истирание), царапины, коррозионное поражение глубиной свыше величины, предусмотренной в расчете на прочность прибавкой толщины стенки на коррозию;

вмятины, овальность, износ запорных устройств свыше установленных величин;

трещины всех видов и направлений;

дефекты сварных швов;

единичные шлаковые и газовые включения глубиной свыше 10 % и длиной более 20 % толщины листа;

коррозионное растрескивание металла в зоне сварных швов, а также в местах коррозионных язв и питтингов.

Для трубопроводов определены следующие количественные критерии предельного состояния:

износ толщины стенки более 20 %;

остаточная деформация труб из углеродистых сталей более 2,5 %.

Из сказанного видно, что критерии предельного состояния могут быть качественными (наличие трещин, свищей, вмятин, коррозионного растрескивания) и количественными (величина износа, коррозии, деформации и др.).

При отсутствии в технической документации КПС ориентировочными их значениями могут служить нормы технологических допусков на изготовление (например, из ОСТ 26-291—94), которые могут уточняться в зависимости от конструктивного исполнения, материала и условий эксплуатации.

15.4.3. Методы оценки величины повреждений

Оценка повреждений основана на индивидуальной диагностике обследуемого оборудования и включает следующие этапы работ:

оценка технического состояния объекта эксплуатации;

исследование физико-механических свойств металла;

оценка фактической нагруженности элементов объекта;

оценка работоспособности и ресурса оборудования.

Результаты всех выполненных исследований (расчетов) оформляются в виде заключения об остаточном ресурсе с приложениями.

Остаточный ресурс является прогнозируемой величиной. Прогноз осуществляется на основе анализа основных тенденций в изменении технического состояния оборудования и скорости изменения соответствующих параметров технического состояния. Оценка технического состояния оборудования является первым этапом и одним из важнейших элементов определения его остаточного ресурса. Достоверность оценки технического состояния определяет надежность прогноза остаточного ресурса. Этим обусловлена необходимость использования при оценке технического состояния максимально возможной информации об исследуемом объекте. При этом учитываются как отдельные параметры технического состояния, связанные с информацией об отказах отдельных элементов объекта, так и интегральные параметры, описывающие влияние процессов старения оборудования в целом. Интегральные параметры, опирающиеся на статистические данные по эксплуатации оборудования аналогичного типа, определяются снижением его эксплуатационных характеристик, увеличением среднего времени эксплутации и количества ремонтов оборудования. При прогнозировании изменения технического состояния используются статистические данные по длительной эксплуатации конкретных типов оборудования, накопленные в отраслевых институтах и специализированных организациях.

Основными источниками исходной информации для оценки технического состояния являются помимо указанных выше статистической информации и технической документации также внешний и внутренний осмотры оборудования, толщинометрия, замеры твердости металла и дефектоскопия. Максимальная достоверность исходной информации и надежность средств контроля обеспечиваются использованием современных эффективных методов и средств неразрушающего контроля структурной целостности объекта и физико-механических характеристик материала. Практическая реализация обследования предполагает наличие необходимых технических средств и специалистов соответствующей квалификации.

Результаты обследования служат основанием для принятия решения о необходимости вырезки металла для проведения его детального изучения и специальных исследований.

Замер толщины производится для всех несущих элементов (корпус, днище, люки, штуцера и др.), на которых выявлены видимые следы коррозии.

Контрольные вырезки металла оборудования необходимы для проведения исследования металла с целью оценки изменения его физико-механических свойств под влиянием условий длительной эксплуатации. Из металла контрольной вырезки изготавливаются образцы для проведения металлографических исследований и замера твердости; для испытаний на растяжение при нормальной и повышенной температуре; для испытания на ударный изгиб при нормальной и пониженной температуре; для оценки химического состава материала. Каждое испытание элементов оборудования выполняется расчетным, экспериментальным или комплексными методами. Расчеты по действующим нормативно-техническим документам выполняются с учетом фактической геометрии конструкции, фактических толщин несущих элементов, выявленных концентраторов напряжений.

Для натурной оценки нагрузок, действующих на основные элементы оборудования, используется натурное тензометрирование, которое рекомендуется выполнять при испытаниях оборудования и в условиях эксплуатации, что позволяет установить фактические напряжения, возникающие в элементах конструкции.

Оборудование считается работоспособным, если его основные силовые элементы имеют запасы прочности не ниже установленных нормативными документами: запас по пределу текучести $n_т = 1{,}5$; по пределу прочности $n_b = 2{,}4$; по пределу длительной прочности $n_д = 1{,}5$; по пределу ползучести $n_п = 1{,}0$; по амплитудным напряжениям $n_σ = 2{,}0$.

Величина запаса определяется фактическими физико-механическими свойствами металла конструкции и ее фактической нагруженностью.

В случае невыполнения этих условий, а также для оборудования, имеющего дефекты формы (вмятины, выпуклости, гофры) и трещины, работоспособность оборудования определяется после проведения специальных исследований или расчетов.

Прогнозирование ресурса оборудования основывается на результатах обследования его технического состояния. Схема оценки ресурса определяется типом основного повреждающего фактора, действующего на оборудование в процессе эксплуатации. Прогнозирование ресурса производится для оборудования, техническое состояние которого по результатам обследования и исследования физико-механических свойств металла оценивается как удовлетворительное. За ресурс оборудования принимается минимальное из полученных значений расчетного ресурса по действующим повреждающим факторам.

В тех случаях, когда расчетный ресурс оборудования превышает 10 лет, его принимают равным 10 годам. Когда установленный

ресурс выработан, для оценки возможности дальнейшей эксплуатации оборудования необходимо выполнить новое исследование.

Глава 16

МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОСТАТОЧНОГО РЕСУРСА ОБОРУДОВАНИЯ

16.1. Остаточный ресурс при малоцикловых нагрузках

16.1.1. Общие положения

Расчету подлежат стальные аппараты в химической, нефтеперерабатывающей и смежных отраслях промышленности. Расчетные формулы применимы при условии, что расчетная температура стенки из углеродистой стали не превышает 380 °С, из низколегированной стали — 420 °С, из аустенитной стали — 525 °С.

Главные циклы нагружения возникают от давления, стесненности температурных деформаций или других видов нагрузки.

Предельное состояние аппарата определяют главные циклы (их предельное число за весь срок его эксплуатации):

$$[N] = N_{\text{пред}} = 10^3 \div 5 \cdot 10^5 \text{ циклов.}$$

Цикл нагружения — изменение нагрузки, которое заканчивается первоначальным ее значением, и затем такое изменение повторяется.

Размах колебаний нагрузки — абсолютное значение разности между максимальным и минимальным ее значениями в течение одного цикла.

При расчете остаточного ресурса необходимо учитывать следующие циклы:

между пуском и остановкой;

при испытаниях давлением;

вызванные стесненностью температурных деформаций;

от дополнительных растягивающего или сжимающего усилия и изгибающего момента (от крепления аппаратов и трубопроводов).

При расчете на малоцикловую усталость не учитывают циклы нагружения:

от ветровых и сейсмических нагрузок;

нагрузок, возникающих при транспортировании и монтаже;

нагрузок, у которых размах колебаний не превышает 15 % для углеродистых и низколегированных сталей или 25 % для аустенитных сталей от допускаемого значения, установленного при расчете на статическую прочность;

температурных нагрузок, при которых размах колебаний разности температур в двух соседних точках менее 15 °С для углеро-

дистых и низколегированных сталей и 20 °С для аустенитных сталей; под соседними точками следует понимать две точки стенки сосуда, расстояние между которыми не превышает $\sqrt{2DS}$, т. е.

$$l \le \sqrt{2DS}, \tag{16.1}$$

где D — диаметр сосуда, S — толщина стенки сосуда.

Рассчитывать на малоцикловую усталость можно как отдельные узлы при соответствующих значениях ξ, η, $[\sigma]$ и $[p]$, так и аппарат в целом при наибольших значениях ξ, η, $[\sigma]$ и наименьшем $[p]$ (здесь ξ — коэффициент, зависящий от типа сварного шва; η — коэффициент, зависящий от типа рассчитываемого элемента; $[\sigma]$ — допускаемое напряжение материала элемента сосуда; $[p]$ — допускаемое избыточное давление).

16.1.2. Циклическое нагружение давлением

Условие эксплуатации аппарата

$$N_p \le [N_p], \tag{16.2}$$

где N_p — число циклов нагружения давлением; $[N_p]$ — допускаемое число циклов нагружения давлением.

Значение $[N_p]$ определяется в зависимости от комплексов $\{\xi, \eta, [\sigma]\}$ и $\{\Delta p, /[p]\}$ по приложениям П.15.1 — П.15.5 данного учебного пособия.

Рассмотрим, как определяются величины, входящие в эти комплексы.

Коэффициент ξ зависит от типа сварного шва или соединения элементов и определяется по приложению П.15.1. Коэффициент η зависит от типа расчетного элемента, играющего самостоятельную роль или входящего в какой-либо узел (например, оболочка, днище, обечайка с кольцом жесткости и др.), и определяется по приложению П.15.2.

Допускаемое напряжение $[\sigma]$, МПа, кгс/см^2, материала элемента сосуда при расчетной температуре принимается по приложениям П.15.6 — П.15.8.

Размах колебания рабочего давления Δp, МПа (кгс/см^2), определяется как разность между давлением в сосуде в состоянии эксплуатации или испытания p и атмосферным давлением $p_{атм}$, при этом если абсолютное давление больше или меньше атмосферного, то соответственно

$$\Delta p = p \text{ или } \Delta p = p_{атм} - p_{ост} = p_{нар}, \tag{16.3}$$

где $p_{ост}$ — остаточное давление в сосуде, МПа (кгс/см^2); $p_{нар}$ — наружное избыточное давление, МПа (кгс/см^2).

Допускаемое внутреннее избыточное или наружное давление $[p]$, МПа (кгс/см^2), определяется в зависимости от вида элемента (обечайка, днище, крышка и др.) и давления (внутреннее или наружное) по ГОСТ 14249—89.

Гладкие цилиндрические обечайки, нагруженные внутренним избыточным давлением. Для гладкой цилиндрической обечайки, нагруженной внутренним давлением, допускаемое внутреннее избыточное давление $[p]$ рассчитывается по формуле

$$[p]=\frac{2[\sigma]\varphi_p(S-C)}{D+(S-C)}, \tag{16.4}$$

где $[\sigma]$ — допускаемое напряжение материала обечайки, МПа (кгс/см^2); D — внутренний диаметр сосуда, мм (см); φ_p — коэффициент прочности продольного шва цилиндрической обечайки, выбираемый по приложению П.15.9; S — исполнительная толщина стенки, определяемая из технической документации или путем измерения, мм (см); C — величина прибавки к расчетной толщине — на коррозию (C_1), эрозию (C_2), технологическая (C_3), мм (см):

$$C = C_1 + C_2 + C_3. \tag{16.5}$$

Гладкие цилиндрические обечайки, нагруженные наружным давлением. Допускаемое наружное давление определяется по формуле

$$[p]=\frac{[p]_p}{\sqrt{1+([p]_p/[p]_E)^2}}. \tag{16.6}$$

В этой формуле допускаемое давление из условия прочности определяется как

$$[p]_p=\frac{2[\sigma](S-C)}{D+(S-C)}, \tag{16.7}$$

а допускаемое давление из условия устойчивости в пределах упругости определяется по формуле

$$[p]_E=\frac{18\cdot10^{-6}E}{n_y B_l}\frac{D}{l}\left[\frac{100(S-C)}{D}\right]^2\sqrt{\frac{100(S-C)}{D}}, \tag{16.8}$$

где коэффициент запаса устойчивости $n_y = 2{,}4$; E — модуль продольной упругости при расчетной температуре, МПа (кгс/см^2), находят по приложению П.15.10;

$$B_l=\min\left\{1{,}0;\ 8{,}15\frac{D}{l}\sqrt{\frac{D}{100(S-C)}}\right\}, \tag{16.9}$$

l — расчетная длина гладкой обечайки, мм.

Цилиндрические обечайки с кольцами жесткости, нагруженные внутренним избыточным давлением. Допускаемое давление определяется из условия

$$[p]=\min\{[p]_1;[p]_2\}. \qquad (16.10)$$

Допускаемое внутреннее избыточное давление, определяемое из условий прочности всей обечайки, рассчитывается по формуле

$$[p]_1=\frac{2\varphi_p[\sigma](S-C)+2\frac{A_к}{l_1}[\sigma]_к\varphi_к}{D+(S-C)}, \qquad (16.11)$$

где площадь поперечного сечения кольца жесткости

$$A_к=l_1(S-C)\frac{[\sigma]\varphi_p}{[\sigma]_к\varphi_к}K_4; \qquad (16.12)$$

l_1 — расстояние между двумя кольцами жесткости по осям, проходящим через центр тяжести поперечного сечения колец жесткости, мм; $[\sigma]_к$ — допускаемое напряжение для кольца жесткости при расчетной температуре, МПа (кгс/см^2), принимается по приложениям П.15.6 — П.15.8; $\varphi_к$ — коэффициент прочности сварных швов кольца жесткости, выбирается в приложении П.15.9; безразмерный коэффициент

$$K_4=2\frac{\varphi_т}{\varphi_p}-1; \qquad (16.13)$$

φ_m — коэффициент прочности кольцевого сварного шва, выбираемый в приложении П.15.9.

Допускаемое внутреннее избыточное давление, определяемое из условий прочности обечайки между двумя соседними кольцами жесткости, рассчитывается по формуле

$$[P]_2=\frac{2[\sigma]\varphi_т(S-C)}{D+(S-C)}\frac{2+\lambda_n^2}{1+\frac{\varphi_т\lambda_n^2}{\varphi_p}}, \qquad (16.14)$$

где

$$\lambda_n^2=\frac{b^2}{D(S-C)}; \qquad (16.15)$$

b — расстояние между двумя смежными кольцами жесткости, мм (см).

Цилиндрические обечайки с кольцами жесткости, нагруженные наружным давлением. Допускаемое наружное давление определяется из условия (16.10).

Допускаемое наружное давление, определяемое из условия устойчивости всей обечайки, рассчитывается по формуле

$$[p]_1 = \frac{[p]_{1p}}{\sqrt{1+\left([p]_{1p}/[p]_{1E}\right)^2}}. \qquad (16.16)$$

Допускаемое наружное давление $[p]_{1p}$ должно соответствовать величине $[p]_1$, определенной по формуле (16.11) при значениях коэффициентов $\varphi_p = 1{,}0$ и $\varphi_к = 1{,}0$.

Допускаемое наружное давление из условия устойчивости в пределах упругости рассчитывается по формуле

$$[P]_{1E} = \frac{18\cdot 10^{-6} E}{KB_2 n_y}\frac{D}{L}\left[\frac{100K(S-C)}{D}\right]^2\sqrt{\frac{100K(S-C)}{D}}, \qquad (16.17)$$

где

$$B_2 = \min\left\{1{,}0; 8{,}15\frac{D}{L}\sqrt{\frac{D}{100K(S-C)}}\right\}; \qquad (16.18)$$

L — расчетная длина цилиндрической обечайки, укрепленной кольцами жесткости, мм (см); коэффициент жесткости обечайки, укрепленной кольцами жесткости,

$$K = \sqrt{\frac{10{,}9I}{l_1(S-C)^3}}; \qquad (16.19)$$

эффективный момент инерции расчетного поперечного сечения кольца жесткости

$$I = I_к + \frac{l_1(S-C)^3}{10{,}9} + l^2\frac{A_к l_e(S-C)}{A_к + l_e(S-C)}; \qquad (16.20)$$

$I_к$ — момент инерции площади поперечного сечения кольца жесткости относительно оси, проходящей через центр тяжести поперечного сечения кольца (относительно оси $X - X$), мм^4 (см^4); l — расстояние между центром тяжести поперечного сечения кольца жесткости и срединной поверхностью обечайки, мм (см); l_e — эффективная длина стенки обечайки;

$$l_e = \min\left\{l_1; t + 1{,}1\sqrt{D(S-C)}\right\}; \qquad (16.21)$$

t — ширина поперечного сечения кольца жесткости в месте его приварки к обечайке, мм (см).

Допускаемое наружное давление, определяемое исходя из условия устойчивости обечайки между кольцами жесткости ($[p]_2$), принимается как $[p]$ по формуле (16.6).

Эллиптические и полусферические днища, нагруженные внутренним избыточным давлением. Допустимое внутреннее избыточное давление следует рассчитывать по формуле

$$[p]=\frac{2(S_1-C)\varphi[\sigma]}{R+0{,}5(S_1-C)}, \tag{16.22}$$

где S_1 — толщина стенки днища; радиус кривизны в вершине днища

$$R=D^2/(4H); \tag{16.23}$$

$R = D$ — для эллиптических днищ с $H = 0{,}25D$; $R = 0{,}5D$ — для полусферических днищ с $H = 0{,}5D$; H — высота выпуклой части днища без учета цилиндрической части, мм (см); φ — коэффициент прочности сварных швов; для днищ, изготовленных из целой заготовки, $\varphi = 1$; для днищ, изготовленных из нескольких заготовок, φ следует определять в приложении П.15.9.

Эллиптические и полусферические днища, нагруженные наружным давлением. Допускаемое наружное давление рассчитывается по формуле (16.6); допускаемое давление из условия прочности

$$[p]_p=\frac{2[\sigma](S_1-C)}{R+(S_1-C)}, \tag{16.24}$$

а допускаемое давление из условия устойчивости в пределах упругости

$$[p]_E=\frac{26\cdot10^{-6}E}{n_y}\left[\frac{100(S_1-C)}{K_э R}\right]^2. \tag{16.25}$$

Коэффициент приведения радиуса кривизны эллиптического днища $K_э$ определяется в зависимости от отношения H/D и $D/(S_1 - C)$ по формуле

$$K_э=\frac{1+(2{,}4+8x)x}{1+(3{,}0+10x)x}, \tag{16.26}$$

где

$$x=10\frac{S_1-C}{D}\left(\frac{D}{2H}-\frac{2H}{D}\right). \tag{16.27}$$

Днища и крышки плоские и круглые. Допускаемое давление на плоское днище или крышку определяют по формуле

$$[p]=\left(\frac{S_1-C}{KK_oD_R}\right)^2[\sigma]\varphi, \tag{16.28}$$

где D_R — расчетный диаметр днища (крышки), мм (см), принимают в соответствии с ГОСТ 14249—89; коэффициент K в зависимости от конструкции днищ и

крышек находят там же; коэффициент ослабления K_o для днищ и крышек, имеющих одно отверстие, определяют по формуле

$$K_o = \sqrt{1 + \frac{d}{D_R} + \left(\frac{d}{D_R}\right)^2}; \qquad (16.29)$$

здесь d — диаметр отверстия в днище или крышке, мм (см); для крышек и днищ, имеющих несколько отверстий,

$$K_o = \sqrt{\frac{1 - \Sigma(d_i / D_R)^3}{1 - \Sigma(d_i / D_R)}}; \qquad (16.30)$$

для днищ и крышек без отверстий принимают $K_o = 1$.

Гладкие конические обечайки, нагруженные внутренним избыточным давлением. Допускаемое внутреннее избыточное давление рассчитывается по формуле

$$[p] = \frac{2[\sigma]\varphi_p (S_к - C)}{D_к / \cos\alpha_1 + (S_к - C)}, \qquad (16.31)$$

где $S_к$ — толщина стенки конической обечайки, мм (см); $D_к$ — расчетный диаметр гладкой конической обечайки, мм (см); α_1 — половина угла раствора при вершине конической обечайки, град.

Гладкие конические обечайки, нагруженные наружным давлением. Допускаемое наружное давление рассчитывается по формуле (16.6), где допускаемое давление из условия прочности определяется по формуле

$$[p]_p = \frac{2[\sigma](S_к - C)}{D_к / \cos\alpha_1 + (S_к - C)}, \qquad (16.32)$$

а допускаемое давление из условия устойчивости в пределах упругости — по формуле

$$[p]_E = \frac{18 \cdot 10^{-6} E}{n_y B_1} \frac{D_E}{l_E} \left[\frac{100(S_к - C)}{D_E}\right]^2 \sqrt{\frac{100(S_к - C)}{D_E}}; \qquad (16.33)$$

здесь эффективные размеры конической обечайки следует определять по формулам

$$l_E = \frac{D - D_o}{2\sin\alpha_1}, \qquad (16.34)$$

$$D_E = \max\left\{\frac{D + D_o}{2\cos\alpha_1}; \frac{D}{\cos\alpha_1} - 0{,}31(D + D_o)\sqrt{\frac{D + D_o}{S_к - C}}\operatorname{tg}\alpha_1\right\}; \qquad (16.35)$$

D_o — диаметр меньшего основания конической обечайки, мм (см); коэффициент B_1 находят по формуле

$$B_1 = \min\left\{1{,}0;\ 8{,}15\frac{D_E}{l_E}\sqrt{\frac{D_E}{100(S_к - C)}}\right\}; \qquad (16.36)$$

$n_у$ — коэффициент запаса устойчивости.

Допускаемое число циклов нагружения давлением $[N_p]$ определяется в зависимости от комплексов $\{\xi\eta[\sigma]\}$ и $\{\Delta P/[P]\}$ по приложениям П.15.3 — П.15.5.

Действительное число циклов нагружения давлением (рабочим, пробным, давлением испытания и другими видами давления) на данный момент времени устанавливается из журнала наблюдения за оборудованием за весь наблюдаемый период от ввода оборудования в эксплуатацию до настоящего времени. Если такие данные отсутствуют, то можно подсчитать число циклов нагружения давлением за последний год (месяц) и пересчитать на весь срок наблюдения (от пуска в эксплуатацию до настоящего времени).

Здесь неизбежны ошибки. Воспользовавшись для числа наблюдений нормальным законом распределения и значением коэффициента вариации $V = 0{,}3 \div 0{,}4$ для него, произведем оценку действительного числа циклов нагружения давлением $N_p \pm \sigma_{N_p}$, где среднеквадратическое отклонение

$$\sigma_{N_p} \approx 0{,}35N_p. \qquad (16.37)$$

Средняя остаточная долговечность (средний остаточный ресурс) в циклах:

$$\bar{N}_{p\text{ост}} = [N_p] - N_p. \qquad (16.38)$$

Средняя остаточная долговечность в единицах времени (годы, месяцы, часы):

$$\bar{t}_{\text{ост}} = \frac{\bar{N}_{p\text{ост}}}{\lambda_{N_p}}, \qquad (16.39)$$

где λ_{N_p} — частота нагружения;

$$\lambda_{N_p} = N_p / t_{\text{наб}}, \qquad (16.40)$$

$t_{\text{наб}}$ — время наблюдения (годы, месяцы, часы), в течение которого произошло N_p циклов.

Так как наблюдаемое число циклов N_p определялось со среднеквадратическим отклонением σ_{N_p}, то и остаточная долговечность (ресурс) получена в виде распределения с характеристиками $\bar{t}_{\text{ост}}$, V, где значение коэффициента вариации по аналогии с приведенным выше принимается $V = 0{,}3 \div 0{,}4$.

16.1.3. Сложные виды циклического нагружения

Если на рассматриваемый аппарат действуют циклы дополнительных усилий (F, M) от воздействия крепления элементов сосуда и крепления трубопроводов, а также циклы нагружения, вызванные стесненностью температурных деформаций, причем все эти факторы (включая и давление) могут действовать как совместно, так и порознь, то расчет допускаемого числа циклов нагружения определяют в зависимости от амплитуды напряжения, рассчитываемой по формуле

$$\sigma_A = \frac{[\sigma]\xi\eta}{2}\left(\frac{\Delta p}{[p]} + \frac{\Delta F}{[F]} + \frac{\Delta M}{[M]}\right) + \\ + \frac{\eta}{2}\left(E\alpha \cdot \Delta T_T + \left|E_1\alpha_1 - E_2\alpha_2\right| \cdot \Delta T_2\right), \qquad (16.41)$$

где ΔF — размах колебаний усилия, Н (кгс), определяется по реальным условиям работы узла аппарата; $[F]$ — допускаемое растягивающее или сжимающее усилие, Н (кгс); ΔM — размах колебаний изгибающего момента, Н·мм (кгс·см), определяется по условиям работы аппарата; $[M]$ — допускаемый изгибающий момент, Н · мм (кгс·см); E, E_1, E_2 — модули продольной упругости материалов при расчетной температуре, МПа (кгс/см^2), определяются по приложению П.15.10; α, α_1, α_2 — температурные коэффициенты линейного расширения материалов, 1/°С; ΔT_T — размах колебаний разности температур двух соседних точек стенки сосуда, °С, определяется по условиям работы аппарата; ΔT_α — размах колебаний расчетной температуры в месте соединения двух материалов с разными коэффициентами линейного расширения, °С, определяется по условиям работы аппарата.

Далее в зависимости от материала сосуда и найденной амплитуды σ_A определяют по приложениям П.15.11 — П.15.14 допускаемое число циклов нагружения $[N]$.

Затем, как в разделе 16.1.2, определяют действительное число циклов нагружения на данный момент времени и остаточный ресурс, получаемый в виде распределения.

Цилиндрические обечайки, нагруженные осевым растягивающим усилием. Допускаемое осевое растягивающее усилие рассчитывается по формуле

$$[F] = \pi(D + S - C)(S - C)[\sigma]\varphi_m. \qquad (16.42)$$

Цилиндрические обечайки, нагруженные осевым сжимающим усилием. Допускаемое осевое сжимающее усилие рассчитывается по формуле

$$[F] = \frac{[F]_p}{\sqrt{1 + ([F]_p / [F]_E)^2}}, \qquad (16.43)$$

где допускаемое осевое сжимающее усилие получаем из условия прочности

$$[F]_p = \pi(D+S-C)(S-C)[\sigma], \qquad (16.44)$$

а допускаемое осевое сжимающее усилие в пределах упругости — из условия устойчивости

$$[F]_E = \min\{[F]_{E1}; [F]_{E2}\}. \qquad (16.45)$$

В формуле (16.45) допускаемое осевое сжимающее усилие $[F]_{E1}$ определяется из условия местной устойчивости в пределах упругости по формуле

$$[F]_{E1} = \frac{310 \cdot 10^{-6} E}{n_y} D^2 \left[\frac{100(S-C)}{D}\right]^2 \sqrt{\frac{100(S-C)}{D}}, \qquad (16.46)$$

а допускаемое осевое сжимающее усилие $[F]_{E2}$ — из условия общей устойчивости в пределах упругости по формуле

$$[F]_{E2} = \frac{\pi(D+S-C)(S-C)E}{n_y}\left(\frac{\pi}{\lambda}\right)^2. \qquad (16.47)$$

Гибкость λ определяют по формуле

$$\lambda = \frac{2{,}83 l_{пр}}{D+S-C}. \qquad (16.48)$$

Приведенную расчетную длину $l_{пр}$ принимают в соответствии с ГОСТ 14249—89.

Цилиндрические обечайки, нагруженные изгибающим моментом. Допускаемый изгибающий момент рассчитывается по формуле

$$[M] = \frac{[M]_p}{\sqrt{1+([M]_p/[M]_E)^2}}, \qquad (16.49)$$

где допускаемый изгибающий момент из условия прочности

$$[M]_p = \frac{\pi}{4} D(D+S-C)(S-C)[\sigma] = \frac{D}{4}[F]_p, \qquad (16.50)$$

а допускаемый изгибающий момент из условия устойчивости в пределах упругости

$$[M]_E = \frac{89 \cdot 10^{-6} E}{n_y} D\left[\frac{100(S-C)}{D}\right]^2 \sqrt{\frac{100(S-C)}{D}} = \frac{D}{3{,}5}[F]_{E1}. \qquad (16.51)$$

Гладкие конические обечайки, нагруженные осевой растягивающей силой. Допускаемая растягивающая сила рассчитывается по формуле

$$[F]=\pi D_1(S_к-C)[\sigma]\varphi_m\cos\alpha_1, \qquad (16.52)$$

где D_1 — наружный диаметр сосуда или аппарата, мм (см).

Гладкие конические обечайки, нагруженные осевой сжимающей силой. Допускаемая осевая сжимающая сила рассчитывается по формуле (16.43), где допускаемая осевая сила из условия прочности определяется по формуле

$$[F]_p=\pi D_F(S_к-C)[\sigma]\cos\alpha_1, \qquad (16.53)$$

а допускаемая осевая сила из условия устойчивости в пределах упругости — по формуле

$$[F]_E=\frac{310\cdot10^{-6}E}{n_y}D_F^2\left[\frac{100(S_к-C)}{D_F}\right]^2\sqrt{\frac{100(S_к-C)}{D_F}}\cos^2\alpha_1. \qquad (16.54)$$

Эффективный диаметр конической обечайки при осевом сжатии и изгибе, мм (см):

$$D_F=\frac{0{,}9D+0{,}1D_0}{\cos\alpha_1}. \qquad (16.55)$$

Гладкие конические обечайки, нагруженные изгибающим моментом. Допускаемый изгибающий момент определяется из условия прочности

$$[M]=\frac{D_R}{4}[F], \qquad (16.56)$$

где расчетный диаметр $D_R = D_к$ или D_0 конического перехода, и из условия устойчивости

$$[M]=\frac{[M]_p}{\sqrt{1+([M]_p/[M]_E)^2}},$$

где допускаемый изгибающий момент из условия прочности и допускаемый изгибающий момент из условия устойчивости в пределах упругости рассчитываются соответственно по формулам

$$[M]_p=\frac{D_F}{4}[F]_p; \qquad (16.57)$$

$$[M]_E=\frac{D_F}{3{,}5}[F]_E. \qquad (16.58)$$

В этих формулах D_F следует определять по соотношению (16.55). Допускаемые осевые усилия находят: $[F]$ — по формуле (16.52); $[F]_p$ — формуле (16.53); $[F]_E$ — по формуле (16.54).

16.1.4. Пример расчета остаточного ресурса аппарата при малоцикловых нагрузках

Приведем расчет остаточного ресурса при малоцикловых нагрузках колонного аппарата с диаметром $D = 2$ м и толщиной стенки $S = 10$ мм; материал аппарата — сталь марки Ст.3. Рабочее давление в аппарате $p = 0{,}8$ МПа. Аппарат проработал 5 лет.

Проверим условие (16.1):

$$l = \sqrt{2DS} = \sqrt{2 \cdot 2000 \cdot 10} = \sqrt{40\,000} = 200 \text{ (мм)}.$$

После изучения чертежа общего вида аппарата и пояснительной записки убеждаемся, что в аппарате отсутствуют зоны или две точки на расстоянии менее 200 мм, различающиеся по температуре больше чем на 15 °С. Следовательно, при расчете на малоцикловую усталость циклы от стесненности температурных деформаций учитывать не нужно.

Таким же путем устанавливаем, что отсутствуют циклы от осевых усилий F и изгибающих моментов M, а также от температурных деформаций, возникающих при соединении разных материалов.

Произведем расчет с учетом циклического нагружения давлением по условию (16.2), т. е.

$$N_p \le [N_p].$$

В соответствии с разделом 16.1.1 проведем расчет аппарата в целом при наибольших значениях ξ, η, $[\sigma]$ и наименьшем $[p]$.

По ГОСТ 25859—83 и чертежу общего вида аппарата устанавливаем, что в нем имеются узлы со сварными швами плоских приварных фланцев, приварка штуцеров с двусторонним проваром, укрепление отверстий. Для всех этих случаев коэффициент ξ (см. приложение П.15.1) принимает значение

$$\xi = 1{,}5.$$

По ГОСТ 25859—83 и чертежу общего вида аппарата устанавливаем, что имеются узлы вварки штуцеров с укрепляющими накладками. Для этих случаев значение коэффициента η (см. приложение П.15.2)

$$\eta = 4{,}0.$$

Допускаемое напряжение $[\sigma]$ материала сосуда (сталь марки Ст.3) при расчетной температуре $t_{\text{расч}} = 100$ °С принимаем по приложению П.15.6:

$$[\sigma] = 134 \text{ МПа}.$$

Размах колебаний рабочего давления Δp определяется как разность давлений в сосуде в состоянии эксплуатации или испытания и атмосферного.

При эксплуатации

$$\Delta p_{\text{эксп}} = p = 0{,}8 \text{ МПа}.$$

При испытании, поскольку $p = 0{,}8$ МПа $> 0{,}5$ МПа, $\Delta p_{\text{эксп}} = 1{,}25$, а $p = 1{,}25 \cdot 0{,}8 = 1{,}0$ МПа.

Полагая, что перед каждым новым пуском будут проводиться испытания, определим Δp как среднее:

$$\Delta p = \frac{\Delta p_{\text{эксп}} + \Delta p_{\text{исп}}}{2} = \frac{0{,}8 + 1{,}0}{2} = 0{,}9 \text{ (МПа)}.$$

Допускаемое внутреннее избыточное давление для гладкой цилиндрической обечайки рассчитаем по формуле

$$[p] = \frac{2[\sigma]\varphi_p (S - C)}{D + (S - C)}.$$

Определим коэффициент прочности сварного шва φ_p. Шов стыковой, выполняемый автоматической сваркой с одной стороны с флюсовой подкладкой; для такого шва

$$\varphi_p = 0{,}9.$$

Величину прибавки C к расчетной толщине стенки аппарата находят по формуле (16.5). Считаем, что эта прибавка составляет

$$C = 2 \text{ мм}.$$

Тогда

$$[p] = \frac{2 \cdot 134 \cdot 0{,}9(10 - 2)}{2000 + (10 - 2)} = 0{,}96 \text{ (МПа)}.$$

Будем рассматривать опорные кольца под тарелками как кольца жесткости; определим допускаемое внутреннее избыточное давление из условия

$$[p] = \min\{[p]_1; [p]_2\}.$$

Рассчитаем допускаемое внутреннее избыточное давление из условия прочности всей обечайки по формуле

$$[p]_1 = \frac{2\varphi_p[\sigma](S - C) + 2\dfrac{A_к}{l_1}[\sigma]_к \varphi_к}{D + (S - C)}.$$

Найдем $A_к$ по формуле

$$A_к = l_1 (S - C) \frac{[\sigma]\varphi_p}{[\sigma]_к \varphi_к} K_4;$$

l_1 = 500 мм (по чертежу общего вида аппарата); $[\sigma]_к$ — допускаемое напряжение для кольца жесткости при расчетной температуре $t_{расч}$ = = 100 °С. Для стали марки Ст.3 по приложению П.15.6

$$[\sigma]_к = [\sigma] = 134 \text{ МПа}.$$

Коэффициент прочности сварного шва кольца жесткости для сварки в тавр с конструктивным зазором свариваемых деталей выбирается в приложении П.15.9:

$$\varphi_m = 0{,}8.$$

Безразмерный коэффициент K_4 рассчитаем по формуле

$$K_4 = 2 \cdot \frac{\varphi_m}{\varphi_p} - 1.$$

Коэффициент прочности кольцевого сварного шва φ_m (шов стыковой, выполняемый автоматической сваркой с одной стороны с флюсовой подкладкой) находят также по приложению П.15.9: $\varphi_m = 0{,}9$.

Тогда

$$K_4 = 2 \cdot \frac{0{,}9}{0{,}9} - 1 = 1;$$

$$A_к = 500(10-2) \cdot \frac{134 \cdot 0{,}9}{134 \cdot 0{,}8} \cdot 1{,}0 = 4500 \text{ (мм}^2\text{)};$$

$$[p]_1 = \frac{2 \cdot 0{,}9 \cdot 134(10-2) + 2\dfrac{4500}{500} \cdot 134 \cdot 0{,}8}{2000 + (10-2)} = 1{,}92 \text{ (МПа)}.$$

Определим допускаемое давление из условия прочности обечайки между двумя соседними кольцами жесткости по формуле

$$[p]_2 = \frac{2[\sigma]\varphi_т (S-C)}{D+(S-C)} \cdot \frac{2+\lambda_n^2}{1+\dfrac{\varphi_т \lambda_n^2}{\varphi_p}},$$

а λ_n — по формуле

$$\lambda_n^2 = \frac{b^2}{D(S-C)} = \frac{494^2}{2000 \cdot (10-2)} = 15{,}25;$$

b = 494 мм (по чертежам узлов колонного аппарата).

Тогда

$$[p]_2 = \frac{2 \cdot 134 \cdot 0{,}9(10-2)}{2000+(10-2)} \frac{2+15{,}25}{1+\dfrac{0{,}9 \cdot 15{,}25}{0{,}9}} = 0{,}965 \text{ (МПа)}.$$

Выполняя условие (16.10), найдем:

$$[p] = 0{,}965 \text{ МПа}.$$

Далее рассчитаем днище. Найдем допускаемое внутреннее избыточное давление для эллиптического днища по формуле

$$[p] = \frac{2(S_1 - C)\varphi[\sigma]}{R + 0{,}5(S_1 - C)}.$$

Для днищ из целой заготовки $\varphi = 1$. Для стандартных эллиптических днищ $R = D$. Толщина стенки $S_1 = 10$ мм (по чертежу).

Тогда

$$[p] = \frac{2(10-2)+1{,}0 \cdot 134}{2000+0{,}5(10-2)} = 1{,}07 \text{ (МПа)}.$$

При осмотре аппарата (или чертежа) обнаружены смотровые люки $D_y = 200$ мм с плоскими крышками толщиной $S_1 = 16$ мм.

Допускаемое давление на плоскую крышку определяем по формуле

$$[p] = \left(\frac{S_1 - C}{K K_o D_R} \right)^2 [\sigma]\varphi.$$

Крышка цельная, $\varphi = 1$; $K_o = 1$. Материал — сталь марки Ст.3, $[\sigma] = 134$ МПа. Значение D_R находим по ГОСТ 14249—89; D_R равен диаметру болтовой окружности:

$$D_R = D_3 = 280 \text{ мм}.$$

Там же находим коэффициент K:

$$K = 0{,}40.$$

Тогда

$$[p] = \left(\frac{16-2}{0{,}4 \cdot 1{,}0 \cdot 280} \right)^2 \cdot 134 \cdot 1{,}0 = 2{,}09 \text{ (МПа)}.$$

Таким образом, расчет опасных узлов показал, что наименьшее допускаемое давление приходится на гладкую цилиндрическую обечайку [формула (16.4)].

$$[p] = 0{,}96 \text{ МПа}.$$

Определим комплексы

$$\xi\eta[\sigma] = 1{,}5 \cdot 4{,}0 \cdot 134 = 804 \text{ и } \frac{\Delta p}{[p]} = \frac{0{,}9}{0{,}96} = 0{,}94.$$

В зависимости от этих комплексов по приложению П.15.3 получим допускаемое число циклов

$$[N_p] = 2{,}8 \cdot 10^3.$$

Подсчитаем действительное число циклов нагружения давлением за 5 лет эксплуатации.

Из журнала наблюдений за колонной установлено, что число циклов за год (нагружение рабочим давлением, пробным, испытательным) составило

$$\lambda_{Np} = 176 \text{ циклов}.$$

Тогда за 5 лет эксплуатации

$$N_p = 176 \cdot 5 = 880 \text{ циклов}.$$

Средняя остаточная долговечность (в циклах) составляет:

$$\bar{N}_{p\,\text{ост}} = [N_p] - N_p = 2800 - 880 = 1920 \text{ циклов};$$

средняя остаточная долговечность в единицах времени

$$\bar{t}_{\text{ост}} = \frac{1920}{176} = 10{,}9 \text{ (года)}.$$

С учетом коэффициента вариации $V = 0{,}35$

$$\bar{t}_{\text{ост}} = 10{,}9 \pm 3{,}8 \text{ (года)}.$$

Таким образом, оптимистический прогноз составляет

$$t_{\text{ост}}^{\text{опт}} = 14{,}7 \text{ (года)},$$

пессимистический

$$t_{\text{ост}}^{\text{пес}} = 7{,}1 \text{ (года)}.$$

16.2. Определение остаточного ресурса химического оборудования по критерию коррозионной стойкости

16.2.1. Общие замечания

В химической промышленности в 57 случаях из 100 причиной преждевременного выхода оборудования из строя является коррозия.

Оценка надежности изделий массового производства с использованием традиционных статистических методов для многих видов химического оборудования малопригодна, так как для применения таких методов необходима однородная статистическая информация об отказах. Поэтому оценка эксплуатационной надежности многих видов химического оборудования осуществляется индивидуально для каждого экземпляра оборудования.

Отказом считается нарушение работоспособного состояния объекта. Предельным считается такое состояние объекта, при котором его дальнейшая эксплуатация недопустима или нецелесообразна по техническим причинам, из-за нарушения требований безопасности (экологии) или по экономическим соображениям. В случае невосстанавливаемого объекта состояние отказа объекта совпадает с его предельным состоянием. Для оборудования, подвергающегося коррозионному воздействию, такое совпадение обычно имеет место в случае сплошной (общей) коррозии. При некоторых локальных видах коррозии, например язвенной, и в случаях, когда коррозионному поражению подвергается небольшая поверхность, возможно восстановление оборудования после отказа.

Одним из основных показателей, определяющих надежность (ресурс) оборудования в условиях коррозионного воздействия сред, является скорость коррозии.

Оценка ресурса оборудования в коррозионных средах фактически сводится к определению скорости коррозии металла, из которого оно изготовлено, и расчету срока службы путем деления толщины стенки на скорость коррозии. Такой подход позволяет правильно прогнозировать ресурс оборудования при равномерной (общей, сплошной) коррозии его элементов. Однако равномерная коррозия наблюдается примерно в 1/3 всех случаев причин выхода оборудования из строя.

Неравномерность коррозии оборудования вызывается многими причинами — как детерминированными (различием нагрузок или воздействий на разные участки поверхности), так и стохастическими (обусловленными случайными сочетаниями физико-химических свойств металла, его нагруженного состояния на разных участках поверхности и др.).

Оценка остаточного ресурса оборудования осуществляется путем проведения периодических обследований оборудования, измерения глубин разрушения его поверхностей, статистической об-

работки результатов измерений и последующего расчета показателей долговечности.

16.2.2. Виды отказов

При анализе отказов химического оборудования по характеру их проявления различают отказы внезапные и постепенные. *Внезапные* отказы возникают из-за непредусмотренных воздействий на объект или вследствие незаметного ухудшения свойств некоторых элементов объекта, в результате чего происходит его разрушение или потеря работоспособности. *Постепенные* отказы обусловлены постепенным выходом за пределы допускаемых значений некоторых характеристик объекта в результате деградационных процессов, происходящих в его элементах. За развитием этих процессов можно наблюдать путем непосредственного измерения величины износа (коррозия, деформации).

Внезапные отказы оборудования, связанные с его разрушением и катастрофическими последствиями, очень редки и, как правило, связаны с нарушением условий эксплуатации, системы технического обслуживания и ремонта. Для оборудования, не имеющего вращающихся частей, более часты внезапные отказы, обусловленные нарушением его герметичности вследствие локальных сквозных разрушений оболочек, сварных и разъемных соединений. Значительную часть опасных дефектов, выявляемых в процессе эксплуатации оборудования, составляют трещины на поверхности основного металла, в сварных швах и околошовной зоне. Во избежание катастрофических последствий эксплуатация ответственного оборудования с трещинами не допускается.

Схема прогнозирования ресурса объекта при постепенных отказах основана на возможности измерения величин возникающих повреждений и сопоставления их с предельно допустимыми значениями. При оценке надежности оборудования таким методом важное значение имеет правильный выбор предельно допустимых повреждений — критериев предельного состояния оборудования.

16.2.3. Критерии отказов и предельного состояния оборудования

Предельным состоянием оборудования, подвергающегося при эксплуатации коррозионно-эрозионному разрушению, является уменьшение толщины его стенок до предельной (расчетной) величины, ниже которой не обеспечивается необходимый запас по несущей способности.

Критерии предельного состояния могут быть качественными (наличие трещин, коррозионного растрескивания) и количественным (величина износа, коррозии и др.).

При оценке надежности оборудования, подвергающегося коррозионно-эрозионному разрушению, в качестве критерия предельного состояния оборудования принимается разрушение определенной доли β поверхности на предельно допустимую глубину.

В качестве критерия отказа принимается возникновение сквозного разрушения стенки аппарата (или покрытия), что соответствует достижению глубины разрушения (h_{max}) в одной из точек поверхности стенки аппарата или покрытия.

16.2.4. Получение исходных данных

При обследовании должно быть установлено отсутствие коррозионного растрескивания, недопустимых дефектов на поверхности оборудования, в сварных швах и околошовной зоне (трещин, глубоких язв) и других видов локального разрушения. При осмотре оборудования определяют характер и ориентировочную величину коррозионных поражений, эрозионного износа поверхностей — сплошных или локальных, степень их неравномерности, возможность измерения неразрушающими методами, расположение и площадь пораженных участков.

Методы измерения показателей коррозии (см. приложения П.15.15 и П.15.16) выбираются в зависимости от разрушения в соответствии с ГОСТ 9.908—85, а толщина покрытий — по ГОСТ 9.303—84. Выбор метода измерений величины поверхностных разрушений зависит от вида разрушения (коррозии) поверхности. При контроле сплошности металла и сварных швов широко используют неразрушающие методы — ультразвуковые, металлографические и другие, позволяющие измерять величину износа (коррозии) на отдельных участках поверхности.

Точность выбранного метода измерений должна соответствовать степени разрушения таким образом, чтобы погрешность измерения не оказывала существенного влияния на оценку статистических параметров глубины разрушения. Предельная ошибка метода измерения, как правило, не должна превышать 1/3 среднего значения измеряемой величины.

16.2.5. Достоверность расчета надежности

Повышение достоверности оценки остаточного ресурса всегда желательно, но оно связано с увеличением объема получаемой исходной информации (увеличение числа измерений, частоты обследований). Поэтому уровень достоверности обычно определяется путем сопоставления последствий неточности оценки: возникновение организационных неудобств (например, изменение сроков проведения ремонтов); экономические потери от отказов; возникновение угрозы безопасности при эксплуатации.

Требования к точности и достоверности оценки надежности оборудования должны задаваться в технической документации на оборудование. При отсутствии специальных требований заказчика по достоверности оценки в соответствии с методикой, приведенной в РД РТМ 26-01-153—83, уровень доверительной вероятности принимается равным 0,8.

Выбор необходимого минимального числа точек N поверхности для измерений осуществляется в соответствии с ГОСТ 27.502—83 в зависимости от требуемой доверительной вероятности оценки γ, допустимой ошибки δ и степени неравномерности разрушения поверхности, характеризующейся коэффициентом вариации глубин разрушения V_h (см. приложение П.15.17). Доверительную вероятность γ выбирают из ряда:

0,8; 0,9; 0,95; 0,99.

Максимально допустимую относительную ошибку δ выбирают из ряда:

0,05; 0,1; 0,15; 0,2.

Предварительно величина коэффициента вариации V_h может быть ориентировочно выбрана:

при квазиравномерном сплошном разрушении (при малой неравномерности разрушения) — до 0,2;

при неравномерной сплошной коррозии (при значительной неравномерности разрушения) — до 0,3—0,5;

при наличии локальных разрушений (при сильной неравномерности разрушения) — свыше 0,6.

Если по результатам N измерений получен коэффициент вариации больше заданного, то объем измерений уточняют и выполняют дополнительные измерения.

16.2.6. Обработка результатов измерений

Статистическая обработка результатов измерений включает следующие этапы:

определение минимально необходимого числа измерений (объема выборки) (см. раздел 16.2.5);

определение параметров распределения глубины разрушения;

определение максимальной глубины разрушения с учетом масштаба поверхности.

Оценка однородности выборки. При наличии в выборке резко выделяющихся значений h_{max} на участке, где получена эта величина, необходимо провести дополнительные измерения. В случае повторного появления такого значения делают вывод о несоответствии данного участка требованиям раздела 16.2.1 и принимают решение о необходимости оценки его надежности отдельно от всей обследуемой поверхности.

Критерием резкого выделения значения h_{max} из выборки является выполнение условия

$$h_{max} > \bar{h}[\ln(20N)]^{V_h}, \tag{16.59}$$

где $\bar{h}$ — средняя глубина разрушения;

$$\bar{h} = \frac{\sum_{i=1}^{N} h_i}{N}; \tag{16.60}$$

h_i — результат i-го измерения глубины разрушения; N — число измерений (число точек поверхности для измерений).

Среднеквадратическое отклонение глубин разрушения:

$$\sigma_h = \frac{\sum_{i=1}^{N} (h_i - \bar{h})^2}{N-1} - \left(\frac{\Delta}{3}\right)^2, \tag{16.61}$$

где Δ — предельная ошибка метода измерения (см. раздел 16.2.4).

Коэффициент вариации глубин разрушения:

$$V_h = \sigma_h / \bar{h}. \tag{16.62}$$

Уточняется N в соответствии со сведениями, приведенными в разделе 16.2.5 и в приложении П.15.17.

Определение параметров распределения глубин разрушения. Неравномерность разрушения поверхности характеризуется функцией распределения глубин разрушения $F(h)$. Условное значение этой функции определяет долю поверхности, имеющей глубину разрушения меньше, чем h.

Исследования показали, что распределение глубин разрушения по поверхности подчиняется закону Вейбулла, функция которого имеет вид:

$$F(h) = 1 - e^{-\left(\frac{h}{a}\right)^b}, \tag{16.63}$$

где a — параметр масштаба; b — параметр формы.

Параметр масштаба a определяется по средней глубине разрушения $\bar{h}$:

$$a = \bar{h} / K_b, \tag{16.64}$$

где K_b — коэффициент, зависящий от V_h, определяется по приложению П.15.18.

Параметр формы b, характеризующий разброс значений h, определяется также по приложению П.15.18 в зависимости от коэффициента вариации V_h.

Определение максимальной глубины разрушения. При оценке степени разрушения оборудования и прогнозировании остаточного ресурса необходимо определять максимальную глубину разрушения h_{max}. Величина h_{max} при прочих равных условиях зависит от площади поверхности, подвергающейся разрушению.

Максимальная глубина разрушения при возможности измерения *на всех участках* обследуемой поверхности определяется путем непосредственного измерения. При *выборочном* измерении глубин разрушения на отдельных участках поверхности максимальную вероятную глубину разрушения на всей поверхности, подлежащей обследованию, определяют по формуле

$$h_{max} = a\left[\ln\left(-\frac{\ln\gamma}{M}\right)\right]^{\frac{1}{b}}, \qquad (16.65)$$

где γ — требуемая достоверность оценки (см. раздел 16.2.5); $M = S/S_0$ — показатель масштаба; S — площадь поверхности, подлежащей обследованию (обычно величина S, охватываемая однократным осмотром, составляет 1—10 дм^2); S_0 — площадь поверхности, приходящаяся на одно измерение.

Величина S_0 определяется по среднему числу n каверн (язв, впадин или выступов), приходящихся на единицу поверхности: $S_0 = 1/n$.

Глубина разрушения (h_β) на доле поверхности β определяется по формуле

$$h_\beta = a(-\ln\beta)^{\frac{1}{b}}, \qquad (16.66)$$

где a и b — параметры распределения Вейбулла.

Практически при статических нагрузках величина β может быть установлена 5—10 %.

16.2.7. Расчет показателей долговечности

Показатели долговечности (средний остаточный ресурс, установленный остаточный ресурс) в соответствии с методикой, приведенной в РД 26-10—87, рассчитывают по критерию разрушения установленной доли поверхности β на предельно допустимую глубину $h_{пред}$ (с учетом прибавки на коррозию и др.).

Расчет осуществляется по параметрам распределения глубин разрушения, приведенным к заданному моменту времени (экстраполяция по времени).

Зависимости параметров распределения показателей коррозии во времени в общем случае рекомендуется представлять графически или аналитически, используя для их построения не менее четырех значений каждого показателя, получаемых при периодических обследованиях оборудования.

При известном виде закономерности изменения глубины разрушения во времени $h(t)$ необходимое число обследований уменьшается до числа неизвестных коэффициентов функции $h(t)$, которые определяются по результатам обследований.

В частном случае, когда известно, что зависимость глубины разрушения от времени линейна, т. е. $h(t) = C_1 + C_2 t$, для оценки неизвестных коэффициентов C_1 и C_2 достаточно двух обследований, если же $C_1 = 0$, достаточно одного обследования.

Расчет остаточного ресурса $\bar{t}_{ост}$ ведется путем решения относительно t уравнения

$$h(t) = \frac{h_{пред} K_b}{(-\ln\beta)(1/b_t)}. \qquad (16.67)$$

Параметры b_t и K_b находят в приложении П.15.18 в зависимости от V. В свою очередь, V определяют по формуле

$$V = \sqrt{\frac{h_\beta}{h_{пред}}} V_h. \qquad (16.68)$$

Величину h_β определяют по результатам обследования по формуле (16.66), V — коэффициент вариации, соответствующий $h_\beta h_{пред}$, устанавливается как запас (на коррозию, технологический допуск и др.) по толщине стенки, равный разности между исполнительной и расчетной толщиной стенки обследуемого аппарата.

В частном случае при постоянной скорости разрушения C

$$\bar{t}_{ост} = \frac{h_{пред} K_b}{C(-\ln\beta)^{1/b}}. \qquad (16.69)$$

Установленный остаточный ресурс — значение ресурса, обеспечиваемое с заданной вероятностью, близкой к единице.

Расчет установленного остаточного ресурса ведется по формуле

$$t_{остУ} = \bar{t}_{ост}(1 - 3V_t); \qquad (16.70)$$

V_t находят по формуле

$$V_t = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{V_{hi}^2}{N_i}}, \qquad (16.71)$$

где n — число обследований; V_{hi} — коэффициент вариации, определенный при i-м обследовании по результатам N_i измерений и приведенный к t.

Когда число обследований равно единице ($i = 1$),

$$V_t = V_h / \sqrt{N}. \qquad (16.72)$$

16.2.8. Пример расчета остаточного ресурса по критерию коррозионной стойкости

При обследовании верха абсорбционной колонны после пяти лет эксплуатации необходимо определить степень разрушения ее стенок и вероятный остаточный ресурс (средний и минимальный) до наступления предельного состояния — разрушения 5 % поверхности на величину прибавки на коррозию $h_{\text{пред}} = 4$ мм. По многолетним данным эксплуатации известно, что зависимость средней глубины коррозии стенок верха колонны от времени имеет вид $h(t) = Ct$. Предварительный осмотр показал, что стенки резервуара подверглись сплошной квазиравномерной коррозии.

Решение. Минимальное число измерений выбираем по приложению П.15.17, для чего задаемся максимальной допустимой относительной ошибкой $\delta = 0{,}1$ и доверительной вероятностью оценки $\gamma = 0{,}95$. По приложению П.15.17 для предварительно выбранного коэффициента вариации 0,2 находим $N = 13$.

После измерений в 13 равноудаленных точках поверхности остаточной толщины стенок (с помощью ультразвукового толщиномера) получены следующие значения глубины разрушения, мм: 1,3; 1,2; 1,5; 1,4; 1; 1,1; 1,4; 1,6; 1,2; 1,4; 2; 1,7; 1,4; по формулам (16.59) — (16.64) и приложению П.15.18 определяем параметры функции глубины разрушения: $\bar{h} = 1{,}4$ мм; $\sigma_h = 0{,}265$ мм; $V_h = 0{,}19$; $b = 6{,}1$; $K_b = 0{,}93$; $a = 1{,}5$ мм.

По формуле (16.66) определяем глубину разрушения на доле поверхности $\beta = 0{,}05$:

$$h_\beta = a(-\ln\beta)^{1/b} = 1{,}5(-\ln 0{,}05)^{1/6{,}1} = 1{,}8 \text{ (мм)}.$$

Определяем среднюю скорость коррозии:

$$C = \bar{h}/t = 1{,}4/5 = 0{,}28 \text{ (мм/год)}.$$

Параметры распределения к моменту наступления предельного состояния с использованием формулы (16.68) и приложения П.15.18 следующие:

$$V = \sqrt{\frac{h_\beta}{h_{\text{пред}}}} \cdot V_h = \sqrt{\frac{1{,}8}{4}} \cdot 0{,}19 = 0{,}127.$$

По формуле (16.69) определяем средний остаточный ресурс верха колонны:

$$\bar{t}_{\text{ост}} = \frac{h_{\text{пред}} K_b}{C(-\ln\beta)^{1/b}} = \frac{4 \cdot 0{,}95}{0{,}28(-\ln 0{,}05)^{1/9{,}5}} = 12{,}1 \text{ (года)}.$$

По формуле (16.72) определяем коэффициент вариации ресурса:

$$V_t = \frac{V_h}{\sqrt{N}} = \frac{0{,}19}{\sqrt{13}} = 0{,}0527.$$

По формуле (16.70) определяем установленный (минимальный) остаточный ресурс объекта:

$$t_{\text{ост.у}} = \overline{t}_{\text{ост}}(1 - 3V_t) = 12{,}1(1 - 3 \cdot 0{,}0527) = 10{,}2 \text{ (года)}.$$

С увеличением задаваемого значения V_h (в зависимости от вида разрушения) уменьшается значение ресурса $\overline{t}_{\text{ост}}$.

16.3. Статистические методы расчета остаточного ресурса оборудования

16.3.1. Оценка остаточного ресурса по результатам испытаний объектов-аналогов

На рис. 16.1 приведена схема к расчету среднего остаточного ресурса совокупности некоторых объектов. На этой схеме t_i — наработка i-го объекта от начала эксплуатации до предельного состояния; t_k — наработка к началу определения остаточного ресурса; τ_i — наработка i-го объекта от t_k до предельного состояния, $\tau_i = t_i - t_k$; N — число наблюдаемых объектов; k — фактическое число отказавших объектов в интервале $(0, t_k)$.

Средний остаточный ресурс определим по формуле

$$\overline{t}_{\text{ост}}(t_k) = \frac{\sum_{i=N-k}^{N} \tau_i}{P_N(t_k)(N-k)}. \qquad (16.73)$$

В этой формуле $P_N(t_k)$ — вероятность безотказной работы совокупности наблюдаемых объектов в предположении их одинаковой надежности в интервале $(0, t_k)$:

$$P_N(t_k) = 1 - [1 - P(t_k)]^N, \qquad (16.74)$$

где $P(t_k)$ — вероятность безотказной работы одного объекта за время t_k.

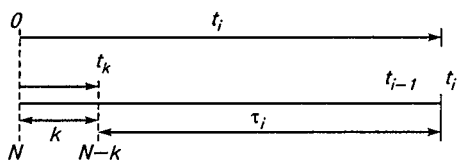


Рис. 16.1. К расчету остаточного ресурса. Пояснение в тексте

Пример. Получены наработки котлов-утилизаторов до предельного состояния (t_i, тыс. ч): 8,5; 14,1; 16,0; 17,1; 18,9. Оценить средний остаточный ресурс после $t_k = 10$ тыс. ч.; $N = 5$; $k = 1$; $\Sigma\tau_i = = 4{,}1 + 6{,}0 + 7{,}1 + 8{,}9 = 26{,}1$ (тыс. ч).

Из полученных данных найдем:

$$P(t_k) = \frac{N-k}{N} = \frac{5-1}{5} = 0{,}8;$$

$$P_N(t_k) = 1-(1-0{,}8)^5 \approx 1;$$

$$\overline{t}_{ост}(t_k) = \frac{26{,}1}{1\cdot(5-1)} = 6{,}52 \text{ (тыс.ч)}.$$

16.3.2. Оценка остаточного ресурса методом статистического моделирования наработок до предельного состояния

Известна функция вероятности безотказной работы объекта $P(t)$.

С помощью генератора случайных чисел формируем N реализаций случайной величины Z, равномерно распределенной в интервале (0, 1).

Решаем относительно t уравнение

$$P(t) = Z. \qquad (16.75)$$

Пример. Для контактного аппарата установлена функция безотказной работы $P(t) = e^{-6\cdot10^{-4}t^2}$. Оценить средний остаточный ресурс данного объекта после $t_k = 20$ тыс. ч.

Примем $N = 10$. Сформируем выборку случайных чисел:

$$Z = \{0{,}1;\ 0{,}09;\ 0{,}73;\ 0{,}25;\ 0{,}33;\ 0{,}76;\ 0{,}52;\ 0{,}01;\ 0{,}35;\ 0{,}86\}.$$

Решая уравнение $e^{-6\cdot10^{-4}t^2} = Z$ относительно t, получим

$$t = \left(-\frac{\ln Z}{6\cdot10^{-4}}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Имеем следующие значения наработок до предельного состояния в тыс. ч:

$$t = \{62;\ 63;\ 23;\ 48;\ 43;\ 21;\ 33;\ 88;\ 42;\ 16\}.$$

По формуле (16.73) средний остаточный ресурс равен

$$\overline{t}_{\text{ост}}(t_k)=\frac{243}{1\cdot(10-1)}=27 \text{ (тыс.ч)},$$

где $k = 1$; $N = 10$; $\Sigma\tau_i = 42 + 43 + 3 + 28 + 23 + 1 + 13 + 68 + 22 = 243$ (тыс. ч); $P(t_k) = 0{,}9$; $P_N(t_k) \approx 1$.

16.3.3. Оценка остаточного ресурса по результатам наблюдений отказов оборудования при эксплуатации

Информация об отказах представляет собой выборочную совокупность случайных наработок до отказа (или наработок на отказ) в сочетании с наработками изделий, не отказавших к окончанию наблюдений или снятых с наблюдений по различным причинам.

Наработки работоспособных, а также снятых с наблюдений изделий называются усеченными.

Сначала по методу многократно усеченных выборок устанавливается ресурс оборудования. Затем оценивается остаточный ресурс.

Средний остаточный ресурс:

$$\overline{t}_{\text{ост}}(t_k)=\frac{\overline{t}-t_k}{P(t_k)}. \qquad (16.76)$$

Гамма-процентный остаточный ресурс (используется, когда продлеваемый период эксплуатации определяется по количеству отказов):

$$t_{\text{ост}\gamma}(t_k)=t_\gamma-t_k. \qquad (16.77)$$

Гамма-процентный остаточный ресурс $t_{\text{ост}\gamma}(t_k)$ определяется как корень уравнения

$$P(t)=\gamma \qquad (16.78)$$

относительно $t[t=t_{\text{ост}\gamma}(t_k)]$ при заданном γ.

Пример. При эксплуатационных наблюдениях получены наработки на отказ компрессоров: $t_i = 24, 34, 60, \ldots, 8040, 7608$ ч; $n = 54$. Приостановленные наработки: $t_{\text{п}i} = 426, 843, \ldots, 8040, 9536$ ч; $r = 22$. Объем выборки $N = n + r = 54 + 22 = 76$. Определить остаточный ресурс после $t_k = 2000$ ч.

Порядок расчета остаточного ресурса следующий:

1) формируем вариационный ряд, состоящий из t_i и $t_{\text{п}i}$;

2) последовательно выполняя действия, приведенные в разделе 2.4.6, находим значения функции распределения $F(t)$, соответствующие наработкам на отказ t_i;

3) полученные пары t_i и $F(t)$ наносим на вероятностную сетку Вейбулла и определяем соответственно параметры формы и масштаба распределения: $a = 1{,}0$; $b = 3100$ ч;

4) находим остаточный ресурс по формуле (16.76):

$$\overline{t}_{\text{ост}}(t_k) = \frac{3100 - 2000}{0{,}524} = 2100 \text{ (ч)},$$

где $P(t_k) = e^{-\frac{2000}{3100}} = 0{,}524$; $t_k = 2000$ ч; $\overline{t} = b^{1/a}\Gamma(1 + 1/a) = 3100\Gamma(1 + 1) = 3100$ ч; Γ — табулированная гамма-функция.

16.3.4. Оценка остаточного ресурса по отказам базовой детали

Расчет остаточного ресурса производится на основе уравнения для сложных отказов:

$$\overline{t} = t_0 + \frac{1}{\overline{\lambda}}; \tag{16.79}$$

где $\overline{t}$ — оценка среднего ресурса; t_0 — наработка до отказа выборочной совокупности; $\overline{\lambda}$ — средняя интенсивность отказов выборочной совокупности.

Сложный отказ — комбинация простых (коррозионное разрушение, повышение нагрузки и т. д.).

Среднее число деталей, исправно работающих в интервале наработок (t_0, t_k):

$$\overline{N} = \frac{N_0 + \left(N_0 - \sum\limits_i m_i\right)}{2}, \tag{16.80}$$

где N_0 — число наблюдаемых деталей (объем выборки); Σm_i — суммарное количество отказавших деталей.

Средняя интенсивность отказов:

$$\overline{\lambda} = \frac{\sum\limits_i m_i}{\overline{N}(t_k - t_0)}. \tag{16.81}$$

Пример. Определить остаточный ресурс турбокомпрессора по результатам наблюдений за отказами базовой детали — ротора.

Исходные данные: $N_0 = 8$; $\Sigma m_i = 5$; $t_0 = 47{,}6$ тыс. ч; $t_k = 168{,}9$ тыс. ч.

Расчет производится следующим образом:

среднее число исправных деталей, отработавших в интервале наработок (t_0, t), — по формуле (16.80):

$$\overline{N} = \frac{8 + (8 - 5)}{2} = 5{,}5;$$

средняя интенсивность отказов ротора — по формуле (16.81):

$$\bar{\lambda} = \frac{5}{5{,}5(169{,}9 - 47{,}6)} = 7{,}5 \cdot 10^{-3} \left(\frac{1}{\text{тыс.ч}} \right);$$

средний ресурс до отказа ротора — по формуле (16.79):

$$\bar{t} = 47{,}6 + \frac{1}{7{,}5 \cdot 10^{-3}} = 181 \text{ (тыс.ч)};$$

вероятность безотказной работы в интервале (t_0, t_k):

$$P(t_k) = e^{-\lambda(t_k - t_0)} = e^{-7{,}5 \cdot 10^{-3}(168{,}9 - 47{,}6)} = 0{,}402;$$

средний остаточный ресурс — по формуле (16.76):

$$\bar{t}_{\text{ост}}(t_k) = \frac{181 - 168{,}9}{0{,}402} = 30 \text{ (тыс.ч)}.$$

16.3.5. Оценка остаточного ресурса восстанавливаемого оборудования при неполном восстановлении

Это задача влияния качества восстановления (ремонта) на долговечность оборудования при многократных циклах восстановления. В задаче используются следующие обозначения (рис. 16.2): t_i — межремонтный ресурс, после которого происходит неполное восстановление до некоторого состояния $P(t_i) < 1$; точка a_i — начало i-го цикла работы объекта; точка b_i — конец i-го цикла работы объекта; каждый цикл работы объекта $a_i b_i$ характеризуется собственным параметром потока отказов.

Качество восстановления характеризуется коэффициентом восстановления K_b:

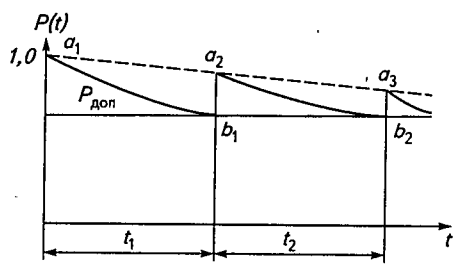


Рис. 16.2. Циклы работы объекта с неполным восстановлением (условно $T_в = 0$)

$$K_b = \frac{P(a_i)}{P(a_{i-1})};\ K_b \le 1, \tag{16.82}$$

где $P(a_i)$, $P(a_{i-1})$ — вероятность безотказной работы в начале i-го и $(i-1)$-го циклов работы объекта соответственно; $P(a_i) \le P(a_{i-1})$; $i = 1, ..., n$; n — число циклов работы объекта.

Для расчета принимаются следующие допущения:

1) эксплуатация идет до допустимого уровня

$$P(b_i) = P_{\text{доп}},$$

где $P(b_i)$ — вероятность безотказной работы объекта в конце i-го цикла работы; $P_{\text{доп}}$ — минимально допустимая вероятность безотказной работы объекта;

2) закон распределения параметра потока отказов $\omega(t)$ во всех ремонтных циклах один и тот же.

При $K_b = \text{const}$ из уравнения (16.82) имеем:

$$\frac{P(a_2)}{P(a_1)} = \frac{P(a_2)}{1{,}0} = K_b; \tag{16.83}$$

после 1-го ремонта

$$P(a_2) = K_b; \tag{16.84}$$

после 2-го ремонта

$$P(a_3) = K_b^2; \tag{16.85}$$

после $(n-1)$-го ремонта

$$P(a_n) = K_b^{n-1}. \tag{16.86}$$

Учитывая (16.84), имеем:

в 1-м цикле работы объекта

$$P_{\text{доп}} = \exp\left(-\int_0^{t_1} \omega(t)\,\mathrm{d}t\right), \tag{16.87}$$

или

$$\ln P_{\text{доп}} = -\int_0^{t_1} \omega(t)\,\mathrm{d}t; \tag{16.88}$$

в n-м цикле работы объекта

$$\frac{P_{\text{доп}}}{K_b^{n-1}} = \exp\left(-\int_{t_{n-1}}^{t_n} \omega(t - t_{n-1})\,\mathrm{d}t\right), \tag{16.89}$$

или

$$(n-1)\ln K_b - \ln P_{\text{доп}} = \int_{t_{n-1}}^{t_n} \omega(t - t_{n-1})\mathrm{d}t. \qquad (16.90)$$

При $\omega(t) = \text{const}$ получаем:

$$t_1 = -\frac{1}{\omega}\ln P_{\text{доп}}; \qquad (16.91)$$

$$t_n = -\frac{1}{\omega}\left[\ln P_{\text{доп}} - (n-1)\ln K_b\right].$$

Ресурс объекта за n циклов:

$$t_p = \sum_{i=1}^{n} t_i = -\frac{n}{\omega}\left[\ln P_{\text{доп}} - \frac{n-1}{2}\ln K_b\right]. \qquad (16.92)$$

Для n-го цикла работы

$$P(a_n) \geq P_{\text{доп}}. \qquad (16.93)$$

Подставляя сюда $P(a_n)$ из (16.86), получаем:

$$K_b^{n-1} \geq P_{\text{доп}}. \qquad (16.94)$$

Отсюда

$$K_b \geq \left(P_{\text{доп}}\right)^{\frac{1}{n-1}}, \qquad (16.95)$$

или

$$n_{\max} = \left(-\frac{\ln P_{\text{доп}}}{\ln K_b}\right) + 1. \qquad (16.96)$$

Фактическое число циклов работы объекта будет

$$n_{\text{ф}} = n_{\max} - 1; \qquad (16.97)$$

поскольку последний цикл не существует ввиду $P(a_n) = P_{\text{доп}}$, то

$$n_{\text{ф}} = \frac{\ln P_{\text{доп}}}{\ln K_b}; \qquad (16.98)$$

для выражения числа $n_{\text{ф}}$ берется его целая часть.

На рис. 16.3 приведены зависимости числа циклов работы объекта от $P_{\text{доп}}$ для различных значений коэффициента K_b.

Алгоритм определения остаточного ресурса при неполном восстановлении следующий:

1) по формуле (16.98) или из рис. 16.2 определяем возможное число циклов работы объекта;

2) по формуле (16.92) определяем ресурс за n циклов работы;

3) из соотношения (16.76) определяем средний остаточный ресурс.

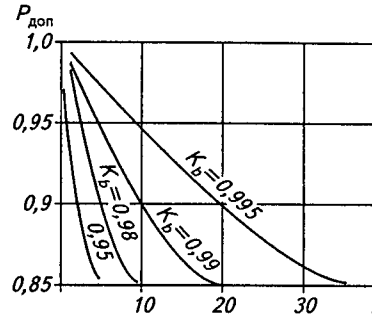


Рис. 16.3. Зависимость числа циклов работы объекта n от $P_{доп}$ при различных значениях K_b

Пример. Для подогревателя холодных газов получен параметр потока отказов $\omega(t) = 3{,}2 \cdot 10^{-5}$ ч$^{-1}$. Коэффициент восстановления $K_b = 0{,}99$. Эксплуатация подогревателя допускается до $P_{доп} = 0{,}9$. Определить остаточный ресурс и средний остаточный ресурс после наработки $t_k = 3$ тыс.ч.

Исходные данные для расчета: $\omega(t) = 3{,}2 \cdot 10^{-5}$ ч$^{-1}$; $P_{доп} = 0{,}9$; $K_b = 0{,}99$; $t_k = 3$ тыс.ч.

Расчет производится следующим образом:

число циклов работы объекта — по формуле (16.98):

$$n_ф = \frac{\ln P_{доп}}{\ln K_b} = \frac{\ln 0{,}9}{\ln 0{,}99} = 10;$$

ресурс — по формуле (16.92):

$$t_p = -\frac{10}{3{,}2 \cdot 10^{-5}}\left(\ln 0{,}9 - \frac{10-1}{2}\ln 0{,}99\right) = 18{,}8 \text{ (тыс. ч)};$$

вероятность безотказной работы для $t_k = 3$ тыс. ч:

$$P(t_k) = e^{-3{,}2 \cdot 10^{-5} \cdot 3 \cdot 10^3} = 0{,}908;$$

средний остаточный ресурс — из соотношения (16.76):

$$\overline{t}_{ост}(t_k) = \frac{18{,}8 - 3}{0{,}908} = 17{,}39 \text{ (тыс. ч.)};$$

остаточный ресурс подогревателя:

$$t_{ост} = 18{,}8 - 3 = 15{,}8 \text{ (тыс. ч)}.$$

ПРИЛОЖЕНИЯ К ЧАСТИ II

П.13. Пример формы журнала регистрации отказов

_____,
наименование оборудования (и его обозначение на технологической схеме)

введенного в эксплуатацию «____» _____ 200___г.

Начало наблюдений «____» _____200__г. Окончание наблюдений «___» _____ 200__г.

№ отказа	Дата отказа	Характеристики отказа					Наработка на отказ, ч	Время восстановления работоспособности, ч
		внешнее проявление	механизм	вид	причина	последствия		
1	2	3	4	5	6	7	8	9

П.14. Примеры форм рабочих листов для проведения анализа видов, последствий и критичности отказов

Форма № 1

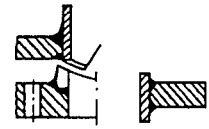
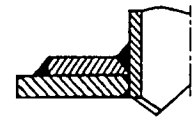
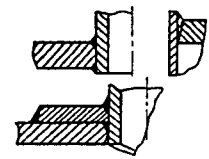
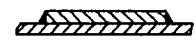
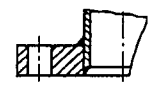
Код элемента (функции)	Наименование элемента (функции)	Вид (описание) отказа	Возможные причины отказа	Последствия отказа			Способы и средства обнаружения и локализации отказа	Рекомендации по предупреждению (снижению) тяжести последствий отказа	Категория тяжести последствий отказа
				на рассматриваемом уровне	на вышестоящем уровне	на уровне изделия			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Форма № 2

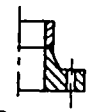
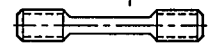
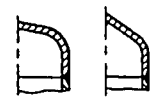
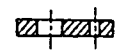
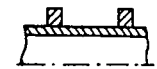
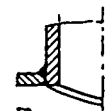
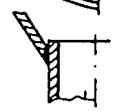
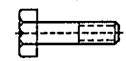
Код элемента (функции)	Наименование элемента (функции)	Вид (описание) отказа	Возможные причины отказа	Последствия отказа			Способы и средства обнаружения отказа	Рекомендации по предупреждению (снижению) тяжести последствий отказа	Вероятность отказа	Критичность отказа
				на рассматриваемом уровне	на вышестоящем уровне	на уровне изделия				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

П.15. Справочный материал для расчета остаточного ресурса оборудования

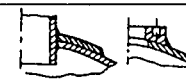
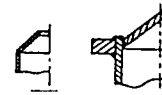
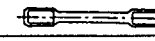
П.15.1. Выбор коэффициента ξ

Тип сварного шва или соединение элементов	Примеры сварных швов	ξ
Стыковые сварные швы с полным проваром и плавным переходом		1,0
Тавровые сварные швы с полным проваром и плавным переходом		
Бесшовная обечайка		
Сварные швы сосуда с подкладным листом по всей длине		1,2
Стыковые и тавровые сварные швы с полным проваром без плавного перехода		
Сварные швы штуцеров с укрепляющим кольцом с полным проваром		
Односторонние сварные швы без подкладного листа с непроваром в корне шва		1,5
Сварные швы штуцеров с конструктивным зазором		
Сварные швы подкладных листов		
Сварные швы плоских приварных фланцев с конструктивным зазором		

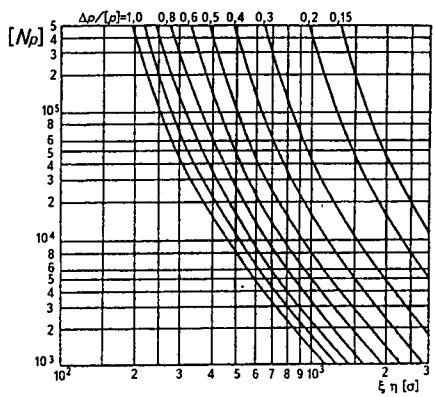
П.15.2. Выбор коэффициента η

Узел или элемент сосуда	Расчетный элемент	Эскиз узла	η
Гладкая оболочка	Оболочка		1,5
Сферическая часть выпуклых днищ без отверстий	»		
Соединение оболочек разных толщин. Плоское днище или крышка без отверстий (отверстия для болтов не учитываются)	Более тонкая оболочка. Плоское днище, крышка		2,0
Эллипсоидное днище	Эллипсоидное днище		
Приварные встык фланцы с плавным переходом	Оболочка и фланец		
Шпильки фланцевых соединений	Шпильки		
Отбортованная часть торосферического и конического днища	Переход		3,0
Плоское днище или крышка с отверстием, трубная решетка	Днище, крышка, трубная решетка		
Обечайка с кольцом жесткости	Обечайка		
Отбортованные штуцера и лазы	Оболочка в месте установки штуцера или лаза		3,0
Оболочка со штуцером без накладного кольца	Оболочка в месте установки штуцера		
Соединение конической обечайки с цилиндрической обечайкой меньшего диаметра	Конический переход		
Приварные плоские фланцы к оболочке	Оболочка и фланец		
Болты с головкой	Болт		

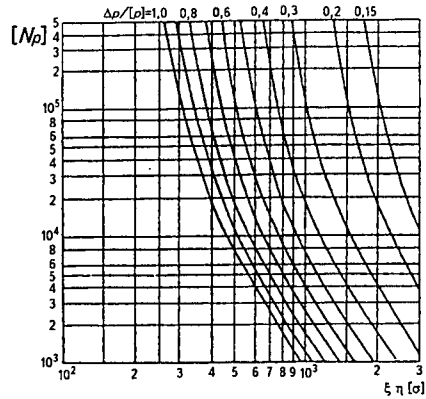
Продолжение

Узел или элемент сосуда	Расчетный элемент	Эскиз узла	η
Оболочка со штуцером и укрепляющим кольцом	Оболочка в месте установки штуцера		4,0
Угловые соединения конической или сферической обечайки	Переход		
Болты и шпильки из высокопрочной стали	Болт и шпилька в зоне резьбы		
Сферическая крышка с кольцом	Сферический сегмент		4,0
Соединение с обечайкой плоского днища с отбортовкой или выточкой	Обечайка		
Соединение с обечайкой приварных плоских днищ остальных типов	То же		5,0

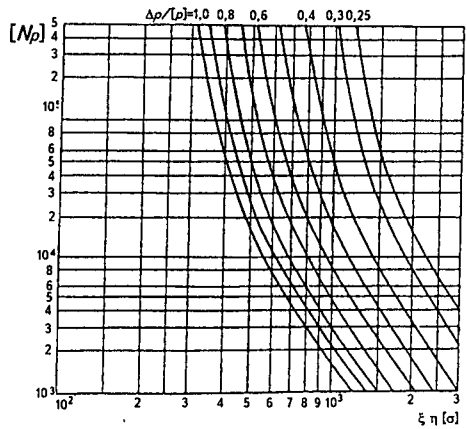
П.15.3. Допускаемое число циклов нагружения давлением для элементов сосудов и аппаратов из углеродистых сталей



П.15.4. Допускаемое число циклов нагружения давлением для элементов сосудов и аппаратов из низколегированных сталей



П.15.5. Допускаемое число циклов нагружения давлением для элементов сосудов и аппаратов из аустенитных сталей



П.15.6. Допускаемые напряжения для углеродистых и низколегированных сталей

Расчетная температура стенки сосуда или аппарата, °С	Допускаемое напряжение [σ], МПа (кгс/см²), для сталей марок			
	ВСт.3	20 и 20К	09Г2С, 16ГС, 17ГС, 17Г1С, 10Г2С1	10Г2
20	140(1400)	147(1470)	183(1830)	180(1800)
100	134(1340)	142(1420)	160(1600)	160(1600)
150	131(1310)	139(1390)	154(1540)	154(1540)
200	126(1260)	136(1360)	148(1480)	148(1480)
250	120(1200)	132(1320)	145(1450)	145(1450)
300	108(1080)	119(1190)	134(1340)	134(1340)
350	98(980)	106(1060)	123(1230)	123(1230)
375	93(930)	98(980)	116(1160)	108(1080)
400	85(850)	92(920)	105(1050)	92(920)
410	81(810)	86(860)	104(1040)	86(860)
420	75(750)	80(800)	92(920)	80(800)
430	71(710)	75(750)	86(860)	75(750)
440	—	67(670)	78(780)	67(670)
450	—	61(610)	71(710)	61(610)
460	—	55(550)	64(640)	55(550)
470	—	49(490)	56(560)	49(490)
480	—	46(460)	53(530)	46(460)

П.15.7. Допускаемые напряжения для теплоустойчивых и коррозионно-стойких хромистых сталей

Расчетная температура стенки сосуда или аппарата, °С	Допускаемое напряжение [σ], МПа (кгс/см²), для сталей марок				
	12ХМ	12МХ	15ХМ	15Х5М	15Х5М-У
20	147(1470)	147(1470)	155(1550)	146(1460)	240(2400)
100	—	—	—	141(1410)	235(2350)
150	—	—	—	138(1380)	230(2300)
200	145(1450)	145(1450)	152(1520)	134(1340)	225(2250)
250	145(1450)	145(1450)	152(1520)	127(1270)	220(2200)
300	141(1410)	141(1410)	147(1470)	120(1200)	210(2100)
350	137(1370)	137(1370)	142(1420)	114(1140)	200(2000)
375	135(1350)	135(1350)	140(1400)	110(1100)	180(1800)
400	132(1320)	132(1320)	137(1370)	105(1050)	170(1700)
410	130(1300)	130(1300)	136(1360)	103(1030)	160(1600)
420	129(1290)	129(1290)	135(1350)	101(1010)	150(1500)
430	127(1270)	127(1270)	134(1340)	99(990)	140(1400)
440	126(1260)	126(1260)	132(1320)	96(960)	135(1350)
450	124(1240)	124(1240)	131(1310)	94(940)	130(1300)

Расчетная температура стенки сосуда или аппарата, °С	Допускаемое напряжение [σ], МПа (кгс/см²), для сталей марок				
	12ХМ	12МХ	15ХМ	15Х5М	15Х5М-У
460	122(1220)	122(1220)	127(1270)	91(910)	126(1260)
470	117(1170)	117(1170)	122(1220)	89(890)	122(1220)
480	114(1140)	114(1140)	117(1170)	86(860)	118(1180)
490	105(1050)	105(1050)	107(1070)	83(830)	114(1140)
500	96(960)	96(960)	99(990)	79(790)	108(1080)
510	82(820)	82(820)	84(840)	72(720)	97(970)
520	69(690)	69(960)	74(740)	66(660)	85(850)
530	60(600)	57(570)	67(670)	60(600)	72(720)
540	50(500)	47(470)	57(570)	54(540)	58(580)
550	41(410)	—	49(490)	47(470)	52(520)
560	33(330)	—	41(410)	40(400)	45(450)
570	—	—	—	35(350)	40(400)
580	—	—	—	30(300)	34(340)
590	—	—	—	28(280)	30(300)
600	—	—	—	25(250)	25(250)

П.15.8. Допускаемые напряжения для жаропрочных, жаростойких и коррозионно-стойких аустенитных сталей

Расчетная температура стенки сосуда или аппарата, °С	Допускаемое напряжение [σ], МПа (кгс/см²), для сталей марок				
	08Х22Н6Т, 08Х21Н6М2Т	03Х21Н21М4ГБ	03Х18Н11	03Х18Н15М3	06ХН28МДТ, 03ХН28МДТ
20	240(2400)	180(1800)	155(1550)	153(1530)	147(1470)
100	207(2070)	173(1730)	160(1600)	140(1400)	138(1380)
150	200(2000)	171(1710)	133(1330)	130(1300)	130(1300)
200	193(1930)	171(1710)	125(1250)	120(1200)	124(1240)
250	173(1730)	167(1670)	120(1200)	113(1130)	117(1170)
300	167(1670)	149(1490)	115(1150)	103(1030)	110(1100)
350	—	143(1430)	112(1120)	101(1010)	107(1070)
375	—	141(1410)	108(1080)	90(900)	105(1050)
400	—	140(1410)	107(1070)	87(870)	103(1030)
410	—	—	107(1070)	83(830)	—
420	—	—	107(1070)	82(820)	—
430	—	—	107(1070)	81(810)	—
440	—	—	107(1070)	81(810)	—
450	—	—	107(1070)	80(800)	—

Продолжение

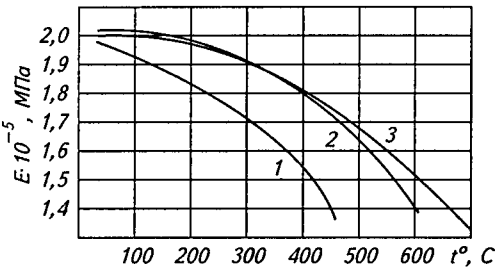
Расчетная температура стенки сосуда или аппарата, °С	Допускаемое напряжение [σ], МПа (кгс/см²), для сталей марок	
	08Х18Н10Т, 08Х18Н12Т, 08Х17Н13М2Т, 08Х17Н15М3Т	12Х18Н10Т, 12Х18Н12Т, 10Х17Н13М2Т, 10Х17Н13М3Т
20	140(1400)	160(1600)
100	130(1300)	152(1520)
150	120(1200)	146(1460)
200	115(1150)	140(1400)
250	110(1100)	136(1360)
300	100(1000)	130(1300)
350	91(910)	126(1260)
375	89(890)	124(1240)
400	86(860)	121(1210)
410	86(860)	120(1200)
420	85(850)	120(1200)
430	85(850)	119(1190)
440	84(840)	118(1180)
450	84(840)	117(1170)
460	83(830)	116(1160)
470	83(830)	115(1150)
480	82(820)	115(1150)
490	82(820)	114(1140)
500	81(810)	113(1130)
510	80(800)	112(1120)
520	79(790)	112(1120)
530	79(790)	111(1110)
540	78(780)	111(1110)
550	76(760)	111(1110)
560	73(730)	101(1010)
570	69(690)	97(970)
580	65(650)	90(900)
590	61(610)	81(810)
600	57(570)	74(740)
610	—	68(680)
620	—	62(620)
630	—	57(570)
640	—	52(520)
650	—	48(480)
660	—	45(450)
670	—	42(420)
680	—	38(380)
690	—	34(340)
700	—	30(300)

П.15.9. Коэффициенты прочности сварных швов

Вид сварного шва	Значение коэффициентов прочности сварных швов при длине контролируемых швов (от общей длины)	
	от 100 %	от 10 до 50 %
Стыковой или тавровый с двусторонним сплошным проваром, выполняемый автоматической и полуавтоматической сваркой	1,0	0,9
Стыковой с подваркой корня шва или тавровый с двусторонним сплошным проваром, выполняемый вручную	1,0	0,9
Стыковой, доступный сварке только с одной стороны и имеющий в процессе сварки металлическую подкладку со стороны корня шва, прилегающую по всей длине шва к основному металлу	0,9	0,8
Втавр, с конструктивным зазором свариваемых деталей	0,8	0,65
Стыковой, выполняемый автоматической и полуавтоматической сваркой с одной стороны с флюсовой или керамической подкладкой	0,9	0,8
Стыковой, выполняемый вручную с одной стороны	0,9	0,65

Примечание. Объем контроля определяется техническими требованиями на изготовление сосуда или аппарата и Правилами Ростехнадзора РФ.

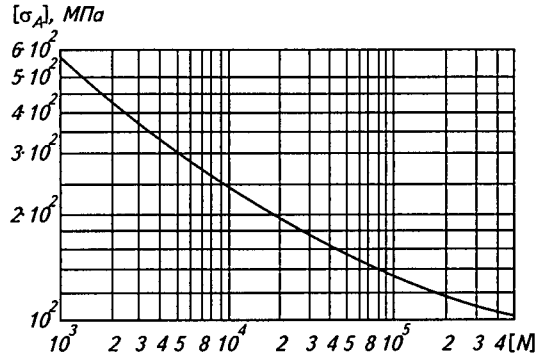
П.15.10. Расчетные значения модуля продольной упругости



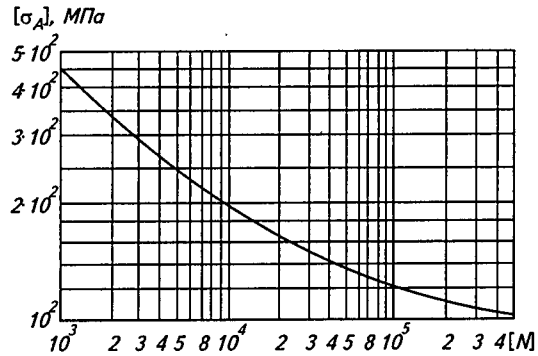
1 — углеродистые и низколегированные стали; *2* — теплоустойчивые и коррозионно-стойкие хромистые стали; *3* — жаропрочные и коррозионно-стойкие аустенитные стали

Стали	Модуль продольной упругости $E \cdot 10^{-5}$ МПа ($E \cdot 10^{-6}$ кгс/см^2) при температуре, °С													
	20	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700
Углеродистые и низколегированные	1,99	1,91	1,86	1,81	1,76	1,71	1,64	1,55	1,40	—	—	—	—	—
Жаропрочные и жаростойкие аустенитные	2,00	2,00	1,99	1,97	1,94	1,90	1,85	1,80	1,74	1,67	1,60	1,52	1,43	1,32
Теплоустойчивые и коррозионностойкие хромистые	2,15	2,15	2,05	1,98	1,95	1,90	1,84	1,78	1,71	1,63	1,54	1,40	—	—

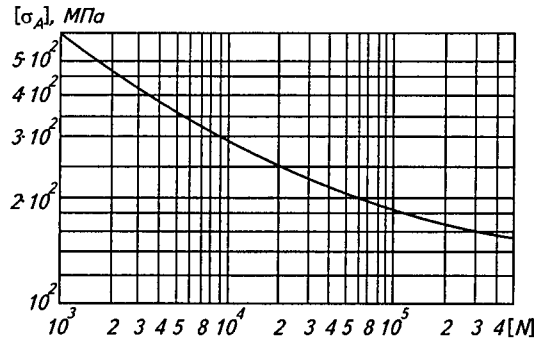
П.15.11. Расчетная кривая усталости для углеродистых сталей до температуры 380 °С



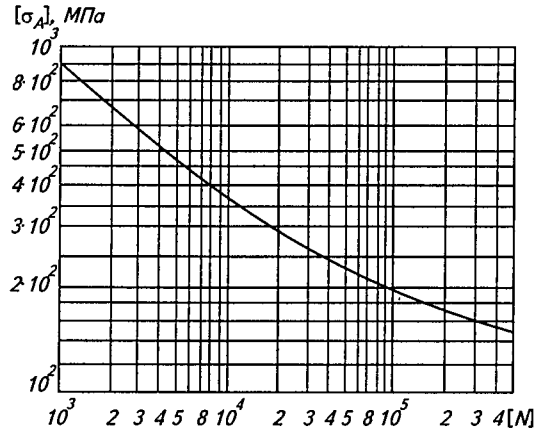
П.15.12. Расчетная кривая усталости для низколегированных сталей до температуры 420 °С



П.15.13. Расчетная кривая усталости для аустенитных сталей до температуры 525 °С



П.15.14. Расчетная кривая усталости для высокопрочных (σ_A > 700 МПа) крепежных сталей



П.15.15. Способы выявления эксплуатационных дефектов элементов оборудования

Дефекты	Способ выявления	Допустимость эксплуатации
Трещины, усталостные термические коррозионные и другие повреждения	Визуально-оптический, капиллярный и магнитно-порошковый	Эксплуатация металла с трещинами не допускается
Коррозионные повреждения	Визуально-оптический, толщинометрия	Эксплуатация возможна в зависимости от степени повреждений, допускаемых по условиям прочности
Эрозионный износ, кавитация	То же	То же
Деформация	Микрометрирование по реперам	»

П.15.16. Методы контроля толщины стенки и качества сварных швов сосудов и аппаратов

Методы контроля	Применяемые технические средства	Преимущества	Недостатки
Визуально-оптический	Лупы, смотровые трубы, эндоскопы	Простота, возможность осмотра больших поверхностей, определение вида разрушения, участков повышенного износа	Невысокая точность оценки величины повреждений
По образцам-свидетелям	Устройства для извлечения образцов	Возможность измерения величины сплошной коррозии и иногда точечной	Требует длительного контакта с коррозионной средой. Возможны ошибки
Высверливание при обследовании	Сверло, коническая фреза. Измерительный инструмент	Высокая достоверность измерений	Необходимость последующего заглушения отверстий
Метод градуированных отверстий	Указатели появления среды через отверстия	Высокая достоверность измерений; возможность наблюдения за скоростью разрушения	Опасность применения в горючих и токсичных средах
Микрометрический	Механические индикаторы с игольчатым щупом	Возможность измерения глубин отдельных каверн	Существенная погрешность измерения при наличии сплошной коррозии
Профилографирование	Каверномеры, профилографы типа ЛИП-3 и УИП-5	Возможность точного измерения распределения повреждений, в том числе малых	Продукты коррозии могут искажать действительные результаты

Продолжение

Методы контроля	Применяемые технические средства	Преимущества	Недостатки
Методы измерения потенциала, электрического сопротивления	Коррозиметры, электроизмерительные приборы	Возможность непрерывного контроля	Измерение только усредненной скорости коррозии; ошибки при появлении в среде примесей
По содержанию ионов железа	Средства химического анализа	Пробы отбираются в процессе работы установки	Не позволяет оценить глубину коррозии
Капиллярный (цветной и люминесцентный)	Дефектоскопы, пенетранты, сорбенты, люминофоры	Высокая чувствительность при выявлении трещин и пор, простота и наглядность	Необходимость высокой чистоты обработки поверхности, высокие трудоемкость и длительность процесса контроля
Магнитно-порошковый	Дефектоскопы, порошки и пасты	Высокие чувствительность, производительность и достоверность при контроле трещин в ферромагнитных материалах	Необходимость удаления покрытий и загрязнений с поверхности
Металлографический	Металлографические микроскопы	Возможность измерения повреждений малой глубины	Необходимость вырезки образцов и последующего восстановления поврежденного участка
Ультразвуковая толщинометрия	Ультразвуковые толщиномеры типа УТ, Кварц, ДМ и др.	Позволяет измерять толщину металла в процессе работы оборудования	Коррозионные повреждения могут уменьшать чувствительность прибора
Радиационная толщинометрия	Радиационный толщиномер ТОР № 2 и др.	То же	То же

П.15.17. Минимальное число точек N для измерения глубины разрушения

δ	γ	N при V_h, равном						
		0,1	0,2	0,3	0,4	0,6	0,8	1,0
0,05	0,8	4	13	25	50	100	200	315
	0,9	8	25	65	100	250	500	650
	0,95	13	40	100	150	400	650	1000
	0,99	25	100	200	315	800	1000	1000
0,1	0,8	3	5	10	13	32	50	100
	0,9	3	8	15	32	65	125	200
	0,95	5	13	25	50	100	200	400
	0,99	8	25	50	100	200	400	650

Продолжение

δ	γ	N при V_h, равном						
		0,1	0,2	0,3	0,4	0,6	0,8	1,0
0,15	0,8	3	3	5	6	15	25	40
	0,9	3	4	8	15	32	65	80
	0,95	3	6	13	25	50	100	150
	0,99	5	13	25	40	100	200	315
0,2	0,8	3	3	3	5	10	20	25
	0,9	3	4	6	10	20	40	50
	0,95	3	5	8	15	32	50	100
	0,99	4	8	15	25	65	125	150

П.15.18. Взаимосвязь параметров b, K_b и V

b	K_b	V	b	K_b	V
0,8	1,133	1,261	3,1	0,894	0,353
0,9	1,052	1,113	3,2	0,896	0,343
1,0	1,0	1,0	3,3	0,897	0,334
1,1	0,965	0,910	3,4	0,898	0,325
1,2	0,941	0,837	3,5	0,9	0,316
1,3	0,924	0,775	3,6	0,901	0,309
1,4	0,911	0,723	3,7	0,902	0,301
1,5	0,903	0,679	3,8	0,904	0,294
1,6	0,897	0,640	3,9	0,905	0,287
1,7	0,892	0,605	4,0	0,906	0,281
1,8	0,889	0,575	4,5	0,913	0,253
1,9	0,887	0,547	5,0	0,918	0,230
2,0	0,886	0,543	6,0	0,928	0,194
2,1	0,886	0,5	7,0	0,935	0,168
2,2	0,886	0,48	8,0	0,942	0,148
2,3	0,886	0,461	9,0	0,947	0,133
2,4	0,887	0,444	10,0	0,951	0,120
2,5	0,887	0,428	12,0	0,958	0,101
2,6	0,888	0,413	14,0	0,964	0,087
2,7	0,889	0,399	16,0	0,969	0,077
2,8	0,890	0,386	18,0	0,971	0,069
2,9	0,892	0,375	20,0	0,974	0,0625
3,0	0,893	0,363	25,0	0,978	0,051

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ К ЧАСТИ II

1. Назовите и дайте краткую характеристику составляющих информационного обеспечения анализа надежности оборудования при эксплуатации.
2. Какие группы документов используют при взаимодействии служб предприятия в системе надежности?
3. По каким критериям и каким образом можно проверить наличие закономерности в изменении показателей надежности?
4. Какова последовательность определения параметров уравнения регрессии с помощью комбинации методов Кенуя и Мостеллера—Тьюки?
5. Какие этапы включает в себя анализ стохастической компоненты временных рядов показателей надежности?
6. По каким критериям и каким образом классифицируют отказы технологических систем?
7. Сформулируйте назначение, основные принципы и эвристические правила построения дерева отказов.
8. Какие символы составляют графический аппарат дерева отказов?
9. Какие математические теоремы лежат в основе количественного анализа причинно-следственных связей дерева отказов?
10. Что понимают под значимостью аварийного сочетания и исходного события дерева отказов?
11. Дайте определение понятиям «риск» и «приемлемый риск». С помощью каких показателей риска характеризуют опасности промышленных аварий?
12. Какова последовательность проведения процедуры риск-анализа?
13. Что включает в себя определение области применения риск-анализа?
14. Назовите основные причины аварий на опасных промышленных объектах.
15. Каким образом осуществляют оценку величины риска?
16. Сформулируйте приоритеты при выборе технических и организационных мер уменьшения опасности.
17. Комплекс каких факторов учитывают при выборе методов анализа риска?
18. Дайте краткую характеристику основных методов риск-анализа.
19. Какова схема анализа развития аварии методом дерева событий?
20. Какие операции включает в себя анализ видов, последствий и критичности отказов?
21. Назовите типы ошибочных действий, идентифицируемые при помощи анализа влияния человеческого фактора.
22. Какие подходы к анализу условий эксплуатации и оценке технического состояния оборудования существуют на сегодняшний день?
23. Что такое остаточный ресурс оборудования? Какими количественными показателями он характеризуется?
24. Что такое цикл нагружения и размах колебаний нагрузки? Какие циклы нагружения учитывают при расчете остаточного ресурса?
25. Дайте краткую характеристику коэффициентов, на основе которых определяется допускаемое число циклов нагружения избыточным давлением.
26. Какие сложные виды нагружения и в каких случаях учитывают при расчете малоциклового остаточного ресурса?
27. Назовите технические средства, используемые для определения степени коррозионного разрушения сосудов и аппаратов.
28. Какова общая последовательность расчета остаточного ресурса оборудования по критерию коррозионной стойкости?
29. Каким образом обеспечивается достоверность оценки остаточного ресурса по критерию коррозионной стойкости?
30. Перечислите статистические методы расчета остаточного ресурса и дайте их краткую характеристку.

ЛИТЕРАТУРА К ЧАСТИ II

Андерсен Т. Статистический анализ временных рядов: Пер. с англ. / Под ред. Ю. К. Беляева. — М.: Мир, 1976. — 758 с.

Антикайн П. А., Зыков А. К. Эксплуатационная надежность объектов котлонадзора: Справочное издание. — М.: Металлургия, 1985. — 96 с.

Болотин В. В. Прогнозирование ресурса машин и конструкций. — М.: Машиностроение, 1984. — 132 с.

Вероятность и математическая статистика: Энциклопедия / Под ред. Ю. В. Прохорова. — М.: Большая Российская энциклопедия, 1999. — 910 с.

Закс Л. Статистическое оценивание. М.: Статистика, 1976. — 598 с.

Кенуй М. Г. Быстрые статистические вычисления. М.: Статистика, 1979. — 69 с.

Колотыркин Я. М. Металл и коррозия. — М.: Металлургия, 1985. — 85 с.

Краснов В. И., Максименко М. З. Ремонт теплообменников. — М.: Химия, 1990. — 104 с.

Лейфер Л. А. Методы прогнозирования остаточного ресурса машин и их программное обеспечение. — М.: Знание, 1988. — С. 64—116.

Маннапов Р. Г. Оценка надежности химического и нефтяного оборудования при поверхностном разрушении / Обзорная информация. Серия ХМ-1. — М.: ЦИНТИХИМНЕФТЕМАШ, 1988. — 39 с.

Надежность и эффективность в технике: Справочник в 10 т. — М.: Машиностроение, 1989. — Т. 6. — 375 с.

Садыхов Д. С. Остаточный ресурс технических объектов и методы его оценки. — М.: Знание, 1986. — С. 51—100.

Справочник по надежности: Пер. с англ. / Под. ред. Б. Р. Левина. Т. 1, М.: Мир, 1969. — 340 с.

Тьюки Дж., Мостеллер Ф. Анализ данных и регрессия. Вып 2. М.: Финансы и статистика, 1982. — 215 с.

Хенли Э. Дж., Кумамото Х. Надежность технических систем и оценка риска. М.: Машиностроение, 1984. — 528 с.

ГОСТ 9.908—85. Единая система зашиты от коррозии и старения. Металлы и сплавы. Методы определения коррозии и коррозионной стойкости.

ГОСТ 12.1.004—85. Система стандартов безопасности труда. Пожарная безопасность. Общие требования.

ГОСТ 14249—89. Сосуды и аппараты. Нормы и методы расчета на прочность.

ГОСТ 14249-89. Сосуды и аппараты. Нормы и методы расчета на прочность. — М.: Изд-во стандартов, 1989. — 62 с.

ГОСТ 25859—83. Сосуды и аппараты стальные. Нормы и методы расчета на прочность при малоцикловых нагрузках.

ГОСТ 27.002—89. Надежность в технике. Основные понятия, термины и определения.

ГОСТ 27.004—85. Надежность в технике. Системы технологические. Термины и определения.

ГОСТ 27.302—86. Надежность в технике. Методы определения допустимого отклонения параметра технического состояния и прогнозирование остаточного ресурса составных частей агрегатов машин.

ГОСТ 27.310—95. Надежность в технике. Анализ видов последствий и критичности отказов.

ГОСТ 27.502—83. Надежность в технике. Система сбора и обработки информации. Планирование наблюдений.

ГОСТ Р 51901—2002. Управление надежностью. Анализ риска технологических систем.

IEC 1025:1990 — Fault tree analysis (FTA) / Стандарт МЭК «Анализ дерева отказов», 1990.

ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ НАДЕЖНОСТИ И БЕЗОПАСНОСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Глава 17

КОМПЬЮТЕРНЫЕ СРЕДСТВА АНАЛИЗА ДАННЫХ

17.1. Краткая характеристика программного обеспечения надежности

Прикладное программное обеспечение надежности объединяет собственно программы для систем обработки данных на машинных носителях и программную документацию, необходимую для эксплуатации разрабатываемого приложения. В прикладном программном обеспечении реализуется математический стандарт для непосредственного выполнения вычислительных процедур. Прикладное программное обеспечение обычно представляет собой пакет программ, каждая из которых обслуживает определенный этап (вид) исследований или группу однотипных задач внутри различных этапов.

На сегодняшний день в рамках программного обеспечения надежности специалистами Software-фирм, промышленных компаний, вузов, научно-технических организаций ведется разработка прикладных программ по следующим основным направлениям:

моделирование испытаний на надежность;

оценка и прогнозирование надежности объектов (изделий);

структурный анализ надежности сложных технических систем;

моделирование надежности марковскими процессами;

оптимизация технического обслуживания и ремонтов оборудования;

расчет затрат на изделие, оптимизация функции «надежность—стоимость»;

моделирование надежности на стадии проектирования;

анализ дерева отказов/событий;
анализ видов, последствий и критичности отказов;
оценка риска опасных промышленных объектов;
определение остаточного ресурса оборудования;
контроль технологических процессов и управление качеством промышленной продукции.

17.2. Стадии проектирования программного обеспечения

Национальные и международные стандарты устанавливают следующие стадии проектирования программного обеспечения.

Техническое задание. На стадии технического задания выполняются следующие виды работ: постановка задачи; сбор исходных материалов; предварительный выбор методов решения задачи; оценка принципиальной возможности решения поставленной задачи; определение технических средств, этапов и сроков разработки программного обеспечения и технической документации; технико-экономическое обоснование разработки программного обеспечения; согласование и утверждение технического задания. При разработке программного обеспечения предъявляются требования: к функциям, выполняемым этим программным обеспечением; временны́м и объемным характеристикам программ; к совместимости их с другими программами; к надежности, достоверности результатов; к методам и средствам настройки на конкретные условия эксплуатации; к удобству использования и сопровождения.

Эскизный проект. На этой стадии выполняются следующие виды работ: описание ожидаемого поведения системы с точки зрения пользователя (внешний проект), т. е. проектирование внешнего взаимодействия пользователя с программным изделием; уточнение методов решения задачи; предварительное проектирование внутренних структур данных; разработка общего алгоритма решения задачи, укрупненной структурной схемы программного обеспечения, пояснительной записки. При разработке эскизного проекта определяются способы взаимодействия пользователей с программным изделием, функции пользователей, тип языка взаимодействия, его синтаксис, структура и содержание информационных кадров и шаблонов диалога, структура входных и выходных данных.

Технический проект. Технический проект включает следующие этапы.

1. Проектирование архитектуры программного изделия. При этом оно разбивается на составные части, определяются функции каждой компоненты, способы взаимодействия между ними, разрабатываются схемы управления потоками данных, схемы распределения оперативной и внешней памяти вычислительной системы.

2. Проектирование структуры данных. При этом определяются способы представления, хранения и преобразования входных, выходных и внутренних данных.

3. Проектирование модульной структуры. На этом этапе осуществляется разбиение компонент программного изделия на модули, составляется описание всех модулей: имя модуля, его функции; описание входных и выходных параметров, их форматов, диапазонов допустимых значений, функциональных взаимосвязей; форма обращения к модулю, список модулей, описание алгоритма каждого модуля.

Рабочий проект. На этой стадии выполняются следующие виды работ: кодирование, тестирование и отладка программ; разработка технической документации согласно Единой системе программной документации; проведение приемо-сдаточных испытаний; корректировка программ и документации по результатам испытаний.

Стадия внедрения. На этой стадии осуществляются передача программ и технической документации заказчику, передача программ в фонд алгоритмов и программ.

17.3. Требования к программному обеспечению

Современное программное обеспечение надежности должно удовлетворять следующим основным критериям качества:

простота и удобство ввода, вывода и хранения информации. Поскольку в большинстве случаев анализ надежности предполагает статистическую обработку значительного числа наблюдений, основной формой организации и хранения данных в приложении следует считать таблицу. Электронные таблицы должны поддерживать различные форматы представления информации (дата, время и т. д.), операции с использованием буфера обмена Windows и блоками значений (технология drag and drop, автозаполнение, выделение цветом и др.);

широкий диапазон методов исследований. Software-компании в настоящее время ориентированы на разработку многоцелевых программных комплексов, состоящих из набора взаимосвязанных расчетных модулей (прямой доступ или экспорт/импорт информации), каждый из которых является полноценным Windows-приложением;

наличие мощного графического инструментария для визуализации исходных и промежуточных данных, а также результатов анализа. Всесторонняя графическая поддержка исследований в области надежности является одной из важнейших характеристик прикладных программ. Графические средства разрабатываемых приложений должны включать в себя широкий диапазон соответствующих интерактивных инструментов (гистограммы, диаграммы рассеяния, графики на вероятностной бумаге и в квантиль-квантиль-координатах, деревья отказов/событий, структурные схемы и т. д.);

поддержка создания отчетов, подразумевающая наличие в программе опций сохранения результатов анализа в файл с возможностью их дальнейшего редактирования и вывода на печать;

расширяемость. Под этим критерием следует в первую очередь понимать возможность автоматизации выполнения часто повторяющихся операций и написания собственных вычислительных процедур обработки данных;

наличие интерактивной справочной системы или электронного руководства. Встроенная в приложение контекстно-зависимая справочная документация, содержащая описание интерфейса, функциональных возможностей и особенностей программного продукта, а также математических, графических и других методов исследований, делает процесс анализа надежности значительно более удобным и информативным.

17.4. Пользовательский интерфейс пакетов прикладных программ

Дизайн конкретных реализаций интерфейса программных изделий представляет собой композицию различных типов управляющих средств, информационных образов предметной области и декоративных элементов, образующих некое стилистическое единство.

Нормативные документы ISO, регламентирующие эргономические аспекты дизайна прикладных программ Win32, которые могут быть использованы при разработке программного обеспечения надежности, представлены ниже:

Документ ISO	Эргономические принципы
ISO 9241-10—1996. Ergonomic requirements for office work with visual display terminals (VDTs). P.10	Соответствие задаче, контролируемость, соответствие ожиданиям пользователя, толерантность к ошибкам, изучаемость
ISO/IEC 13407—1999. Designing user interfaces with humans in mind	Ориентация программного продукта на конкретного пользователя
ГОСТ Р ИСО/МЭК 12119—2000. Информационная технология. Пакеты программ. Требования к уровню качества и тестирование	Требования к практичности: понятность, обозримость, удобство использования
ГОСТ Р ИСО/МЭК 9126—93. Информационная технология. Оценка программной продукции. Характеристики качества и руководства по их применению	Субхарактеристика качества «практичность»: понятность, обучаемость, простота использования

17.5. Программная документация

В комплект эксплуатационной документации разрабатываемых приложений традиционно входят программные документы, перечисленные ниже.

Допускается объединение отдельных видов эксплуатационных документов, необходимость которого указывается в техническом задании. Объединенному документу присваивают наименование и

Таблица

Эксплуатационный документ	Содержание документа
Ведомость эксплуатационных документов	Перечень эксплуатационных документов на программу
Формуляр	Основные характеристики программы, комплектность и сведения об эксплуатации программы
Описание применения программного продукта	Сведения о назначении программы, области применения, применяемых методах, классе решаемых задач, ограничениях для применения, минимальной конфигурации технических средств
Руководство системного программиста	Сведения для проверки, обеспечения функционирования, инсталляции и настройки программы на условия конкретного применения
Руководство программиста	Сведения для эксплуатации программы
Руководство оператора или пользователя	Сведения для обеспечения процедуры общения оператора с вычислительной системой в процессе выполнения программы
Описание языка	Описание синтаксиса и семантики языка
Руководство по техническому обслуживанию	Сведения для применения тестовых и диагностических программ при обслуживании технических средств

обозначение одного из объединяемых документов. В объединенных документах должны быть приведены сведения, которые необходимо включать в каждый объединяемый документ.

Глава 18

ОБЗОР НЕКОТОРЫХ ПРОГРАММНЫХ СРЕДСТВ АНАЛИЗА НАДЕЖНОСТИ И БЕЗОПАСНОСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

18.1. Item Software

Корпорация ***Item Software*** (UK) предлагает специалистам в области анализа, контроля и обеспечения надежности технических систем программный комплекс **Item Toolkit**, включающий в себя следующие модули:

Reliability Block Diagram (RBD);
Fault Tree Analysis (FTA);
FMECA;
Reliability Prediction;
Aralia (BDD);
Markov Analysis (MKV);
Maintainability (MTTR);
Spare Cost.

Reliability Block Diagram (RBD) — мощный инструмент структурного анализа надежности больших и сложных технологических

систем, использующий весь арсенал признанных на сегодняшний день методов расчета (рис. 18.1).

Особенности программы:

возможность рассмотрения множества систем в рамках одного проекта;

экспорт результатов в другие модули Toolkit или приложения, например Microsoft Word;

анализ структурной значимости элементов и аварийных сочетаний по Бирнбауму, Фусселю—Везели и Барлоу—Прошану;

определение минимальных аварийных и проходных сочетаний в системе;

контроль логической корректности построения и анализа структурных схем;

отображение результатов расчета показателей надежности на всех уровнях иерархии.

Fault Tree Analysis (FTA) — модуль качественного и количественного анализа надежности сложных систем методом дерева отказов, в основу которого положен принцип минимального аварийного сочетания, позволяющий значительно сократить число исходных событий (рис. 18.2).

Основные характеристики программы:

возможность вырезания, копирования и вставки символов дерева отказов с помощью буфера обмена Windows;

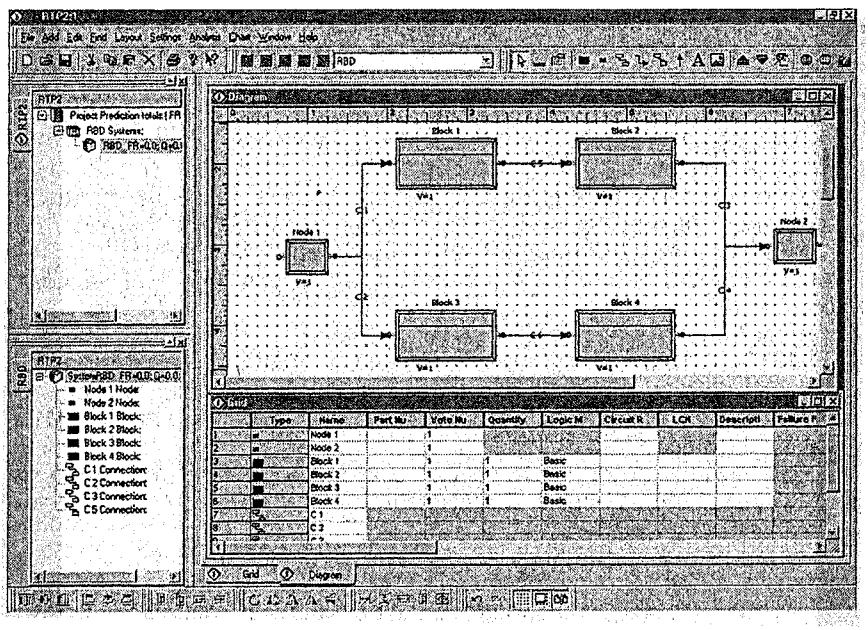


Рис. 18.1. Окно программы Reliability Block Diagram

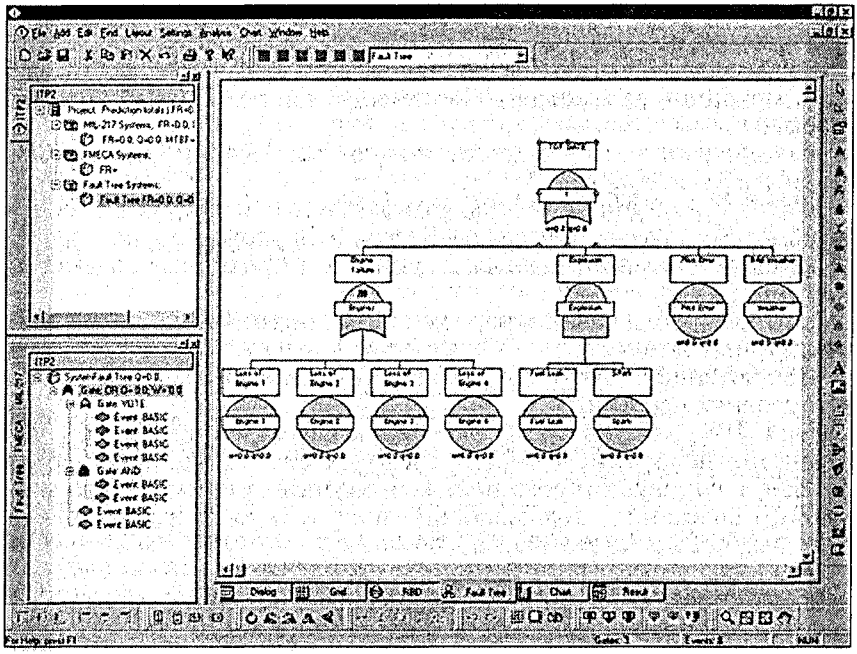


Рис. 18.2. Интерфейс модуля Fault Tree Analysis

поддержка технологии drag and drop («перетащи и отпусти»);
возможность прикрепления к проекту ярлыка;
MDI-интерфейс;
возможность создания библиотек для хранения общих данных;
наличие прямой связи с другими модулями пакета Toolkit;
удобная система оповещения пользователя об ошибках;
возможность экспорта результатов анализа в Microsoft Access, Excel и т. д.;
генерация отчетов, графиков и диаграмм.

FMECA — программа, предназначенная для выполнения количественного и качественного анализа вида, последствий и критичности отказов на основе различных стандартов, включая MIL-STD-1629a и BS 5760.

Удобный интерактивный графический инструментарий модуля обеспечивает построение структурных схем надежности систем любой степени сложности.

Поскольку значительная часть данных, необходимых для выполнения АВПКО, — описательный текст, для интенсификации и облегчения работы исследователя в программе содержится библиотека часто используемых фраз и терминов.

Основные возможности модуля:

отслеживание причин, механизмов и условий потери работоспособности технических систем;

отображение вида и критичности отказа любого элемента на диаграмме иерархической структуры системы;

представление всех возможных последствий отказа любого вида;

присвоение отказам категорий (степеней риска) и параметров критичности по вероятности и тяжести последствий;

составление и корректировка перечней критичных элементов и технологических процессов.

Reliability Prediction — инструмент расчета и прогнозирования надежности электронной, электрической, электромеханической и телекоммуникационной аппаратуры в соответствии с широко распространенными в мире стандартами: MIL-HDBK-217F (Notice 2), Bellcore/Telcordia (TR-332 Issue 6), NSWC 98/LE 1, RDF 2000 (UTE C 80-810), CHINA 299B.

Aralia (BDD) — модуль исследования оперативной готовности и безопасности сложных технических систем, основанный на построении диаграмм (деревьев) решений (Binary Decision Diagram), органично дополняющий модуль FTA следующими возможностями:

вычисление точных вероятностей нежелательных событий в системе в противоположность традиционным методам определения их приближенных значений в виде верхнего и нижнего пределов (метод Эзэри—Прошана и др.);

феноменальная быстрота проведения анализа (до 350 тыс. аварийных сочетаний в секунду);

расширенный список доступных теоретических распределений вероятностей;

точное вычисление характеристик значимости событий;

анализ надежности как функции времени;

изучение немонотонных деревьев отказов.

Markov Analysis (MKV) — программа, реализующая методы моделирования надежности систем марковскими процессами.

Характерные особенности модуля:

наличие мощного графического редактора;

анализ непрерывных и периодических процессов;

моделирование событий с помощью марковской диаграммы переходов;

гибкая классификация состояний цепи Маркова.

Maintainability (MTTR) — совокупность программных инструментов, обеспечивающих повышение эффективности комплекса операций по поддержанию работоспособного и исправного состояния оборудования и изделий в эксплуатации.

Функциональные возможности программы:

выявление потенциальных проблем, связанных с техническим обслуживанием;

расчет показателей ремонтопригодности;
прогноз времени простоя оборудования в зависимости от вида и последствий отказа;
предварительная оценка численности ремонтного персонала;
генерация перечня инструментов, оснастки и испытательного оборудования, необходимых для выполнения качественного ремонта;
быстрая идентификация деталей, требующих замены;
хранение и экспорт комплекса информации о техническом обслуживании оборудования.

Spare Cost — модуль, предназначенный для анализа потребности в запасных частях для оборудования на предприятии, использующий алгоритмы оптимизации запасов, разработанные Министерством обороны США: Optcost и Repstock.

18.2. ReliaSoft Software

Корпорация ***ReliaSoft Software*** (USA) предлагает специалистам в области анализа, контроля и обеспечения надежности технических систем комплекс следующих программ:

BlockSim;
ALTA 6;
Weibull ++;
MPC 3;
Xfmea;
QTMS.

BlockSim — мощный инструмент оценки структурной надежности, ремонтопригодности и эффективности технологических систем (аналитический подход и моделирование дискретных событий) (рис. 18.3).

Краткая характеристика программы:
гибкий, интуитивно понятный пользовательский интерфейс;
расчет комплекса показателей надежности технических систем;
анализ эффективности функционирования оборудования по критерию «надежность—стоимость»;
оптимизация графика планово-предупредительного обслуживания и ремонтов;
изучение факторов, характеризующих полноту восстановления работоспособности технических систем;
расчет необходимых запасов деталей и комплектующих на предприятии;
риск-анализ «Что будет, если...?»;
исследование затрат на изделие на протяжении всего жизненного цикла изделия;
экспорт результатов в различных графических и текстовых форматах.

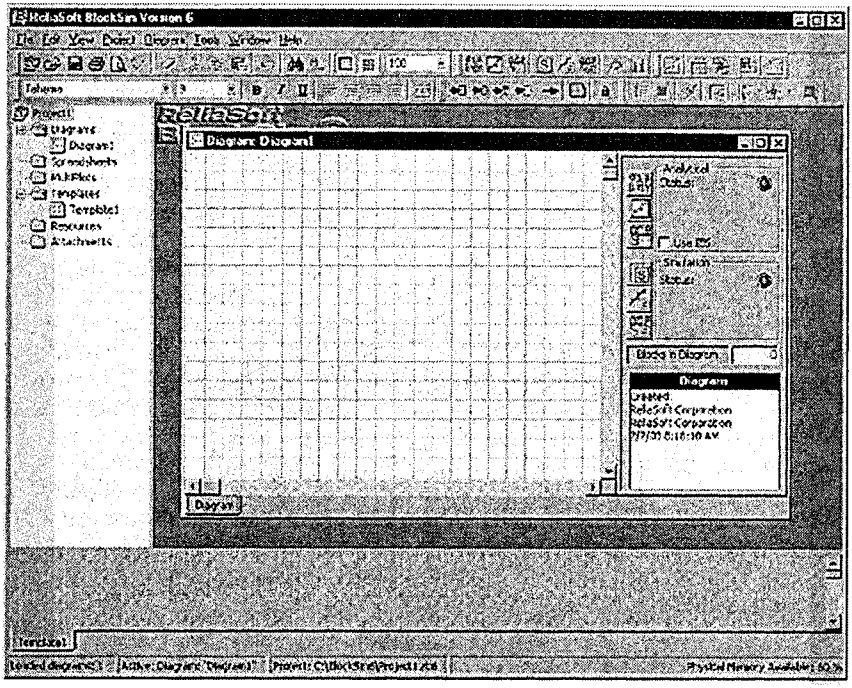


Рис. 18.3. Стартовое окно программы BlockSim

ALTA 6 — комплекс программных инструментов моделирования форсированных испытаний на надежность объектов (изделий), использующий строго научные подходы к анализу. Пакет доступен в двух версиях: стандартной (ALTA) и профессиональной (ALTA PRO).

Краткая характеристика системы:

мощные графические возможности;

интеграция с модулем Weibull ++ и набором вспомогательных утилит;

использование различных подходов к ускорению испытаний (уплотнение рабочих циклов, утяжеление условий и др.);

оценка показателей надежности электронных устройств, подверженных воздействию возрастающего во времени электрического напряжения;

оценка показателей надежности объектов, эксплуатируемых при высоких температурах (рис. 18.4);

оценка показателей надежности оборудования, испытывающего воздействие агрессивных сред;

оценка показателей надежности объектов, подверженных механическому износу;

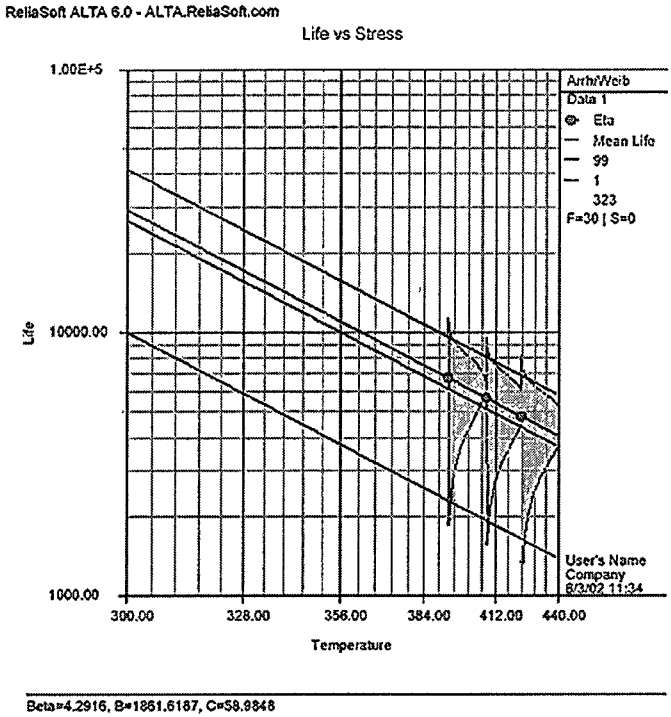


Рис. 18.4. Анализ надежности при температурных воздействиях в системе ALTA 6

оценка показателей надежности устройств, подверженных воздействию комплекса факторов (до восьми);

экстраполяция надежности.

Weibull ++ — модуль статистического анализа надежности объектов (изделий), включающий в себя большую коллекцию расчетных процедур, диаграмм, графиков и отчетов.

Краткая характеристика программы:

быстрое и простое манипулирование данными по надежности;

широкий спектр теоретических распределений вероятностей;

анализ однородности статистических данных (дисперсионный анализ и непараметрические процедуры);

оценка параметров распределения по выборке;

проверка согласия эмпирических и теоретических распределений;

определение односторонних и двусторонних границ показателей безотказности;

расчет характеристик восстановления работоспособности;

анализ процессов деградации объектов;

экстраполяция надежности.

MPC 3 — модуль поддержки технического обслуживания объектов аэрокосмической индустрии в соответствии с международными стандартами в данной области.

Достоинства программы:

поддержка драйверов баз данных, обеспечивающая возможность разработки проектов несколькими группами специалистов;

интеграция с пакетом Microsoft Word, необходимая для быстрого редактирования текстовых документов;

MDI-интерфейс;

мощная справочная система.

Xfmea — модуль, предназначенный для выполнения количественного и качественного анализа вида, последствий и критичности отказов (рис. 18.5).

Достоинства программного продукта:

поддержка широкого спектра промышленных стандартов FMEA/FMECA-анализа;

интуитивно-понятный интерфейс, быстрый и простой ввод данных, присвоение проектам символов, возможность использования функций копировать/вставить и импорт/экспорт;

легкий доступ к файлам с исходными данными, промежуточными и итоговыми результатами анализа;

интеграция с программами Weibull++, ALTA и BlockSim;

ранжирование категорий тяжести последствий отказов;

построение матрицы «вероятность отказа — тяжесть последствий»;

оценка показателей риска.

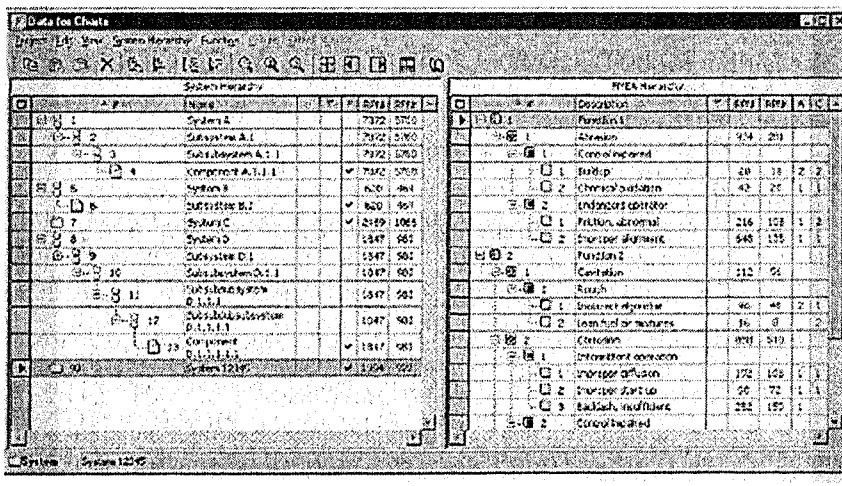


Рис. 18.5. Анализ вида и последствий отказов в программе Xfmea

QTMS (Quality Tracking and Management System) — система контроля и управления качеством продукции.

Достоинства программы:

доступность информации из широкого диапазона источников (Web-ресурсы, отчеты об инцидентах или отказах, результаты лабораторных исследований и др.);

конфигурирование программных настроек в соответствии с потребностями пользователя;

иерархическая структура размещения комплекса данных об объекте (изделии) в стандартных табличных формах;

поддержка совместной работы групп пользователей;

разработка информационных баз знаний;

создание и редактирование перечней конструкционных материалов, запасных частей и комплектующих в рамках проекта;

определение причин отказов часто изнашивающихся механизмов, ключевых проблем, связанных с обеспечением надежности объектов;

управление качеством продукции;

экспорт результатов анализа в форматах, совместимых с Microsoft Excel.

18.3. Relex Software

Корпорация ***Relex Software*** (USA) предлагает специалистам в области анализа, контроля и обеспечения надежности технических систем комплекс следующих программ:

Reliability Prediction Engine;
Reliability Prediction Analysis;
Weibull;
Markov;
Reliability Block Diagram;
FMEA/FMECA;
Fault Tree/Event Tree;
System Optimization and Simulation;
Life Cycle Cost;
Maintainable Prediction.

Reliability Prediction Engine и **Reliability Prediction Analysis** — мощные инструменты моделирования и прогнозирования надежности и безопасности технических систем на стадии проектирования.

Формирование расчетных моделей надежности и оценка показателей надежности осуществляются в соответствии с наиболее распространенными в мире стандартами: MIL-HDBK-217, Telcordia (Bellcore) SR-332, NSWC Mechanical, PRISM, CNET 93, RDF 2000, HRD5, 299B.

Библиотеки модуля Reliability Prediction Analysis содержат комплекс сведений о работоспособности десятков тысяч компонентов

технических систем (интегральные схемы, диоды, транзисторы, резисторы, конденсаторы, механические устройства и т. д.), выпускаемых более чем 50 промышленными компаниями, включая AMD, Dallas Semiconductor, Hitachi, Intel, Motorola, Panasonic, Philips, ST Microelectronics, Texas Instruments, Toshiba.

Характерные особенности программных продуктов:

быстрый поиск информации в библиотеках, основанный на SQL-запросах;

использование двухмерной и трехмерной научной графики для визуального анализа результатов расчета;

обеспечение экспорта/импорта данных в форматах, поддерживаемых различными CAD-системами, системами управления базами данных и текстовыми процессорами;

формирование, просмотр и редактирование отчетов;

защита информации;

поддержка макросов, написанных на языке программирования Visual Basic for Application (VBA);

ежемесячное обновление библиотек через Web-сайты Relex.

Weibull — модуль статистического анализа эксплуатационных данных по надежности объектов реального мира, подверженных любого вида отказам.

Достоинства программного продукта:

поддержка широкого спектра распределений показателей надежности (Вейбулла, нормальное, экспоненциальное и др.);

графическая оценка параметров эмпирических распределений с помощью вероятностной бумаги;

оптимизация эффективности функционирования оборудования по критерию «надежность—стоимость»;

исследование срока службы изделий, подверженных износу в результате воздействия механических, химических и прочих процессов;

анализ кривых роста надежности;

расчет характеристик планов испытаний;

оценка показателей надежности.

Markov — программа, реализующая методы моделирования надежности систем марковскими случайными процессами, эволюция которых в любой фиксированный момент времени не зависит от прошлого (рис. 18.6).

Достоинства программного продукта:

построение интерактивных марковских диаграмм перехода;

наличие расчетной подсистемы Relex Markov, реализующей оптимизированные алгоритмы вычислений;

анализ модели «ремонт—отказ» при постоянных частотах ремонта и отказа;

поиск устойчивых и переходных состояний объекта;

исследование комплекса причин, приводящих к отказу оборудования;

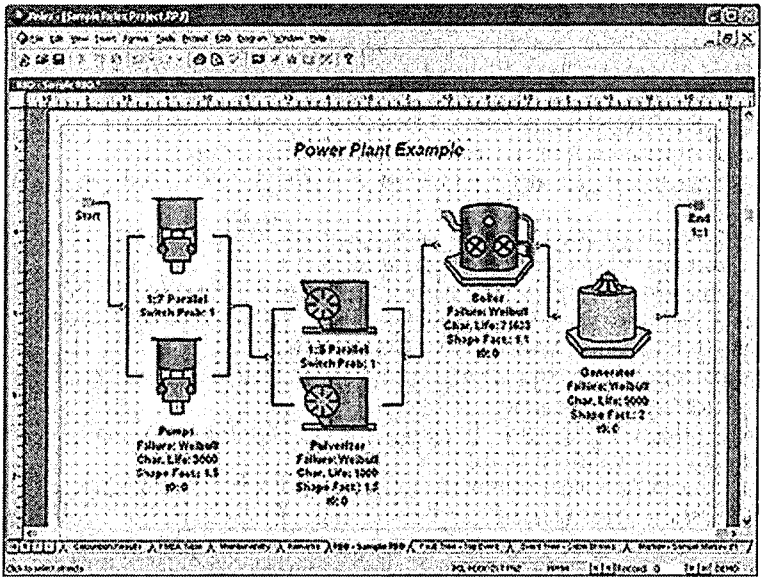


Рис. 18.6. Окно модуля Markov

расчет более десятка различных показателей надежности.

Reliability Block Diagram — мощный инструмент структурного анализа надежности больших и сложных технологических систем.

Достоинства программного продукта:

мощный графический инструментарий;

связь с модулем Relex Fault Tree/Event Tree;

поддержка широкого спектра системных конфигураций («2 из 3», «мостик» и др.);

большой выбор распределений наработки и времени восстановления оборудования (Вейбулла, нормальное, экспоненциальное и др.);

моделирование надежности методом Монте-Карло;

выбор оптимального числа резервных элементов;

поддержка до 256 уровней иерархии системы;

точные аналитические вычисления.

FMEA/FMECA — модуль, предназначенный для выполнения количественного и качественного анализа вида, последствий и критичности отказов.

Достоинства программного продукта:

поддержка широкого спектра стандартов FMEA-исследования: MIL-STD-1629, SAE ARP5580, AIAG, Ford, GM, Daimler Chrysler и др.;

связь со всеми модулями пакета Relex;

наличие библиотек, описывающих отказы различных видов;

ранжирование категорий тяжести последствий отказов;

построение матрицы «вероятность отказа — тяжесть последствий»;

оценка показателей риска;

значительный размер текстовых полей для описания отказов — 32 Kb;

поддержка макросов, написанных на языке программирования Visual Basic for Application (VBA).

Fault Tree/Event Tree — инструмент качественного и количественного анализа надежности сложных систем (комбинации отказов, ошибки персонала, внешние воздействия и т. д.), развития аварийных ситуаций методом дерева отказов/дерева событий.

Достоинства программного продукта:

поддержка символов событий, логических операторов и динамических структур дерева отказов/дерева событий, регламентированных всеми известными мировыми стандартами;

определение минимальных аварийных и проходных сочетаний;

управление избыточностью;

расчет значимости исходных событий и аварийных сочетаний по Бирнбауму, по критичности и по Фусселю—Везели;

использование различных методов оценки вероятностных параметров системы (точного, Эзери—Прошана, включения—исключения и др.);

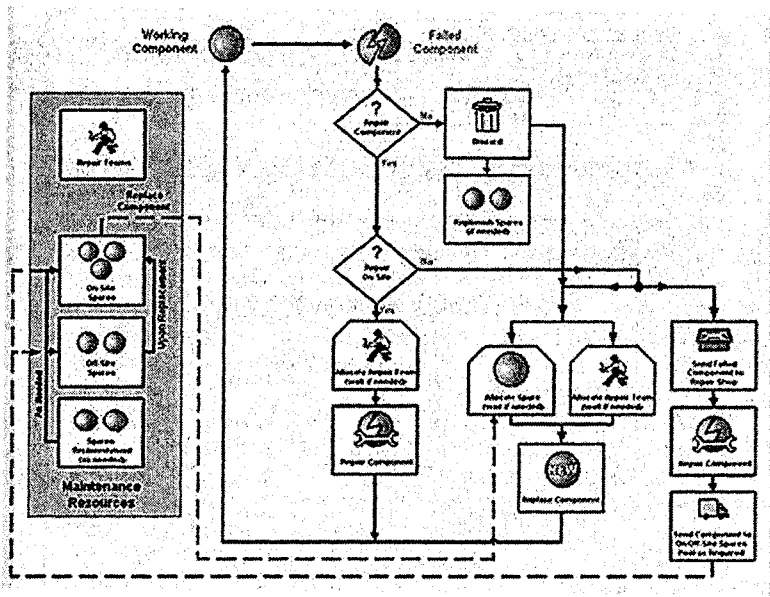


Рис. 18.7 Схема оптимизации технического обслуживания объекта в модуле System Optimization and Simulation

количественный анализ моделей отказов по общей причине;

возможность экспорта дерева отказов/дерева событий в различных графических форматах;

формирование, просмотр и редактирование отчетов.

System Optimization and Simulation — модуль, предназначенный для имитационного моделирования работоспособности и повышения эффективности функционирования промышленных объектов (рис. 18.7).

Достоинства программного продукта:

оптимизация затрат на поддержание надежности оборудования;

разработка графика планово-предупредительного технического обслуживания;

определение интервалов инспекторских проверок;

управление запасами деталей и комплектующих;

распределение ресурсов ремонтных служб;

изучение эффективности финансовых расходов на техническое обслуживание и ремонт оборудования.

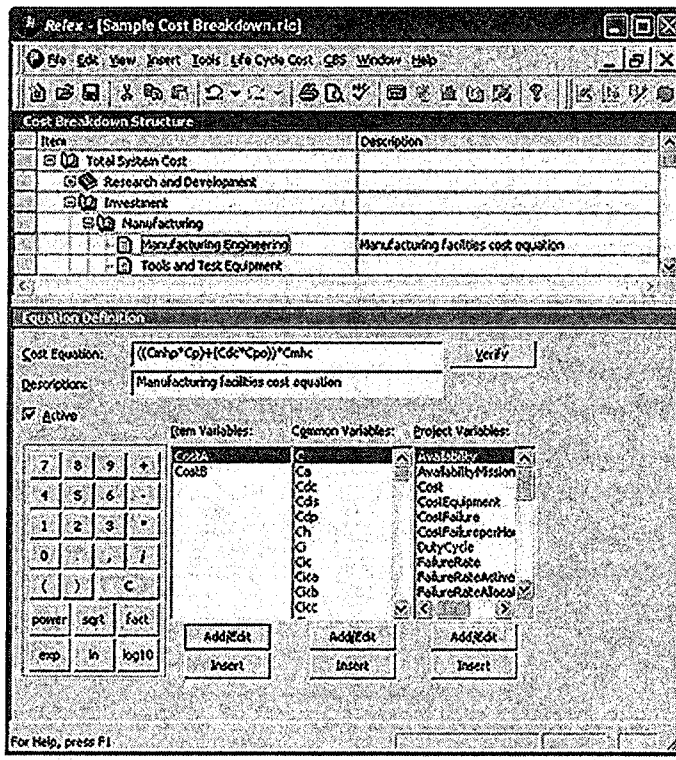


Рис. 18.8. Окно программы Life Cycle Cost

Life Cycle Cost — программный инструмент анализа стоимости промышленного изделия на протяжении всего срока службы (рис. 18.8).

Достоинства программного продукта:

построение интерактивного дерева структуры стоимости изделия;

расчет затрат на проектирование, производство, гарантийное обслуживание и ремонт, а также распоряжение изделием с учетом инфляционных факторов;

изучение инвестиционных рисков;

анализ доходности проекта;

построение кривой полезности изделия;

применение различных алгоритмов вычисления стоимости изделия.

Maintainable Prediction — модуль прогнозирования и повышения ремонтопригодности технических систем в соответствии со стандартом MIL-HDBK-472 (рис. 18.9).

Основные характеристики программы:

поддержка процедур 2, 5A и 5B стандарта MIL-HDBK-472;

возможность создания и редактирования библиотек задач;

расчет среднего времени и интенсивности восстановления, средней трудоемкости при подготовке к ремонту, демонтаже, ремонте, модернизации, монтаже, отладке и пуске оборудования;

минимизация простоев и повышение готовности промышленных объектов;

наличие прямой связи с другими модулями Relex;

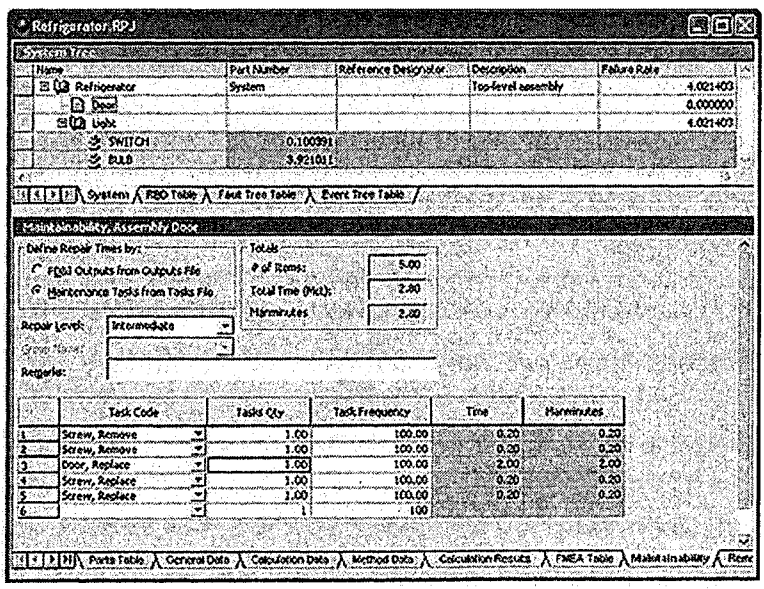


Рис. 18.9. Анализ ремонтопригодности в модуле Maintainable Prediction

поддержка концепции обнаружения и устранения отказов (FD&I);

мастер импорта/экспорта графических данных.

18.4. Isograph Software

Корпорация ***Isograph Software*** (USA) предлагает специалистам в области анализа, контроля и обеспечения надежности технических систем комплекс следующих программ:

Fault Tree+;
Availability Simulation;
Risk Monitor;
Prediction;
Reliability Centred Maintenance;
FMECA;
Reliability Block Diagrams;
Hazop
Life Cycle Costing.

Fault Tree+ — самый популярный в мире пакет исследования и моделирования надежности и безопасности сложных технических систем методами дерева отказов и дерева событий, а также марковскими случайными процессами (рис. 18.10).

Достоинства программы:

стандартный интерфейс Microsoft Windows;

размерность анализируемых систем может достигать нескольких десятков тысяч элементов;

поддержка широкого диапазона аналитических методов расчета;

уникальный графический инструментарий;

возможность использования в аэрокосмической, оборонной, автомобильной, ядерной, химической, нефтегазовой, медицинской и многих других отраслях промышленности.

Характеристики модуля Fault Tree/Event Tree:

интерактивное построение и редактирование дерева отказов/дерева событий;

определение минимальных аварийных и проходных сочетаний;

ранжирование отказов, аварийных ситуаций и моделей восстановления по нескольким критериям;

связь основных событий в системе с марковскими моделями, созданными в модуле Markov Analysis;

качественная оценка опасности;

анализ сценариев развития аварийной ситуации;

расчет показателей риска.

Характеристики модуля Markov Analysis:

построение диаграмм возможных переходов системы;

анализ процессов стационарных и нестационарных, непрерывных и периодических, с ограниченным и неограниченным множеством состояний;

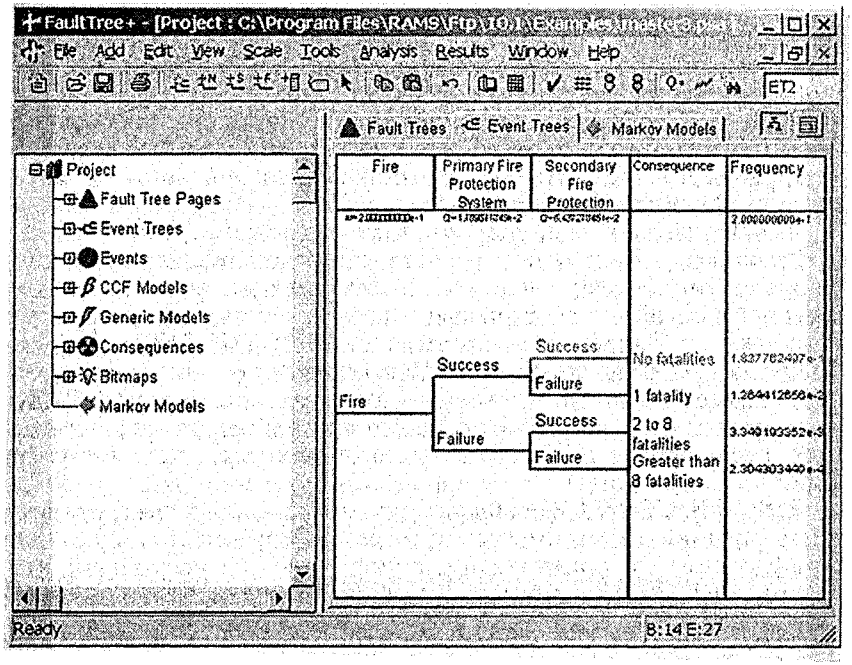


Рис. 18.10. Окно пакета Fault Tree+

расчет показателей надежности технических систем;

представление результатов исследований в текстовой и графической форме.

Availability Simulation — пакет моделирования надежности сложных многоуровневых систем, базирующийся на точных и эффективных алгоритмах расчета, развиваемых инженерами, математиками и программистами корпорации Isograph Software на протяжении 15 лет.

Характеристики программы:

форма исходной структуры системы — логическая диаграмма или дерево отказов;

наличие встроенного модуля оценки параметров распределений Weibull;

моделирование надежности методом Монте-Карло;

определение технических, экономических, экологических и социальных последствий отказов;

сокращение производственных издержек, оптимизация готовности и управление задачами планового технического обслуживания;

формирование отчетов, содержащих текстовую и табулированную информацию, стандартные диаграммы и графики.

Достоинства модуля Weibull:

быстрая оценка параметров широкого спектра распределений вероятности — экспоненциального, Вейбулла, нормального, логарифмически нормального (рис. 18.11);

проверка согласия эмпирических и теоретических распределений;

графическое представление плотности вероятности и интегральной функции распределения;

импорт данных из любых Windows-приложений.

Prediction — инструмент расчета и прогнозирования надежности электронной, электрической, электромеханической и телекоммуникационной аппаратуры в соответствии с широко распространенными в мире стандартами: MIL-HDBK-217F, Bellcore/ Telcordia, NSWC, RDF 2000. Исходная форма представления объектов (систем и подсистем) — древовидная структура. Модуль поддерживает стандартные операции ввода и редактирования данных, реализуемые в Windows-приложениях, а также импорт графики из CAD-систем.

Reliability Centred Maintenance — модуль детерминированного планирования программы технического обслуживания и ремонтов оборудования на предприятии, основанного на нескольких ключевых подходах к исследованию надежности, таких как анализ вида последствий и критичности отказов (АВПКО, или FMECA).

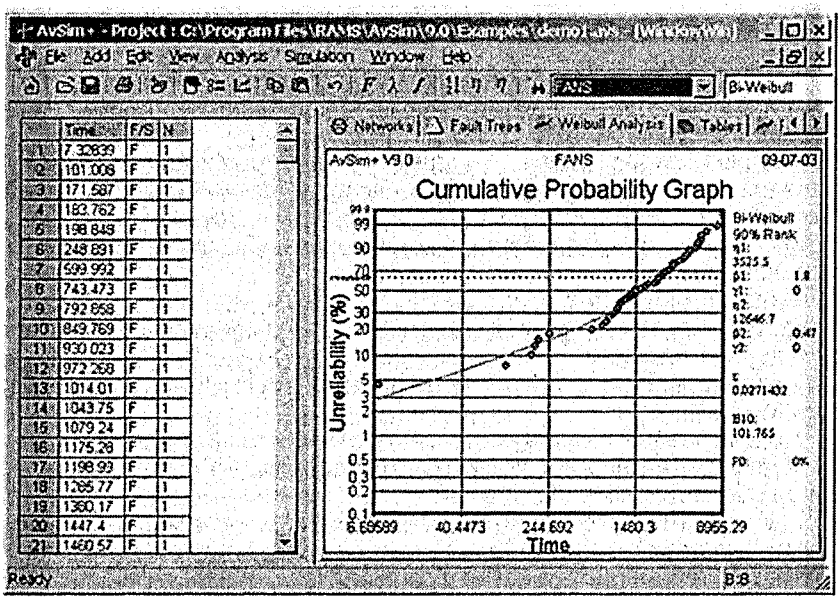


Рис. 18.11. Проверка подчинения эмпирического распределения закону Вейбулла

Результаты оптимизации стратегии технического обслуживания:

минимизация затрат на поддержание работоспособности;

повышение ремонтопригодности и готовности промышленных объектов;

управление экологической безопасностью производства.

Risk Monitor — программа логико-графического анализа риска опасных промышленных объектов методами дерева отказов и дерева событий (рис. 18.12).

Базовые возможности модуля:

идентификация опасностей;

оценка риска (частот и последствий нежелательных событий);

определение значимости риска;

представление результатов анализа в виде отчета.

FMECA — программа, предназначенная для выполнения количественного и качественного анализа вида, последствий и критичности отказов сложных систем.

Достоинства программного продукта:

поддержка нескольких стандартов FMEA/FMECA-исследования;

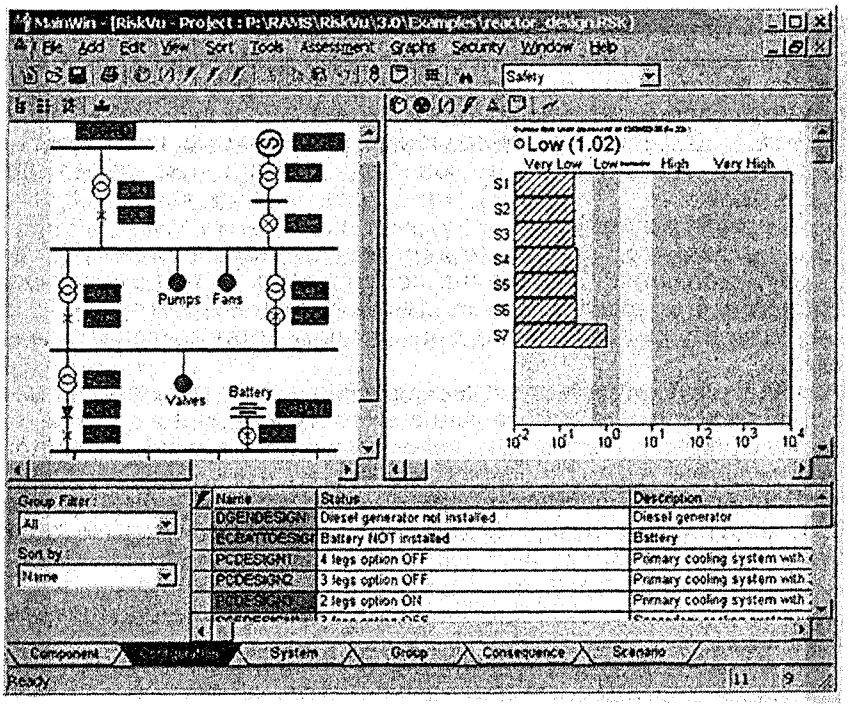


Рис. 18.12. Окно программы Risk Monitor

наличие библиотек с описанием видов и последствий отказов;

автоматический расчет показателей надежности объектов на основе их иерархической структурной схемы;

ранжирование частот и категорий тяжести последствий отказов;

корректировка системы технического обслуживания и ремонтов оборудования;

оценка показателей риска.

Reliability Block Diagrams — пакет исследования надежности сложных технологических систем, имеющих сетевую структуру.

Характеристики программы:

мощный графический инструментарий;

форма представления исходной информации — база данных;

расчет и ранжирование элементов на основе метода минимальных разрезов комплекса показателей систем (неготовность, ненадежность, число ожидаемых отказов и др.);

анализ марковских процессов;

оптимизация числа резервных элементов в системе;

исследование причин и путей развития аварийных ситуаций;

поддержка экспорта/импорта информации.

Hazop (Hazard and Operability Study) — модуль анализа опасности и работоспособности, предназначенный для исследований влияния отклонений технологических параметров (температуры, давления, концентрации и др.) от регламентных режимов с точки зрения возникновения опасности.

Для характеристики отклонения в программе используются ключевые слова «больше», «меньше», «выше», «ниже», «нет» и т. п.

Достоинства модуля:

оценка причин, вероятностей и тяжести последствий отказов;

архивирование информации по безопасности технологических процессов в форматах, совместимых с Microsoft Access;

создание, редактирование и печать отчетов высокого качества.

Life Cycle Costing — программа расчета и оптимизации стоимости объектов (изделий) в течение всего их жизненного цикла или срока службы с учетом надежности (продукция промышленного производства, здания и сооружения и т. д.).

Основная форма представления анализируемой системы — дерево финансовых потерь (издержек) в результате отказов структурных элементов.

Достоинства модуля:

большое количество технико-экономических вычислительных процедур;

возможность редактирования существующего и создания собственного программного кода расчета стоимостных показателей исследуемого объекта.

18.5. Rebis Software

Корпорация ***Rebis Software*** (USA), являющаяся на сегодняшний день мировым лидером в области разработки прикладного программного обеспечения для проектирования заводов и других промышленных объектов, предлагает специалистам в области анализа, контроля и обеспечения надежности технических систем программный комплекс Plantlife, включающий следующие модули:

Plantlife Access;
Plantlife Action;
Plantlife Maintenance;
Plantlife Safety.

Plantlife Access — подсистема, предназначенная для управления программными модулями пакета Plantlife, информационной поддержки жизненного цикла оборудования и организации документооборота на предприятии.

Функциональные возможности модуля:

хранение документов в различных текстовых и графических форматах;

создание выборок документов по различным критериям;

управление доступом к документам;

согласование-утверждение документов;

внесение изменений в документы и управление версиями документов.

Plantlife Action — программный продукт, обеспечивающий решение задач календарного планирования, координации и контроля работ по проекту.

Функциональные возможности модуля:

определение сроков и логических взаимосвязей между работами по проекту, определяющих требуемую последовательность их выполнения;

назначение исполнителей работ (пользователи, группы пользователей или подразделения предприятия) и установление исходных данных;

определение необходимого качества работ и критериев их выполнения.

После старта проекта задания на работы автоматически рассылаются исполнителям.

Руководители проекта и подпроектов могут:

контролировать загруженность исполнителей;

определять критические пути (перечни работ, задержка завершения которых приводит к задержке завершения проекта в целом) и ключевые этапы проекта (важнейшие события проекта, определяющие его выполнение);

влиять на ход выполнения проекта, назначая дополнительных исполнителей для решения отдельных задач и изменяя параметры проекта.

Исполнители имеют возможность указывать процентовку выполнения работы.

Plantlife Maintenance — модуль, обеспечивающий оперативное и удобное управление системой технического обслуживания и ремонтов оборудования на предприятии.

Функциональные возможности программы:

формулирование и модифицирование нарядов на выполнение планово-предупредительных и внеплановых ремонтных работ;

задание и изменение частоты проведения и продолжительности любых мероприятий по техническому обслуживанию оборудования;

автоматическое формирование заказов на поставку деталей и комплектующих в случае сокращения их запасов ниже минимально допустимого уровня;

оценка текущей готовности элементов технологической схемы промышленного объекта;

идентификация повторяющихся дефектов, повреждений и отказов.

Plantlife Safety — программа, предназначенная для разработки и регистрации плана мероприятий по технике безопасности на предприятии в соответствии со стандартом OSHA 1910.119.

Функциональные возможности модуля:

проверка соответствия фактических условий эксплуатации оборудования нормативным;

формирование отчетов инспекторских проверок и ревизий;

отслеживание инцидентов и несчастных случаев на производстве;

составление и контроль графика прохождения различными группами персонала обучения, связанного с обеспечением безопасной эксплуатации оборудования;

проведение анализа опасности технологических процессов (метод Hazop).

18.6. Relcon AB Software

Компания ***Relcon AB Software*** (Sweden) предлагает программный комплекс Risk Spectrum вероятностного анализа надежности и безопасности технических систем. Формой исходной структурной схемы системы, размерность которой может достигать нескольких тысяч элементов, является дерево отказов/дерево событий.

Функциональные возможности пакета:

автоматическое построение и изучение минимальных разрезов отказов;

анализ неопределенности с использованием метода математического моделирования Монте-Карло;

расчет характеристик чувствительности и значимости базовых событий, групп отказов по общим причинам, параметров, атрибутов, элементов, систем, групп событий для определения их вклада в сокращение и возрастание риска;

анализ изменения во времени таких характеристик надежности, как коэффициент неготовности, частота отказов (безусловная характеристика интенсивности отказов), интенсивность отказов (условная характеристика отказов), ожидаемое число отказов в интервале времени $(0, t_i)$, вероятность возникновения по крайней мере одного конечного события (top event) в интервале времени $(0, t_i)$.

Основное применение программа Risk Spectrum получила в вероятностном анализе безопасности объектов атомной энергетики.

18.7. МГУИЭ Software

Московский государственный университет инженерной экологии —МГУИЭ (Россия) (105066, г. Москва, ул. Старая Басманная, 21/4) предлагает специалистам в области анализа, контроля и обеспечения надежности технических систем следующие программы:

Reliability;

Residual Life.

Reliability — программный пакет, предназначенный для статистической оценки надежности технологического оборудования на стадии эксплуатации.

Достоинства и возможности программного продукта:

определение параметров планов испытаний на надежность;

проверка наличия закономерных тенденций изменения во времени показателей надежности, выделение и удаление тренда;

анализ однородности и степени связанности стохастических данных;

оценка параметров эмпирических распределений показателей надежности;

проверка соответствия эмпирических распределений вероятности теоретическим законам;

доверительное оценивание показателей надежности;

мощная справочная система.

Residual Life — программный пакет, предназначенный для анализа остаточного ресурса химического оборудования при малоцикловых нагрузках (см. приложение П.16) и по критерию коррозионной стойкости.

Достоинства и возможности программного продукта:

расчет допускаемого числа циклов нагружения элементов аппаратов внутренним и наружным избыточным давлением, осевым

растягивающим и сжимающим усилием, изгибающим моментом, в результате температурных деформаций;

определение минимального необходимого числа измерений глубины коррозионного разрушения оборудования;

расчет параметров распределения глубины коррозионного разрушения;

оценка показателей долговечности аппаратов;

мощная справочная система.

Дополнительную информацию к главам 17 и 18 см. на следующих сайтах в Интернете:

www.itemuk.com; www.itemsoft.com; www.reliasoft.com; www.weibull.com; www.relexsoftware.com; www.isograph.com; www.isograph-software.com; www.rebis.ru; www.riskspectrum.com.

ПРИЛОЖЕНИЕ К ЧАСТИ III

П.16. Пример расчета остаточного ресурса на ЭВМ

Проиллюстрируем пример оценки остаточного ресурса химического оборудования при малоцикловых нагрузках, приведенный в разделе 16.1.4, системой диалоговых окон соответствующего мастера, входящего в пакет Residual Life, разработанный в Московском государственном университете инженерной экологии (рис. П.16.1—П.16.11).

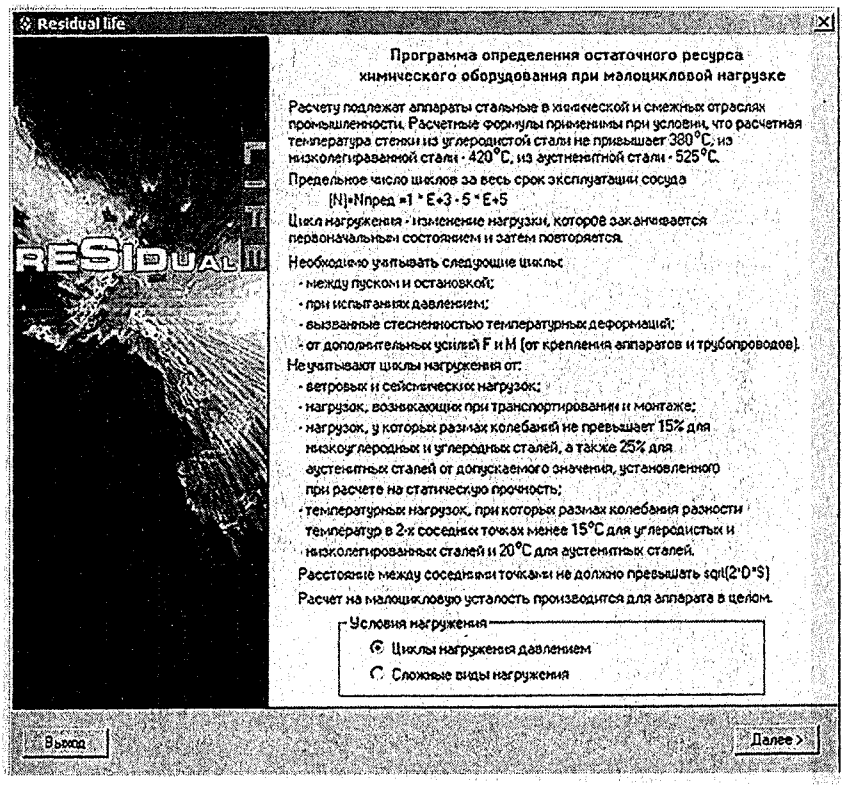


Рис. П.16.1. Стартовое окно мастера оценки остаточного ресурса

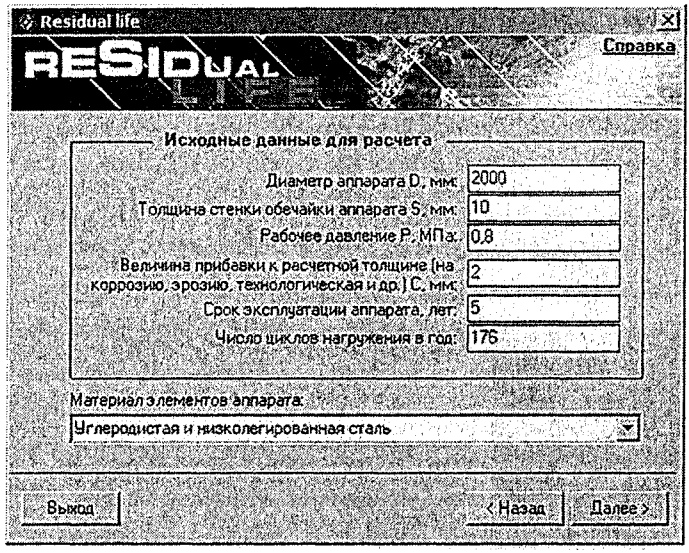


Рис. П.16.2. Окно ввода основных исходных данных для расчета

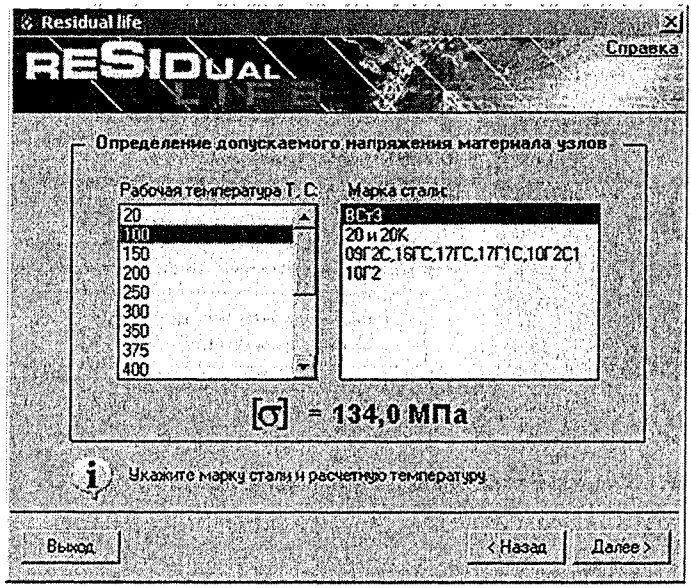


Рис. П.16.3. Окно определения допускаемого напряжения материала элементов аппарата

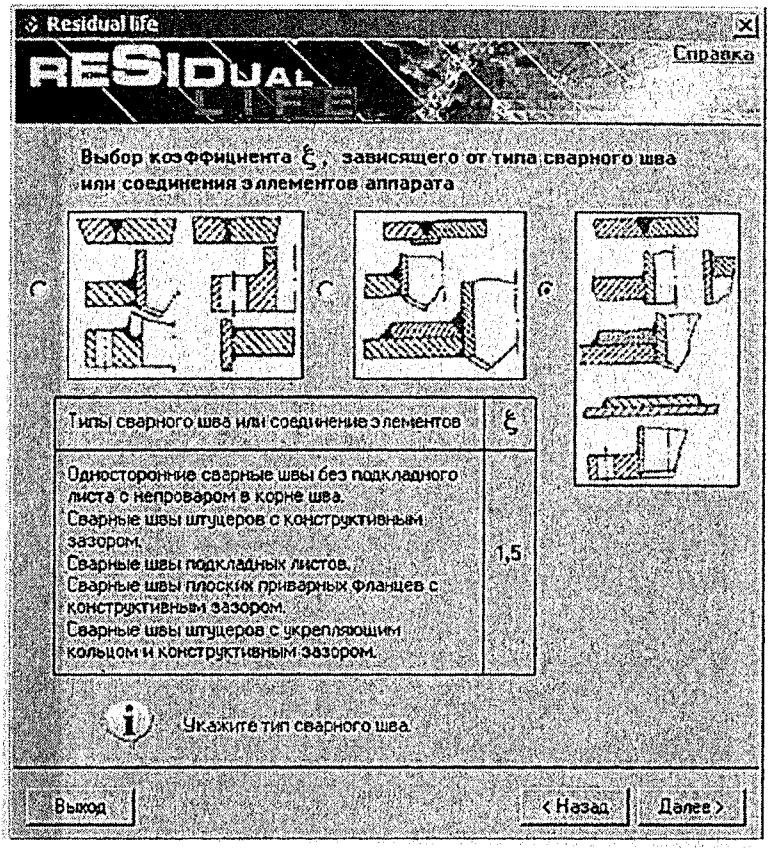


Рис. П.16.4. Окно задания коэффициента ξ

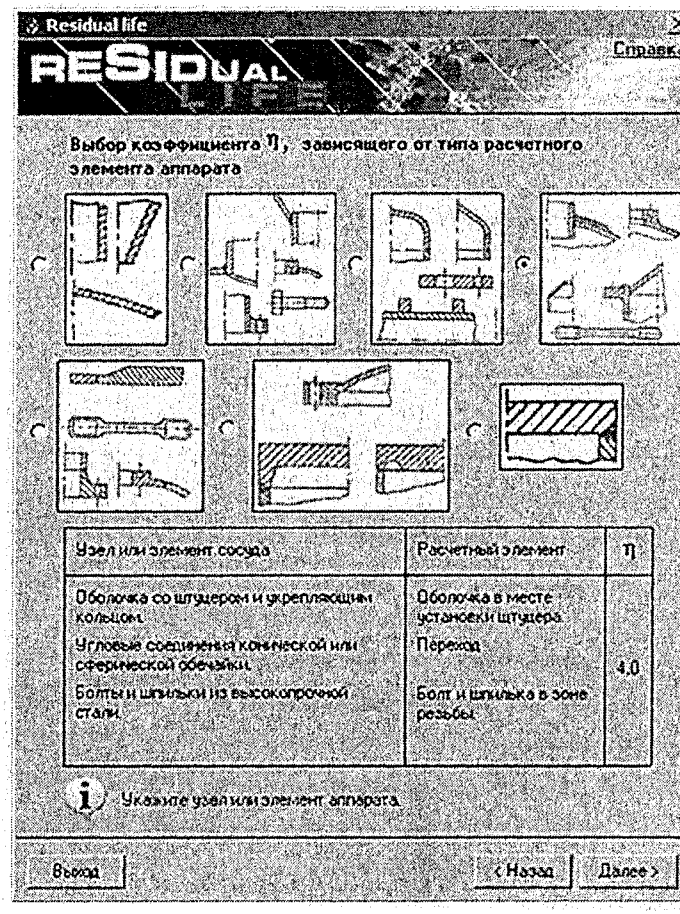


Рис. П.16.5. Окно указания коэффициента η

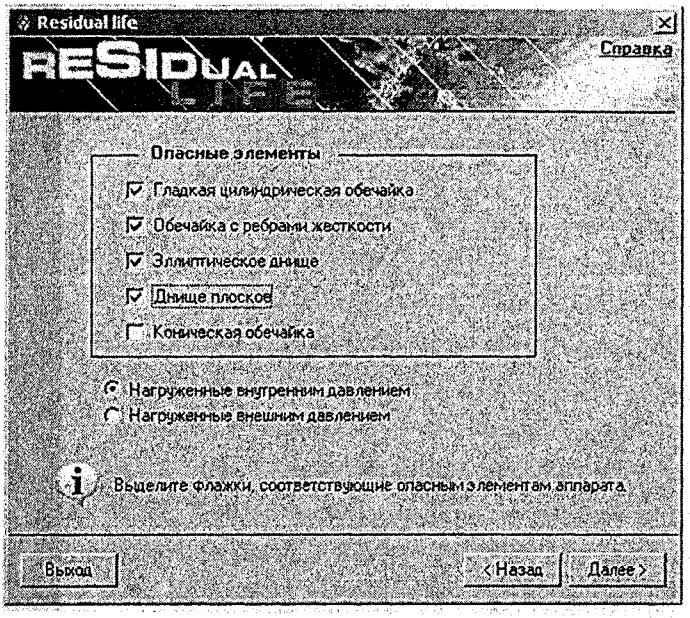


Рис. П.16.6. Окно выбора опасных элементов конструкции аппарата

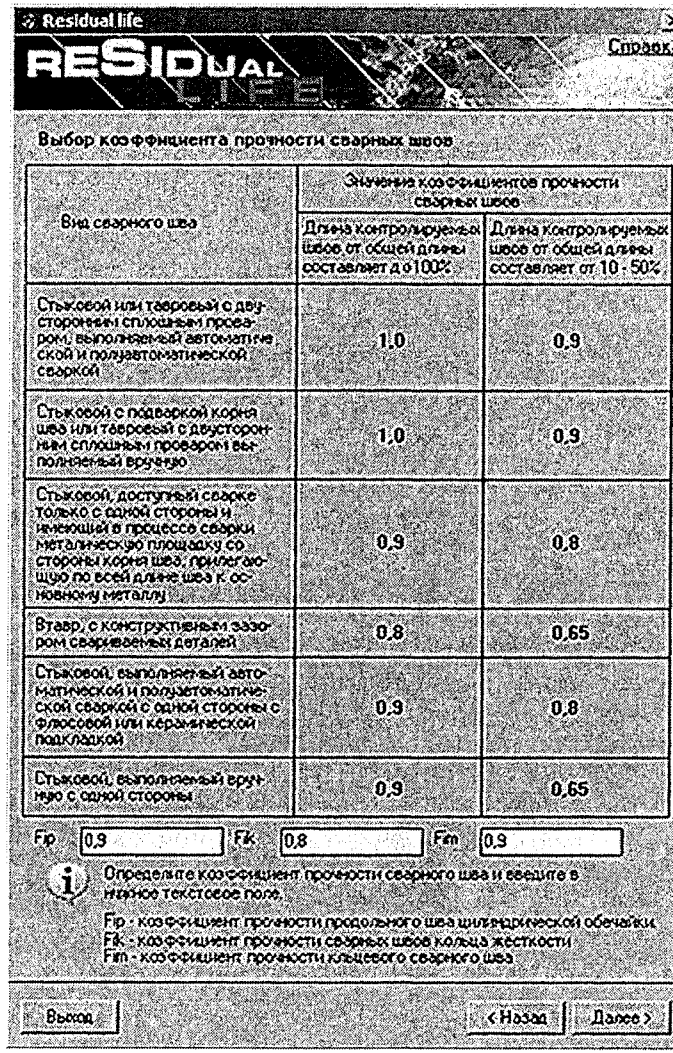


Рис. П.16.7. Окно выбора коэффициентов прочности сварных швов

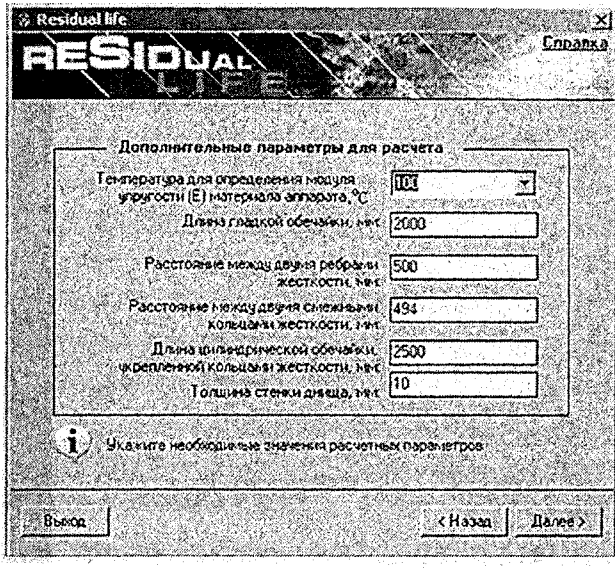


Рис. П.16.8. Окно задания дополнительных исходных данных для расчета

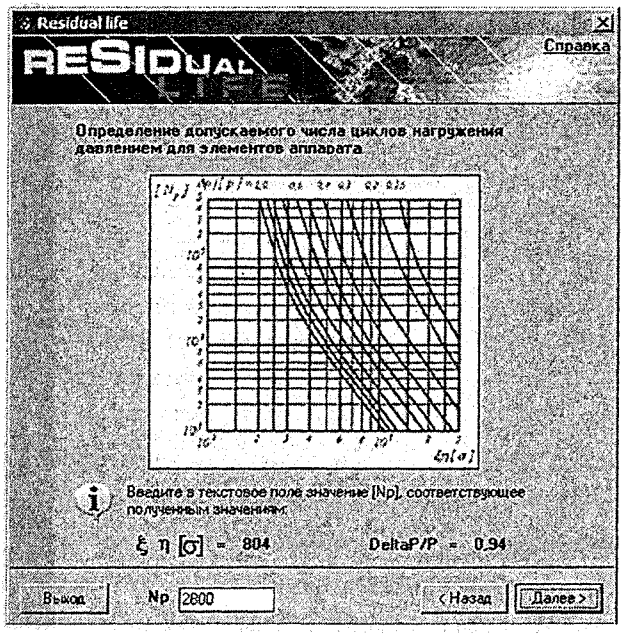


Рис. П.16.9. Окно определения допускаемого числа циклов нагружения давлением

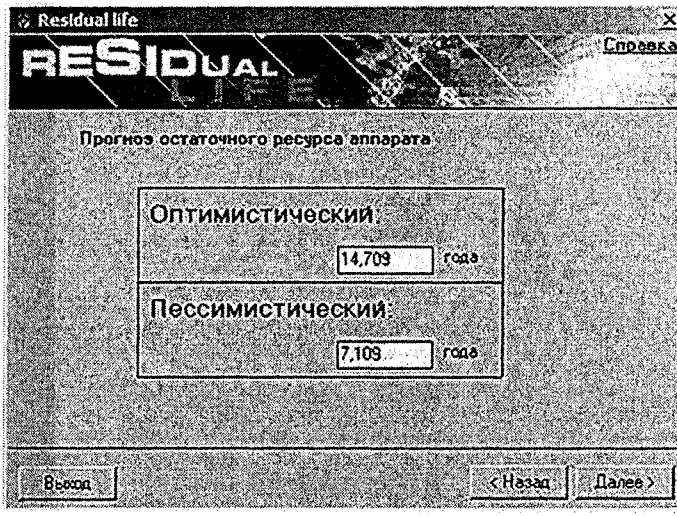


Рис. П.16.10. Окно результатов расчета остаточного ресурса

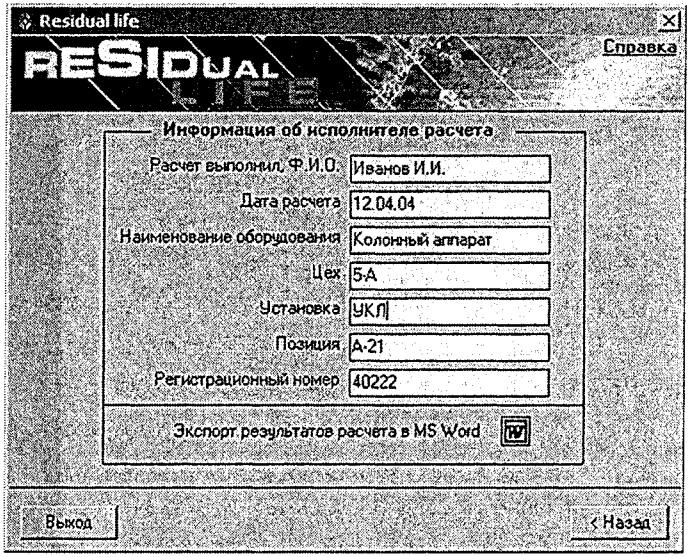


Рис. П.16.11. Окно ввода информации об исполнителе расчета и сохранения результатов расчета в текстовом файле формата Microsoft Word

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ К ЧАСТИ III

1. По каким основным направлениям осуществляется разработка программного обеспечения надежности?
2. Какие стадии включает в себя процесс проектирования программного обеспечения?
3. Каковы требования к программному обеспечению надежности?
4. Какими нормативными документами регламентируются эргономические аспекты дизайна прикладных программ?
5. Какие эксплуатационные документы входят в состав программной документации, каково их содержание?
6. Объясните назначение и опишите основные характеристики прикладных программ Reliability Block Diagram, предлагаемых различными производителями.
7. Для планирования каких процессов и расчета каких показателей надежности могут быть использованы прикладные программы Maintainability, MPC 3, Maintainability Prediction, Reliability Centred Maintenance и Plantlife Maintenance?
8. Каковы назначение и основные характеристики прикладных программ, в названии которых содержатся термины Fault Tree, Event Tree, FMEA и FMECA?
9. Какими функциональными возможностями характеризуется прикладная программа Risk Spectrum?
10. Изложите последовательность расчета остаточного ресурса при малоцикловых нагрузках в пакете Residual Life.

ЛИТЕРАТУРА К ЧАСТИ III

Шубин В. С. Прикладная надежность химического оборудования: Учебное пособие. — Калуга: Издательство Н. Бочкаревой, 2002. — 296 с.

ГОСТ 14249—89. Сосуды и аппараты. Нормы и методы расчета на прочность.

ГОСТ 25859—83. Сосуды и аппараты стальные. Нормы и методы расчета на прочность при малоцикловых нагрузках.

Учебное издание

Шубин Виктор Степанович,
Рюмин Юрий Анатольевич

НАДЕЖНОСТЬ ОБОРУДОВАНИЯ ХИМИЧЕСКИХ И НЕФТЕПЕРЕРАБАТЫВАЮЩИХ ПРОИЗВОДСТВ

Учебное пособие для вузов

Художественный редактор *В. А. Чуракова*
Компьютерная верстка *В. А. Маланичевой*
Компьютерная графика *М. В. Кончаковой*
Корректор *В. Н. Маркина*

Сдано в набор 31.01.06. Подписано в печать 22.05.06. Формат $60 \times 88^{1}/_{16}$.
Бумага офсетная. Гарнитура Ньютон. Печать офсетная. Усл. печ. л. 22,05.
Изд. № 086. Тираж 2000 экз. Заказ № 6744.

ООО «Издательство «КолосС»,
101000, Москва, ул. Мясницкая, д. 17.
Почтовый адрес: 129090, Москва, Астраханский пер., д. 8.
Тел. (495) 680-99-86, тел./факс (495) 680-14-63, e-mail: koloss@koloss.ru,
наш сайт: www.koloss.ru

Отпечатано с готовых диапозитивов в ОАО ордена «Знак Почета»
«Смоленская областная типография им. В. И. Смирнова»,
214000, г. Смоленск, проспект им. Ю. Гагарина, 2

ISBN 5-9532-0320-9

9 785953 203206